

平成 30 年 卒業論文

ILC 陽電子源キャプチャーセクションにおける  
ビームローディング抑制の検討

広島大学理学部物理科学科

ビーム・加速器物理研究室

B143873 小野弘汰

指導教員 栗木雅夫

主査 栗木雅夫

副査 高橋弘充

第1章 序論.....	2
1-1 目的・研究背景.....	2
第2章 国際リニアコライダー.....	7
2-1 国際リニアコライダー(ILC).....	7
2-2 陽電子源.....	10
2-2-1 陽電子源の一般論.....	10
2-2-2 電子ビーム駆動方式.....	11
2-2-3 アンジュレーター方式.....	13
2-3 ILCの陽電子源.....	14
第3章 電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源.....	16
3-1 電子銃・駆動電子線形加速器.....	17
3-2 陽電子生成標的.....	19
3-3 陽電子捕獲セクション.....	23
3-3-1 AMD.....	23
3-3-2 キャプチャーライナック.....	28
3-4 シケイン.....	36
3-5 陽電子ブースター.....	39
3-6 エネルギー抑制セクション(ECS).....	43
3-7 DRへの入射と陽電子生成効率.....	46
第4章 ビームローディングの低減.....	47
4-1 コリメータの設置によるビームローディングの低減.....	50
4-2 コリメータの設置による生成率とその最適化.....	62
4-3 コリメータ半径 $R$ を位置により変化させた場合の生成効率とビームローディング電流.....	66
まとめ.....	72

謝辞 .....	75
Appendix.....	76
A-1  加速管の一般論.....	76
A-2  定在波加速管.....	78
A-3  進行波加速管.....	80
A-4  ビームローディング.....	82

## 第 1 章 序論

### 1-1  目的・研究背景

国際リニアコライダー(International Linear Collider)計画は、電子と陽電子を重心系において 500GeV から 1TeV で衝突させることで、ヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、超対称性粒子などの発見を目指す次世代の高エネルギー物理の計画である。現在、日本がその最有力建設候補地として、検討が進められている。リニアコライダーでは、電子ビームおよび陽電子ビームを線形加速器により所定のエネルギーまで加速し、衝突点で衝突させ、生じる物理現象を観測する。線形加速器を用いることにより、円形軌道では必然的に生じるシンクロトロン放射によるエネルギー損失が原理的に大きく抑制でき、より高いエネルギーまで粒子を加速できる。一方で、一度衝突に用いた粒子は使いまわすことができないため、より大量の電子および陽電子を生成する必要がある。

陽電子を得る方法の一つに、高エネルギーガンマ線と物質の相互作用による対

生成反応を利用する方法がある。高エネルギー電子線を W-Re のような密度が高く原子番号の大きい元素でできた標的に入射すると、電子ビームは物質中の電磁場により急激に減速され、制動輻射による高エネルギーガンマ線を生じる。ここで発生したガンマ線が同じ物質内で対生成反応を起こすことで電子と陽電子を得ることができる。発生した電子と陽電子はふたたびガンマ線を輻射するので、最終的に大量の電子、陽電子、ガンマ線が発生する。このように物質の中に入射された電子ビームが起こす一連の反応を電磁シャワーと呼び、電磁シャワーの生成物として陽電子が得られる。リニアコライダーの場合、従来の蓄積リング型のコライダーと比べ単位時間あたりに必要な電子・陽電子数は数 100 倍となるが、あまりにも大量の陽電子を生成すると標的の熱的な破壊現象が生じてしまう。これを防ぐためには、発生した陽電子の捕獲効率を高めることが必要となる。

標的で生成された電子・陽電子は AMD と呼ばれるソレノイド状の磁場で横方向運動量の広がりを抑えられた後、捕獲線形加速器と呼ばれる定在波加速管で 250MeV 程度まで加速される。シケイン軌道でビームに含まれている電子や、エネルギーの大きくずれた陽電子を除いたのち、ブースターと呼ばれる進

行波型の線形加速器でさらに 5GeV まで加速される。さらにエネルギー抑制セクションを通過したのち、DR(Damping Ring ダンピングリング)に入射される。多くの陽電子は加速途中や、DR にうまく入射できず失われてしまう。生成された陽電子のうち、うまく DR に入射できたものの数を入射電子数で規格化したものを陽電子生成効率と定義する。

すでに述べたように、生成された粒子の中には陽電子だけでなく、電子やガンマ線が含まれる。また多くの陽電子は DR にうまく入射されないで失われてしまう。陽電子生成効率を高め、かつなるべく無駄な粒子を加速しないことは、エネルギー効率、あるいは放射化の防止など安全面から望ましい。なぜなら、電子や DR に捕獲されない陽電子を加速するのにも電力が必要であり、その効率を高めるためには、電子や不要な陽電子をなるべく早く除くことが望ましい。また、加速管内を荷電粒子が通過すると、減速電場が生じ、実効的な加速電場のパルス内での変動を生じる。これを過渡的ビームローディングといい、実効的な加速電場が変動することで陽電子の捕捉率にばらつきが生じてしまう。この過渡的ビームローディングは入力電力の振幅変調により抑制するが、

変動が大きいと抑制に大きな電力が必要となり、実効的に加速電場がやはり減少してしまう。

以上の理由から、陽電子生成効率をなるべく高くし、また同時に無駄な粒子をなるべく早い段階で取り除くことが望ましい。本研究では、陽電子捕獲セクションの加速管の間に、粒子を取り除くための円筒形のコリメータを設置し、加速管の中心から離れた位置を通過する粒子を取り除くことで、陽電子生成効率と全ビーム電流がどのように変化するかを調べた。それにより、コリメータ設置による、全ビーム電流の抑制による効率的な陽電子加速について検討した。

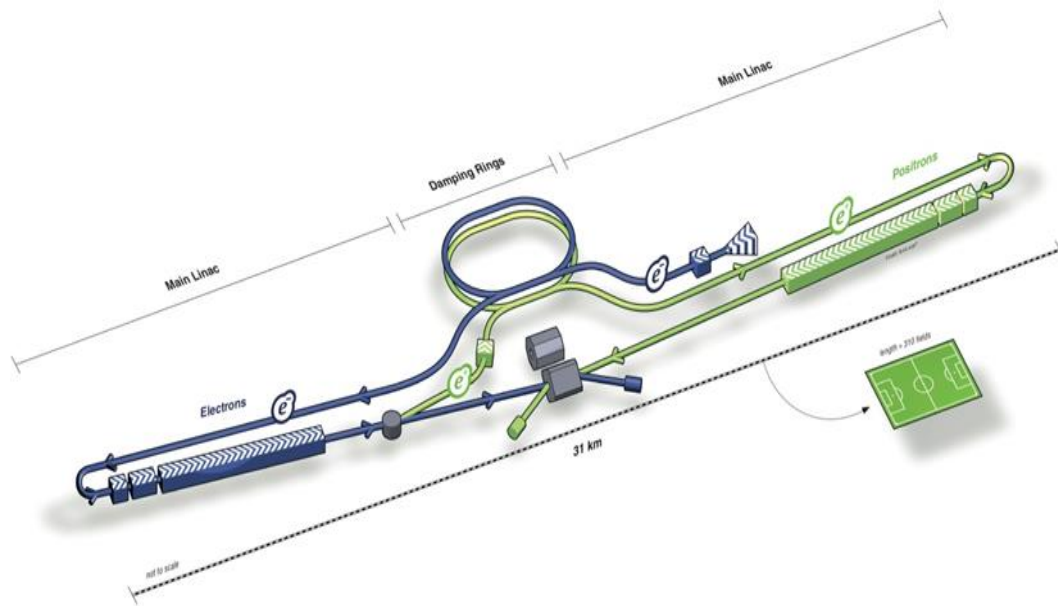


図 1.1 ILC 全体の模式図。電子ビームと陽電子ビームが線形加速器で加速され、中央で衝突する。



## 第2章 国際リニアコライダー

### 2-1 国際リニアコライダー(ILC)

今までに最も高い電子・陽電子衝突における重心系エネルギーは CERN の LEP(Large Electron Positron)加速器より達成された 209GeV である。LEP は円形加速器による電子・陽電子衝突型加速器で、2000 年に稼働を停止し、その後トンネルが LHC(Large Hadron Collider)へと再利用されている。LHC(Large Hadron Collider)は重心系エネルギー7TeV の陽子・陽子コライダーであり、2012 年にヒッグス粒子を発見するなど大きな成果をあげ、現在も稼働中である。陽子・陽子コライダーは高いエネルギーが実現できる一方、複合粒子の反応のため、始状態の定義が不能であり、S/N 比も悪いという欠点を持つ。一方、電子・陽電子コライダーは素粒子同士の衝突であり、始状態を厳密に定義でき、S/N 比も高いため物理探索において強力なチャンネルと言える。重心系エネルギー 250GeV から 1000GeV(1TeV)においてはヒッグス粒子やトップクォークなど、すでに発見に至っている粒子のさらなる詳細な研究や、超対称性粒子、ダークマターの候補である WINP などの未発見の粒子の発見も期待されており、このエネルギー領域における電子・陽電子衝突が熱望されている。



LEPのような円形加速器による電子・陽電子コライダーでは、実質的に200GeVを大きく超える重心系エネルギーの実現は困難である。シンクロトロン放射による円形加速軌道一周あたりのエネルギー損失  $E_{loss}$  は

$$E_{loss} = \frac{e^2 \beta^3 \gamma^4}{3\epsilon_0 \rho} \quad (2.1)$$

と表される。ここで、 $e$ は電子の素電荷、 $\epsilon_0$ は真空誘電率、 $\beta$ は電子の速度を光速で規格化したもの（ローレンツ $\beta$ ）、 $\gamma$ はローレンツ因子（運動エネルギーを静止エネルギーで規格化したもの）、 $\rho$ はビーム軌道の曲率半径である。式

(2.1) に示されているように $E_{loss}$ はビームエネルギーの4乗に比例し、ビーム軌道の曲率半径の-1乗に比例することが分かる。高エネルギーを実現しようとすると、エネルギーの四乗で急激に増大する損失を補う大量の加速空洞を設置するか、軌道の曲率半径をエネルギーの四乗で大きくする必要がある。しかしいずれも、上述したLEPはすでに周長は27kmにも及ぶ巨大な加速器であり、この大きさを大きく超える円形加速器の建設は現実的ではない。

線形加速器においては、式(2.1)の $\rho$ に当たるビームの曲率半径は無窮大となりシンクロトロン放射によるエネルギー損失は無視してよい。ビームエネルギーは加速勾配 (MV/m) と加速器長(m)の積で済むため、十分に高い加速勾配が

実現できれば、線形加速器による電子・陽電子衝突型加速器が現実的なものとなる。ILC(International Linear Collider)は超伝導線形加速器(35MV/m)による全長約20-50kmに及ぶ線形加速器による電子・陽電子衝突型加速器であり、重心系エネルギーは250GeV-1000GeVが可能である。リニアコライダーでは加速勾配と加速器長を伸ばせば、文字通り線形にエネルギーを増やせるので、エネルギーの四乗で軌道を大きくしなければいけない円形加速器よりも、高エネルギー化が極めて有利である。一方で、リニアコライダーでは衝突に利用したビームは使い捨てとなる。円形加速器の場合、ビームは軌道を周回するため、新たに供給するビームは損失した分だけで良い。そのため、ある一定のビーム電流を衝突させる場合、新たに生成しなければならない電荷量は線形加速器の方が桁違いに大きくなる。ILCでは必要な時間あたりの電荷量は従来の円形加速器の数100倍程度となる。よって、線形加速器では効率よく陽電子を生成し、捕捉することが必要となる。ILCではアンジュレーター方式と電子ビーム駆動方式により陽電子の生成を行うことが検討されている。以下では陽電子源の一般論とILCの陽電子源として検討されている二つの方式について説明していく。

## 2-2 陽電子源

### 2-2-1 陽電子源の一般論

陽電子は電子の反物質であり、電荷が逆ということを除けば物理的性質は電子とほぼ等価である。しかし、現在の世界では物質と反物質の対称性は破れている。そのため、陽電子を電子と同様に光電効果により得ることはできない。

陽電子生成の方法は、 $\beta +$ 崩壊を利用する方法と高エネルギーガンマ線と物質との相互作用による対生成を利用した方法が挙げられる。

$\beta +$ 崩壊とは放射性原子核中で陽子が中性子と陽電子とニュートリノに崩壊する反応である。放射性物質を人工的に生成する方法はすでに確立されている。しかし、 $\beta +$ 崩壊によって陽電子を得るという方法は、陽電子ビームを得るという目的に適した方法とはいえない。 $\beta +$ 崩壊は確率的反応で人間が制御することが不可能であり、時間構造を作ることはできない。そのため、短いパルス状ビームが求められる加速器用の陽電子ビームには適していないのである。また、崩壊が進むにつれて強度が指数関数的に減少していくためビーム強度を一定に保つことができないという点からも、 $\beta +$ 崩壊を利用した陽電子生成は加速器のためのパルス陽電子ビーム生成に適していないと言える。

対生成反応とは高エネルギーガンマ線が原子核と運動量を交換し、電子と陽電子を生成する反応である。電子と陽電子の静止エネルギーは0.511MeVであるので対生成反応には少なくとも1.022MeV以上のエネルギーが必要となる。さらに10MeV未満のエネルギーでは対生成よりも光電効果やコンプトン散乱が支配的となるため、効率よく対生成を発生させるためには10MeV以上のエネルギーのガンマ線が必要となる。

上述した内容より、加速器のためのパルス陽電子ビーム生成には対生成反応による陽電子生成が必要だということが分かる。ILCでは対生成反応による陽電子生成の方法として、アンジュレーター方式と電子ビーム駆動方式の二つが検討されている。以下ではこの二つの方式について述べる。

## 2-2-2 電子ビーム駆動方式

電子ビーム駆動方式とは、電子ビームをタングステンなどの高密度かつ原子番号の大きい物質に入射することで制動輻射を生じさせ、電子や陽電子を得る方法である。制動輻射とは、荷電粒子が電磁場により急激に減速されたり進路を曲げられたりした際に電磁波を放射する現象のことである。電子ビームを標

的に入射すると物質中の電磁場により減速されガンマ線を生じる。ここで発生したガンマ線が同じ物質内で対生成反応を起こすことで電子と陽電子が発生する。さらに発生した電子と陽電子が高エネルギーであれば再び制動輻射によってガンマ線が発生する。また、高エネルギーガンマ線はコンプトン散乱によって軌道電子を叩き出すこともある。これらの反応が繰り返されることで大量のガンマ線・電子・陽電子が生成される。これらを電磁シャワーと呼び、電磁シャワーの中から陽電子のみを取り出すことで陽電子を得ることができる。これは従来の陽電子加速器において用いられてきた方式である。しかし、この方法で発生する陽電子は偏極しておらず、始状態の厳密な定義ができないという限界も抱えている。

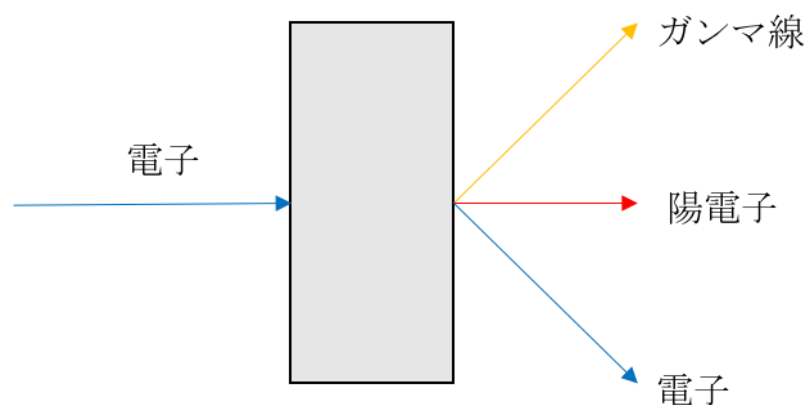


図 2.1 電子ビーム駆動方式。高エネルギーの電子ビームを物質に入射し、電磁シャワーとして陽電子を得る。

### 2-2-3 アンジュレーター方式

アンジュレーター方式とは、高エネルギーの電子ビームをアンジュレーターと呼ばれる電子ビームに直交した交番磁場に入射することでガンマ線を発生させ、そのガンマ線を標的に入射し、対生成反応を利用して陽電子を得る方法である。この時入射する電子ビームは 100GeV 以上のエネルギーが必要である。

電子ビームはアンジュレーター内で蛇行しその際に起こすシンクロトロン放射によってガンマ線を得ることができるわけだが、発生するガンマ線は数 10MeV 程度となる。よって電磁シャワーを生成することなく、一つのガンマ線が生成する陽電子は一つ以下となる。一方、反応は単純な対生成反応となるため、ガンマ線が円偏光していれば、発生する電子・陽電子対はスピン偏極する。つまり、円偏光アンジュレーターによるガンマ線を用いれば、スピン偏極した陽電子を得ることができ、始状態の厳密な定義が可能となる。

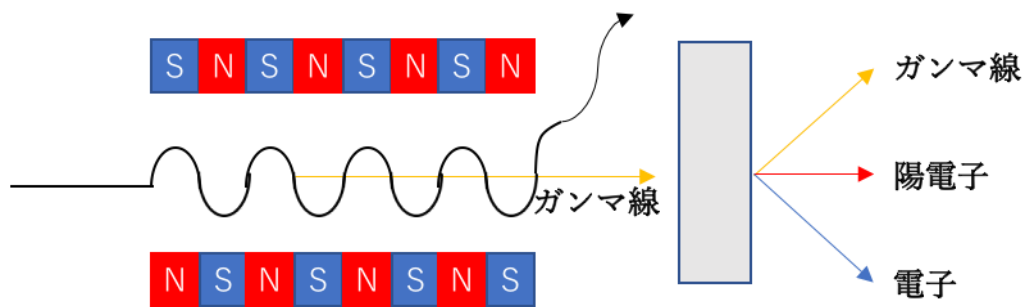


図 2.2 アンジュレーター方式。アンジュレーターから発生したガンマ線の対生成反応から陽電子を得る。

### 2-3 ILC の陽電子源

従来の加速器で用いられてきており、技術的に成熟しているという理由から、ILC 加速器は電子ビーム駆動方式による陽電子源を技術的バックアップとしている。電子ビーム駆動方式による ILC 陽電子源は、図 2.3 に示すように、駆動電子線形加速器、陽電子生成標的、陽電子捕獲セクション、シケイン、陽電子ブースター、そしてエネルギー抑制セクションから構成されている。

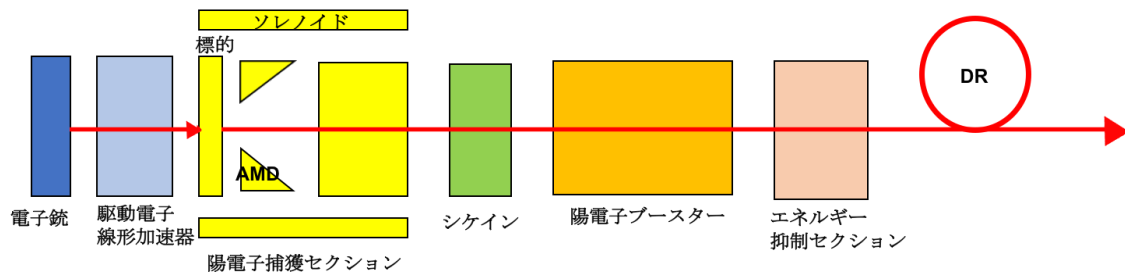


図 2.3 電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の概念図。

電子銃で生成された電子は、駆動電子線形加速器により加速され標的に入射する。典型的なエネルギーは数百 MeV ( $10^6\text{eV}$ ) から数 GeV( $10^9\text{eV}$ )程度である。

標的では電磁シャワーが発生し、発生した電子・陽電子は陽電子捕獲セクション

で横方向の運動量を抑えつつ 250MeV 程度まで加速される。その後エネルギー

が大きくずれた陽電子や電子をシケインで取り除き、陽電子のみを陽電子ブ

ースターで 5GeV まで加速する。加速された陽電子は、エネルギー抑制セクシ

ョンで DR のアクセプタンスを満たすようエネルギーの広がりを抑制され、DR

へ送られる。次章で、電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源のコンポーネントの詳細

を説明する。



### 第3章 電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源

本章では電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源について、シミュレーション結果を交えながら、その詳細について説明していく。今回の研究では電子ビームは所与のものと仮定し、詳細なシミュレーションはおこなっていない。陽電子生成部は GEANT4[1]、標的の下流からキャプチャーセクション出口は GPT(General Particle Tracer)[2]、キャプチャーセクション出口から ECS までは SAD(Strategic Accelerator Design) [3]を用いてシミュレーションを行った。GEANT4 はもともと粒子検出器のためのシミュレーションソフトであるが、高エネルギー粒子と物質との相互作用を詳細に再現することができる。GPT(General Particle Tracer) は、粒子トラッキングソフトウェアであり、磁場や電場などの様々なコンポーネント内における粒子の振る舞いを再現することができる。SAD (Strategic Accelerator Design) は、加速器の設計に特化したソフトウェアであり、非線形場を含む加速器の標準コンポーネント(加速管・四重極場など)を含むビームラインを通過する粒子を再現することができる。加速器設計に特化しているため、長大なビームラインを含む加速器を、比較的短時間で計算することができる。

今回のシミュレーションでは、キャプチャーライナックにおける入力 RF 位相は 2.0(rad)としている。これは、各部のパラメータの最適化について述べている参考文献[5]をもとに決定した。

### 3-1 電子銃・駆動電子線形加速器

電子銃は S-Band の RF 電子銃 [11] を使用する。RF 電子銃とは、加速電場を発生させる高周波空洞 (RF 空洞) 内部で、直接電子ビームを発生させる装置である。数 10MV/m から数 100MV/m という高い電場を発生させることができ、数 nC という大きな電荷を 10ps 以下の短い時間内に発生させることが可能となる。一つのバンチ電荷はおよそ 2.4nC、バンチ間隔は 6.15ns のマルチバンチ構造をとる。また、陽電子の生成・捕獲・加速は複数のバンチで行われる。これをパルス構造といい、それを模式的に図 3.1 に示す。

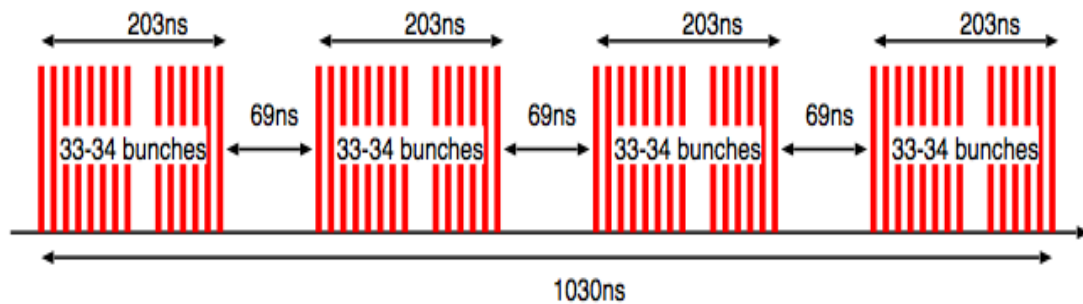


図 3.1 1 パルスあたりのバンチ構造[10]。4 つの MT を含んでいる。

バンチが等間隔で並んだ構造をミニトレイン(MT)とすると、一つのパルスには 3 つあるいは 4 つの MT を含み、1MT あたり 33 から 34 個のバンチを含んでいる。このパルスが 10 回から 20 回繰り返される。L-Band の RF 電子銃で発生させたビームは駆動電子線形加速器によって 3.0GeV まで加速される。ちなみに、このバンチは仮のパラメータであり、実際に必要な電子ビームバンチは後に定義する陽電子生成効率に基づき決定される。なお今回は、電子ビームの生成と加速については、シミュレーションは行なっていない。これは必要な電子ビームの性能は特に高度なものではなく、標準的なライナックで得られるものだからである。

## 3-2 陽電子生成標的

数 10MeV を超える高いエネルギーの電子ビームを標的に入射すれば電磁シャワーを生じる。電磁シャワーの成長は標的として選ばれた物質によって異なるが、放射長  $X_0$  を導入する事で物質によらない議論をすることができる。電子は物質中を進んでいく過程で相互作用によりエネルギーを失うが、そのエネルギーが初期値の  $1/e$  になる距離を密度で規格化したものが放射長である。放射長は近似的に以下の式(3.1)で表される。

$$X_0 \cong \frac{716.4 \times A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \text{ [g/cm}^2\text{]} \quad (3.1)$$

$A$  は質量数、 $Z$  は原子番号である。式(3.1)より、原子番号  $Z$  が大きくなると放射長は短くなることがわかる。放射長を実際の距離にするには  $X_0$  を密度で割る必要がある。一般的に原子番号  $Z$  が大きくなると、密度も大きくなるので、実際の長さで見た放射長は  $Z$  が大きくなるとさらに短くなる。放射長が短ければ効率的にシャワーが成長し、スポットの広がりも抑制されるので都合がよい。

標的の放射長で測った厚みが大きいほど電磁シャワーが成長し、多くの陽電子が生成されるわけではない。電磁シャワーが成長していくと粒子の平均エネル

ギーは小さくなり、それがクリティカルエネルギーと呼ばれる対生成反応を起こせない程度まで低下するとシャワーの成長は止まる。また、生成された粒子は物質にとらえられ損失するので、電磁シャワーが最大となるような放射長が存在する。この状態を Shower Max と呼び、放射長で測った Shower Max の位置は以下の式(3.2)で表される。

$$T_{max} = 1.01 \left[ \ln \left( \frac{E_0}{\epsilon_0} \right) - 1 \right] \quad (3.2)$$

ここで  $E_0$  は入射ビームのエネルギーで、 $\epsilon_0$  はクリティカルエネルギーである。

式(3.2)より、 $T_{max}$  は入射エネルギーに依存するものの、その関係は線形ではないため、エネルギーを変えても  $T_{max}$  は大きくは変化しないことが分かる。

Shower Max の位置は電磁シャワーが最大になる位置であるので、標的の厚さを  $T_{max}$  に合わせる事で生成する陽電子数を最大にすることができる。標的には原子番号が大きく、また密度や融点が高い物質が適しており、よく用いられる物質としてはタングステンが挙げられる。入射エネルギーを 3.0GeV 程度とするともっとも効率よく陽電子を生成することができる標的の厚さは  $4.7X_0$  程度となる。タングステンの場合  $X_0=0.35(\text{g}/\text{cm}^2)$  であり、密度は  $19.3(\text{g}/\text{cm}^3)$  であるので、最適な標的厚さは  $4.7 X_0=1.65\text{cm}$  となる。シミュレーションでは、ビーム

エネルギー3.0GeV, ビームの半径(RMS 値)は 2mm、バンチ長さ (進行方向) を 10ps とした。図 3.1 は横軸に  $x$ 、縦軸に  $y$  をとり、標的直後の粒子 (電子および陽電子) の実空間分布をしめしたものである。図 3.2 から、標的直後における陽電子の広がり(RMS)は 2.5mm 程度である。この値は入射電子ビームの値 2mm よりも大きい値である。これは、電子ビームが標的に入射し電磁シャワーを起こす過程で、横方向に広がっていくからである。図 3.3 は、横軸に  $x$ 、縦軸に  $\beta_x$ ( $x$  軸方向のローレンツベータ)をとり、粒子分布を示したものである。この図より、粒子は運動量空間で大きな広がりをもっていることがわかる。

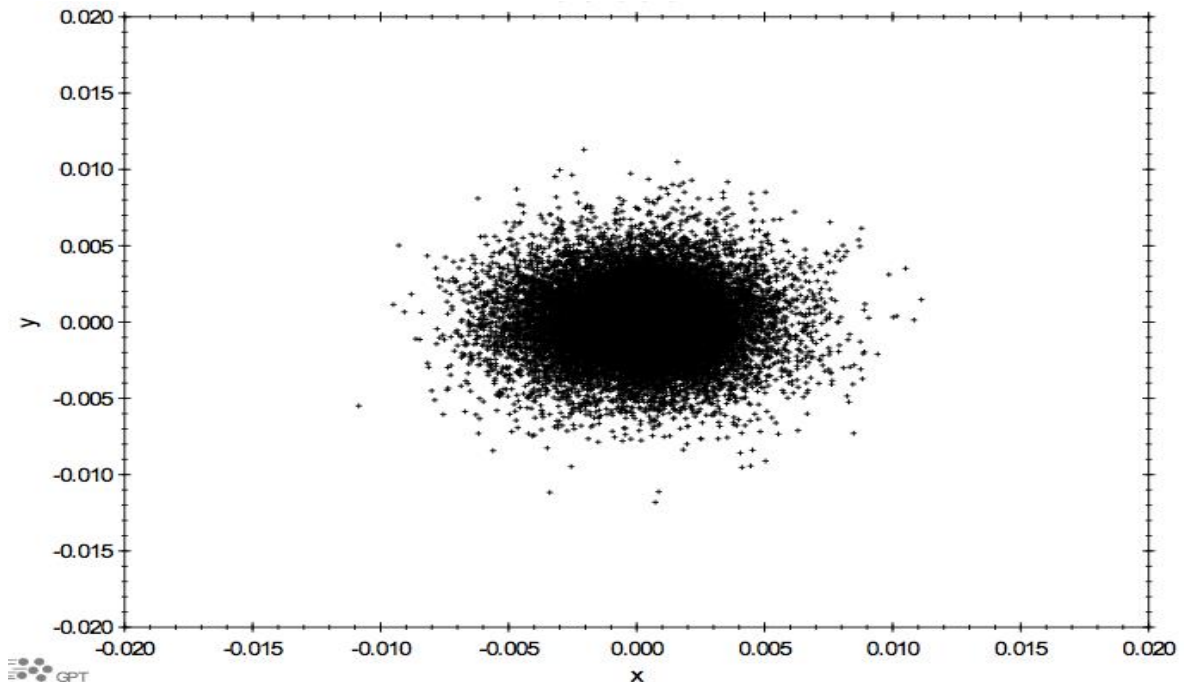


図 3.2 標的直後の粒子分布。縦軸は  $y$ (m),横軸は  $x$ (m)である。

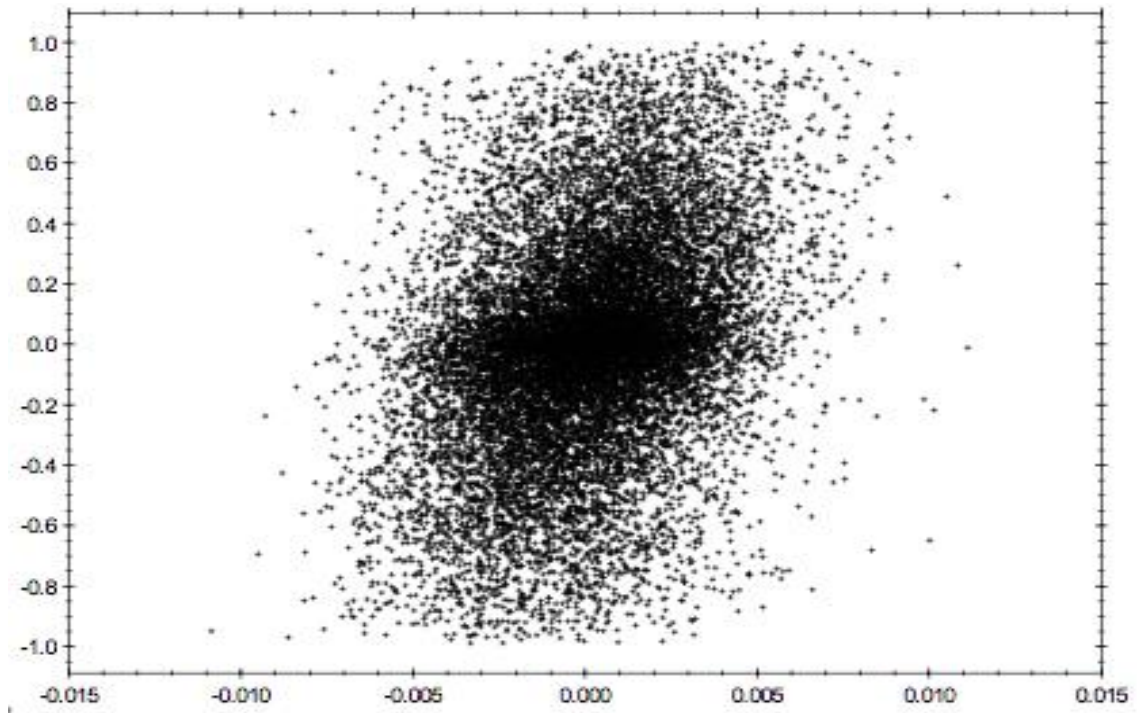


図 3.3 標的直後の粒子分布。縦軸は $v_x/c$ ,横軸は  $x(m)$ である。

### 3-3 陽電子捕獲セクション

図 3.2 で示されているように、生成された陽電子を含む粒子は運動量空間で大きく広がっている。この広がり、実空間におけるビーム径の増大をもたらす、粒子損失を生じる。そのため、陽電子の損失を防止するためには、なるべく素早く横方向運動量を抑制する必要がある。横方向運動量の抑制は、次に述べるように AMD(Adiabatic Matching Device)とそれに続くソレノイド磁場中に設置された定在波加速管により行う。標的から定在波加速管までの領域を陽電子捕獲セクションと呼ぶ。

#### 3-3-1 AMD

AMD(Adiabatic Matching Device)とは、進行方向の位置の関数として強さが変化するソレノイド状の磁場を発生させるデバイスである。陽電子生成部で生成された陽電子ビームは、ビーム径は比較的小さいが、横方向運動量が大きな広がりをもつ。加速のためには、径は多少大きくてもよいが、横方向運動量の広がり、横方向運動量は小さいほうがよい。AMD は断熱条件(adiabatic)のもとで磁場を変化させ、横方向運動量を抑制し、加速に適した位相空間分布とする(matching)ため、この名がある。AMD 内での  $z$  方向の磁場  $B_z$  は



$$B_z(z) = \frac{B_i}{1 + \mu z} \quad (3.3)$$

と与えられる。z=0 は標的出口、 $B_i$  はピーク磁場、 $\mu$  は磁場の変化を表すパラメータであり、 $m^{-1}$  の次元をもつ。AMD の長さを L とすると、z=L での磁場  $B_f$  は

$$B_f = B(L) = \frac{B_i}{1 + \mu L} \quad (3.4)$$

となる。Z>L では、この磁場を捕獲セクションの線形加速器にわたり維持する。AMD を通過する粒子は常に径方向にキックを受けるため、横方向の運動量は徐々に低減していく。この運動には

$$\int \sum_i p_i dp_i = \frac{\pi p_t^2}{eB} \quad (3.5)$$

という断熱不変量が存在し、これより磁場がゆっくり変動する場合には

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} = \frac{p_{t0}^2}{B_i} \quad (3.6)$$

という関係式が成り立つ。Pt は t 秒後の位置 z での運動量、 $p_{t0}$  は標的出口において磁場がピーク磁場  $B_i$  をとる時の運動量である。式(3.6)より運動量  $p_t(z)$  と軌道半径  $\rho(z)$  は

$$p_t(z) = \sqrt{\frac{B(z)}{B_i}} p_{t0} \quad (3.7)$$

$$\rho(z) = \frac{1}{e\sqrt{B(z)Bi}} p_{t0} \quad (3.8)$$

となる。式(3.7)(3.8)より、 $B(z)$ が小さくなると軌道半径 $\rho(z)$ は大きくなるが、横方向の運動量は減少するため軌道半径の増大は抑制される。その後捕獲線形加速器にわたり磁場は一定なので、加速を考えなければ軌道半径は一定になるが、実際には加速されるため、断熱減衰の原理から軌道半径は  $1/\sqrt{\gamma}$  で減衰する。ここで  $\gamma$  はローレンツ因子である。粒子損失を起こさないためには、標的直後の軌道半径の二倍が加速管の開口径よりも小さくなっていることが求められる。

また AMD での磁場変化は断熱的、すなわち粒子の回転運動の周期よりも長くなければならない。縦方向の運動量が大きすぎる場合、x-y 面内の回転運動に対する磁場変化が急激になり、断熱変化ではなくなってしまう。そのため、縦方向の運動量は

$$pz < 0.5 \frac{eBi}{\mu} \quad (3.9)$$

を満たす必要がある。図 3.3 は今回用いた AMD 磁場プロファイルである。最大磁場は 5.0(T)で、キャプチャーライナックの 0.5(T)のソレノイドに接続する。長さは 0.219(m)である。

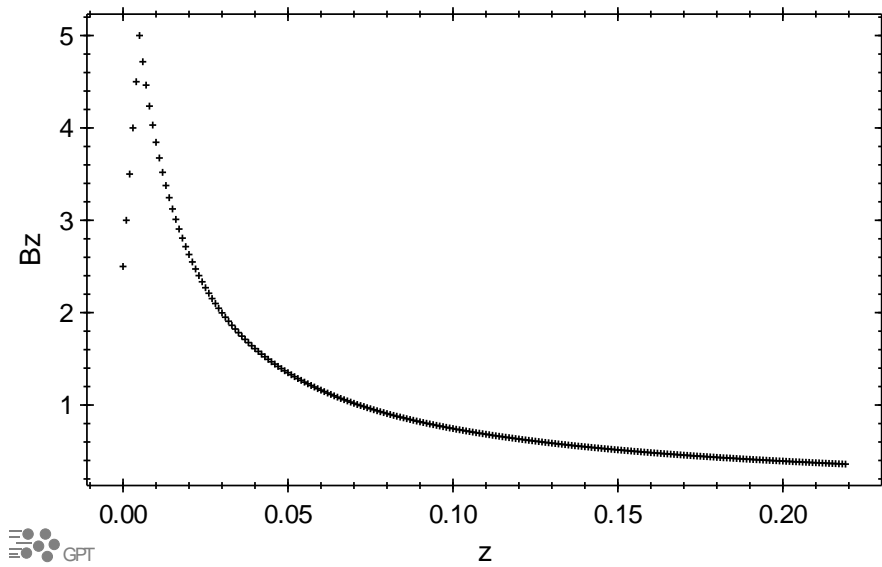


図 3.4 AMD 磁場プロファイル。今回の GPT によるシミュレーションではこの磁場を持つ AMD を用いた。

図 3.5 に AMD 出口における  $x$ - $y$  空間における粒子分布を示す。図 3.2 と比べると、AMD を通過することで実空間での分布が RMS にして 2.5mm から 4.5mm

に拡大している。図 3.6 に同じ場所での  $x$ - $v_x/c$  空間での粒子分布を示す。図 3.3

と比べてみると、運動量空間における広がりが RMS にして 0.352 から 0.182

と、大幅に抑制されていることがわかる。

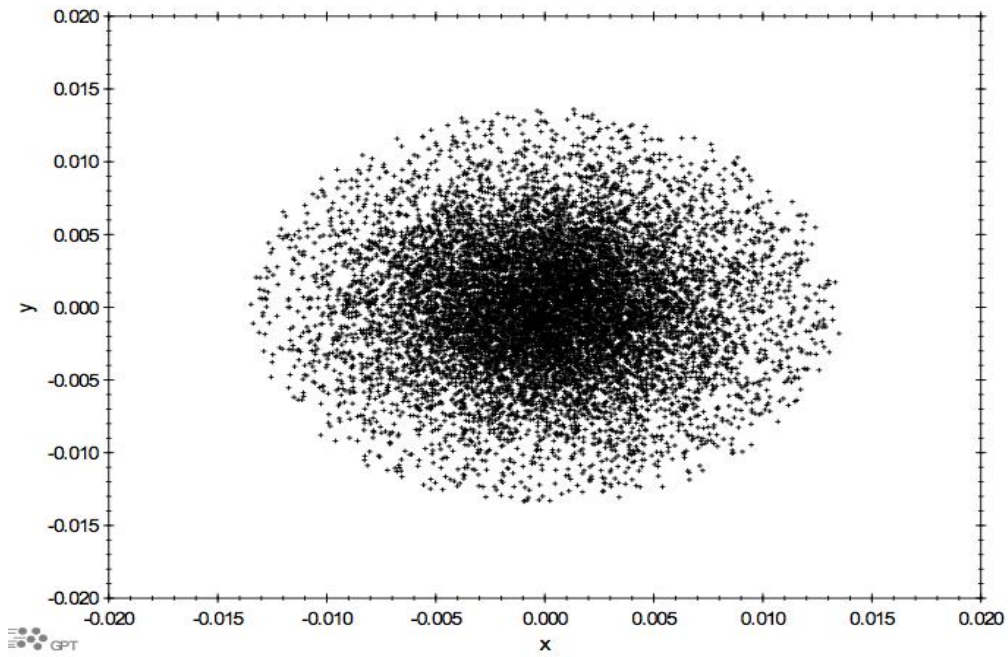


図 3.4 AMD 後の粒子分布。縦軸は  $y(m)$ ,横軸は  $x(m)$ である。

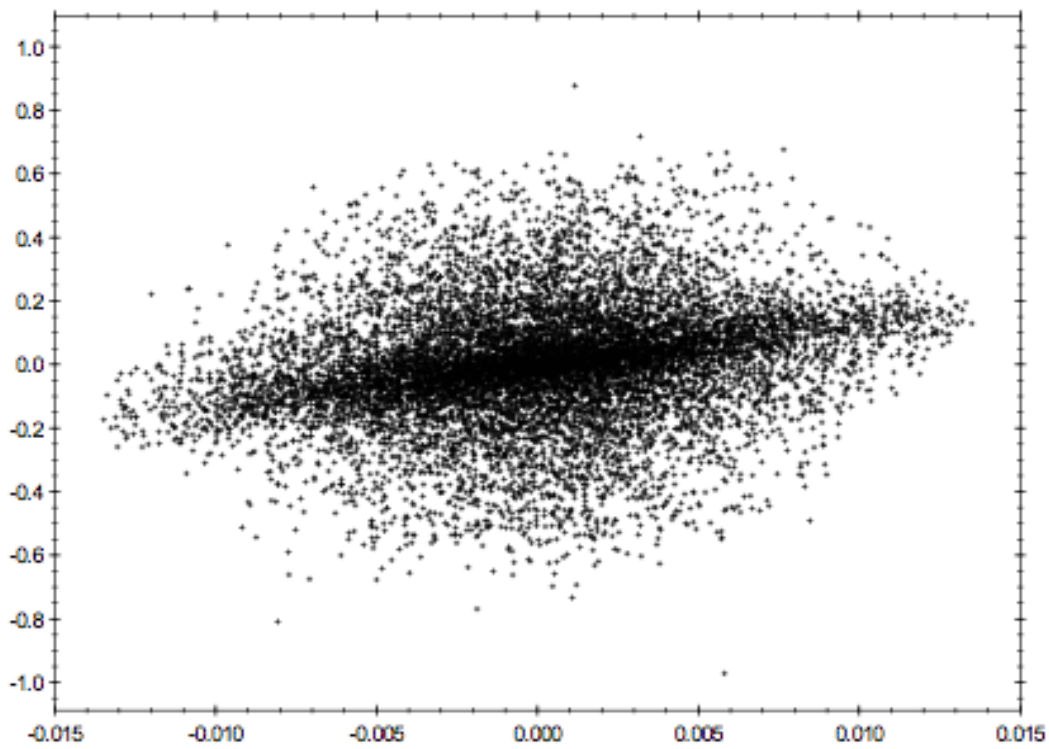


図 3.5 標的後の粒子分布。縦軸は  $v_x/c$ ,横軸は  $x(m)$ である。

### 3-3-2 キャプチャーライナック

AMD を通過した粒子は、 $B_z=0.5(T)$  のソレノイド中に設置された定在波加速管によって 250MeV 程度まで加速される。1 本の加速管は 11 セルで構成されており、36 本の加速管により所定のエネルギーまでの加速を行う。図 3.6 に、加速管の断面図を示す。加速周波数は 1.3GHz、加速勾配は 25MV/m、aperture は 3.0cm である。

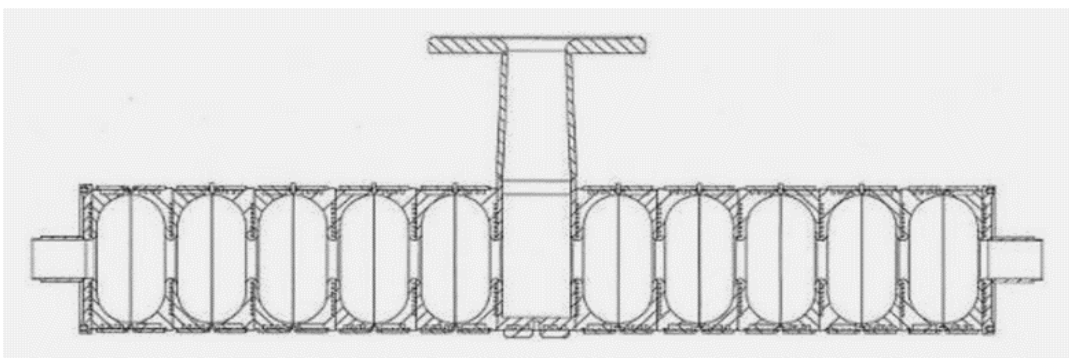


図 3.7 11 セル L-Band 定在波加速管

キャプチャー空洞では定在波加速管を使用するのだが、キャプチャーセクションでは、まだ電子や最終的に失われる陽電子が含まれるため、ビーム加速に起因する加速電場の減少や変動、すなわちビームローディングが深刻である。加速電場の変動をもたらす過渡的ビームローディングは捕獲率のパルス内での変動を生じるため、抑制することが必要である。また、ビームローディングにより加速電場が大幅に低減するため、ビームローディングを含んだ低い加速電場により、捕獲率を求める必要がある。そのためには、ビームローディングをきちんと定式化し、正確な加速電場を求める必要がある。

加速管全体を一つの共振空洞とみなした単セルモデルによると、定在波加速管に発生する加速電圧は、 $t=0$  で RF の入力を開始し、 $t=t_{opt}$  でビーム加速を開始したとすると、以下の式(3.10)で表される。

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_0 r L}}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \frac{rIL}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_{opt}}{\tau}}\right) \quad (3.10)$$

ここで、 $\beta$  は入力 RF の結合度、 $P_0(W)$  は入力 RF パワー、 $r(\Omega/m)$  はシャントインピーダンス、 $L$  は加速管の長さ、 $I$  はビーム電流、 $t_{opt}$  はビームの入射時刻である。また  $T_0$  は

$$\tau = \frac{2Q}{\omega(1+\beta)} \quad (3.11)$$

のように  $Q$  と  $\omega$  によって決まる定数であり、空洞の時定数である。式(3.10)の第一項は入力 RF による加速項で、第二項はビームローディングによる減速項である。すなわち、入力 RF により電場は上昇していくが、ビーム加速を開始すると加速によりエネルギーが奪われるため電場は減少する。マルチバンチ、すなわち複数のバンチを加速する場合、この電圧が時間的に変化すると、各々のバンチの加速エネルギーが均一とならないため、都合が悪い。しかしここで、式(3.10)の第一項と第二項は同じ時定数を持つため、適当な条件により加速電圧  $V(t)$  を時間的に一定にすることができる。具体的には、ビームの入射タイミングを調整する。式(3.10)を時間で微分すると、

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{2\sqrt{\beta P_0 r L}}{1+\beta} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{r I L}{1+\beta} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t-t_{opt}}{\tau}} \quad (3.12)$$

を得るので、ビーム入射時刻  $t_b$  を

$$t_{opt} = \tau \ln \left( \frac{2}{I} \sqrt{\frac{\beta P_0}{r L}} \right) \quad (3.13)$$

とすると、加速電圧は一定となる。この時の電圧は

$$V = \frac{2\sqrt{\beta P_0 r L}}{1 + \beta} \left( 1 - \frac{I}{2} \sqrt{\frac{r L}{\beta P_0}} \right) \quad (3.14)$$

となる。ここで、加速管を通過したビームが得るエネルギー  $IV$  が最大となる

電流値  $I_{\max}$  を  $I$  の最適値とすると[4]より

$$I_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\frac{2\sqrt{\beta P_0 L r}}{1 + \beta}}{\frac{I L r}{1 + \beta}} = \sqrt{\frac{\beta P_0}{r L}} \quad (3.15)$$

となる。 $I$  が最適値をとる場合

$$\begin{aligned} t_{\text{opt}} &= \tau_0 \ln \left( \frac{2}{I_{\max}} \sqrt{\frac{\beta P_0}{r L}} \right) \\ &= T_0 \ln(2) \end{aligned} \quad (3.16)$$

となる。ここで

$$V_{\max} = \frac{2\sqrt{\beta P_0 r L}}{1 + \beta} \quad (3.17)$$

とすると、

$$V(t) = \begin{cases} V_{\max} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), & (0 < t < t_{\text{opt}}) \\ \frac{1}{2} V_{\max} & , \quad (t > t_{\text{opt}}) \end{cases} \quad (3.18)$$

となる。図 3.8 に単セルでビームローディングを仮定した加速管の加速勾配を

示す。黒色の線はビームローディングがない場合の加速電圧、赤色の線がビー



ムローディングによる電圧減少、青色の線が両者の和であるビームローディングがある場合の空洞電圧を示している。

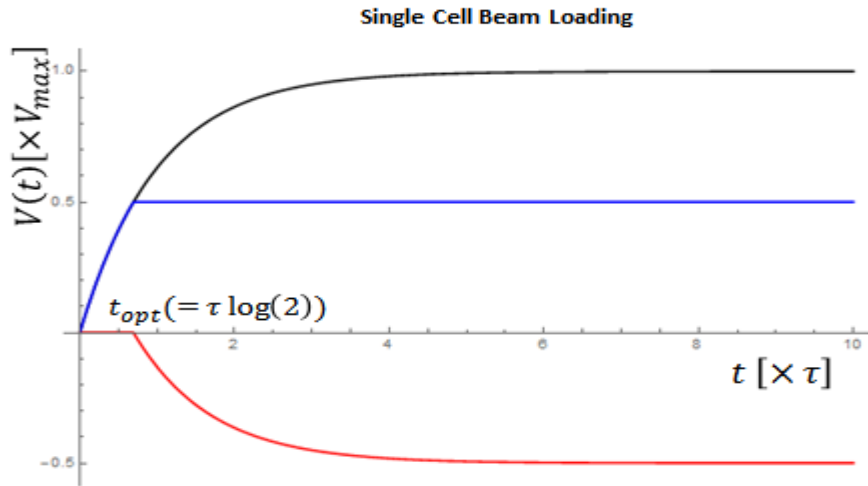


図 3.8 単セルでビームローディングを仮定した加速管の加速勾配[4]。このようにして、ビームローディングを補正することで一定の加速勾配を得ることができる。

また、加速電圧  $V(t)$  を最大にするベータは、

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = \left( \frac{1}{2\sqrt{\beta}(1+\beta)} - \frac{\sqrt{\beta}}{(1+\beta)^2} \right) 2\sqrt{P_0 L r} + \frac{I r L}{(1+\beta)^2} \quad (3.19)$$

より、

$$\sqrt{\beta} = \frac{I r L + \sqrt{(I r L)^2 + 4 P_0 L r}}{2\sqrt{P_0 L r}} \quad (3.20)$$

となる。以上の議論は、空洞全体を単独のセルとして考えた場合のものである。実際の加速空洞は、11セルから成り立っているため、複数のセルが結合したマルチセルモデルにより加速勾配およびビームローディングを評価しなくてはならない。その詳細はこの論文のレベルを超えるためここでは述べないが、参考文献[9]に述べられている。ビームローディング電流が大きくなると、加速電圧は減少し、さらに最大加速電圧を与える $\beta$ も大きくなる。シミュレーションではRF入力パワーを22.5MW、 $\beta=8.0$ とし、ビームローディング電流により各加速管での加速電圧を決定した。ビームローディング電流は場所により異なるが、キャプチャーライナックでは1.5-2.0A程度である。図3.8にGPTによるシミュレーションを行う際に仮定しているビームローディング電流を示す。横軸に標的からのビーム進行方向にそった距離、縦軸にビームローディング電流(A)を表示したものである。標的直後では、電子と陽電子が交じり合っているため、ビームローディング電流は小さいが、電子と陽電子が各々加速位相に集群されると、急激に増大する。その後、粒子損失により若干減少する。

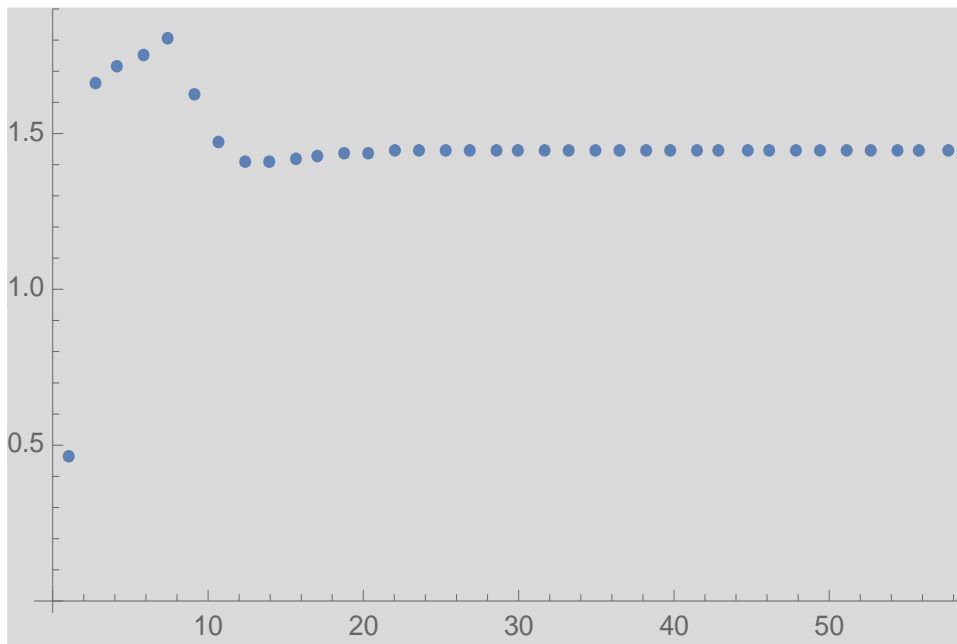


図 3.9 GPT スクリプト上に組み込まれているビームローディング電流。横軸は標的からのビーム進行方向にそった距離(m)、縦軸はビームローディング電流(A)である。

以下にキャプチャーライナックでの実空間の粒子分布を示す。ビームは加速される過程で断熱減衰によりそのビーム径を減少させるため、加速の前後で図のように実空間の粒子分布が変化する。ビームサイズ(RMS)にして、1.18cm から 1.01cm まで減少する。

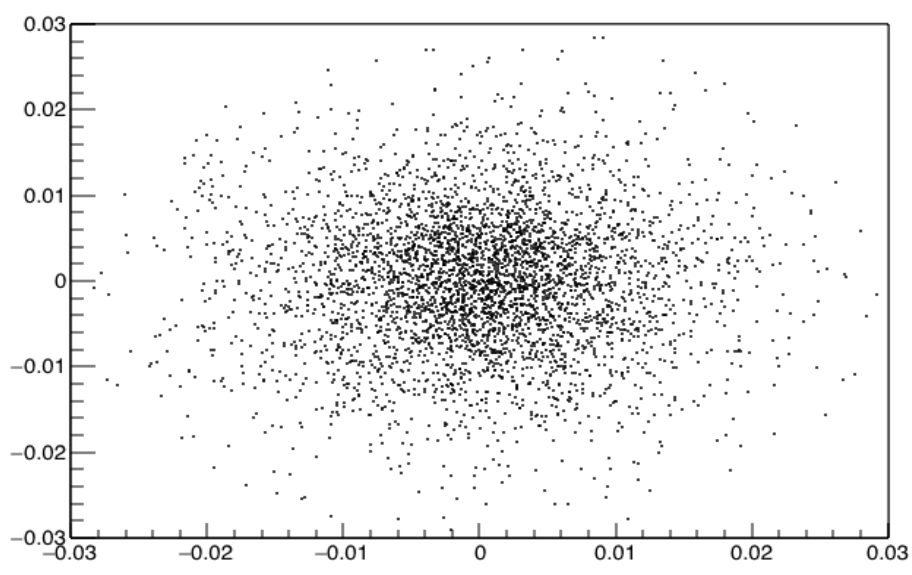


図 3.10 5ns 後の粒子分布。縦軸は  $y(m)$ ,横軸は  $x(m)$ である。

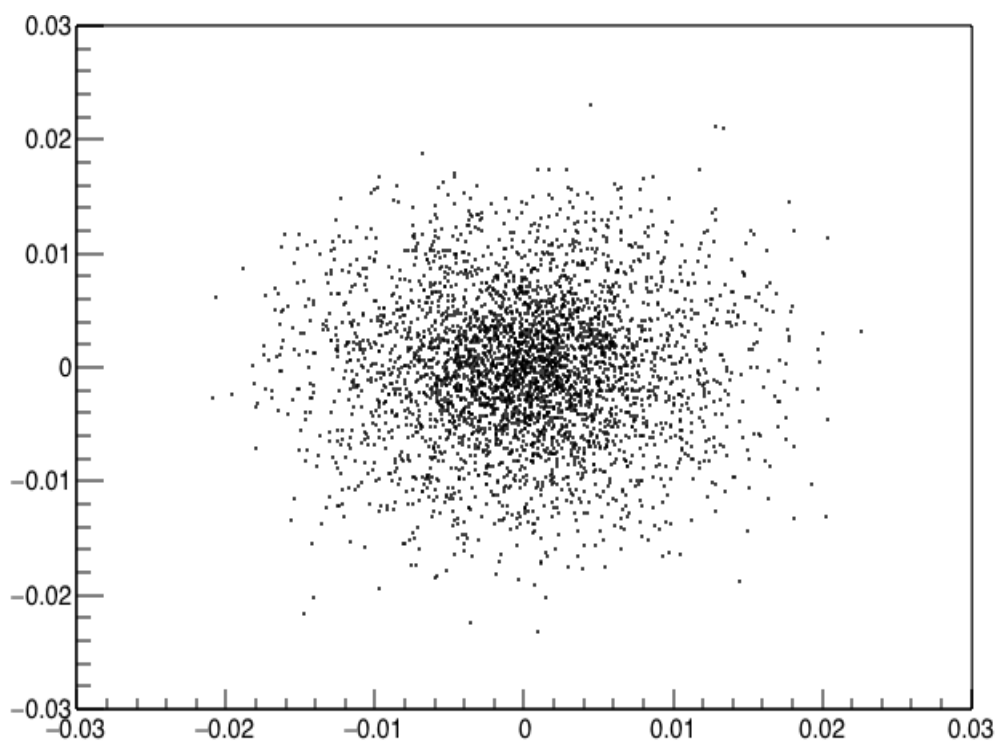


図 3.11 195ns 後の粒子分布。縦軸は  $y(m)$ ,横軸は  $x(m)$ である。

### 3-4 シケイン

図 3.11 でしめされているように、シケインは 4 つの二重極磁場から構成されている。標的で生成された電子・陽電子は、電荷は違うものの、共にソレノイドで収束され、キャプチャーセクションでは  $\pi$  ずれた RF 位相によって加速される。このままキャプチャーセクション後にブースターを設置してしまうと、陽電子と電子ともに 5GeV まで加速される。電子は電荷が異なるため、DR へのビーム輸送ラインで失われる。その際、5GeV という高エネルギーの電子線は輸送ラインの一部を強く放射化し、放射線防護の観点から望ましくない。さらに、不要な電子の加速にエネルギーを使うため、効率の観点からも望ましくない。そのため、電子を早くに取り除くために、ブースター前にシケインを設置している。電子は、電荷の違いから磁場をかけると陽電子とは逆方向に曲が

るため、シケインを通過することはできない。また、陽電子もエネルギーの違いにより異なった軌道を描く。エネルギーの高い陽電子の曲率は小さくなるため、シケイン内を通過するときの軌道は短くなり、逆にエネルギーが小さい陽電子は曲率が大きくなるため、通過する軌道は短くなる。このような曲率の違いを利用し、エネルギーが大きくずれている陽電子も取り除くことができる。

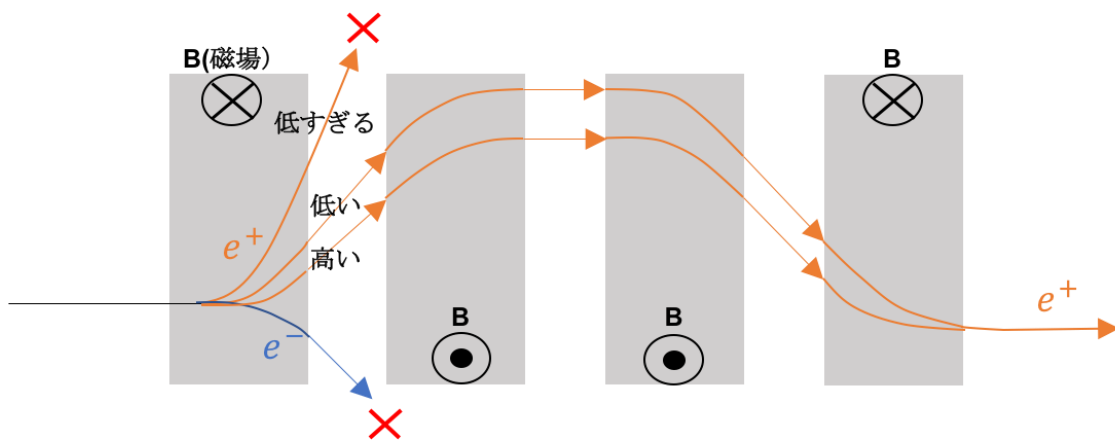


図 3.12 シケインの模式図。電荷の違いから、青線で示す電子は陽電子と逆方向に曲がるため、壁に衝突し消滅する。

以下に、シケイン前後での粒子分布を示す。図 3.13 がシケイン前の粒子分布、図 3.14 がシケイン後の粒子分布である。エネルギーの低い陽電子、つまり図 3.13 において右下に存在する粒子は曲率が大きく、他の粒子から遅れるため図 3.14 ではテールが伸びている。逆に、図 3.13 において左上に存在するエネルギー

一の大きい粒子は曲率が小さいため先行し、 $z$  軸上で正の方向に粒子が移動している。全体的に見れば、シケインの前後で  $Z=0$  付近に多くの粒子が存在する形に分布が変形している。

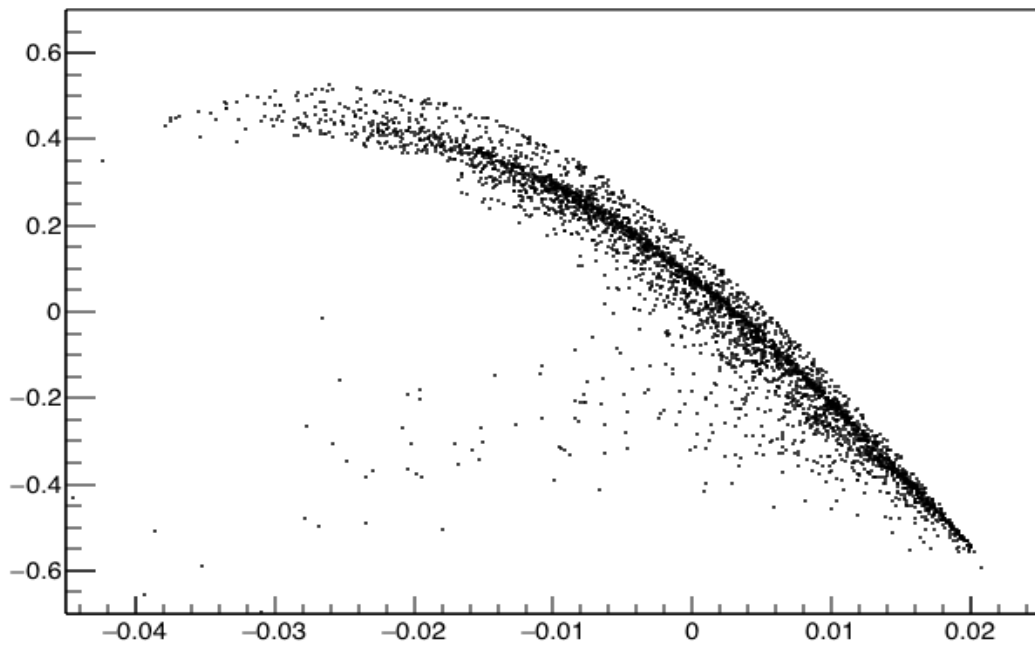


図 3.13 シケイン前の粒子分布。縦軸は  $\delta$ 、横軸は  $Z$  である。

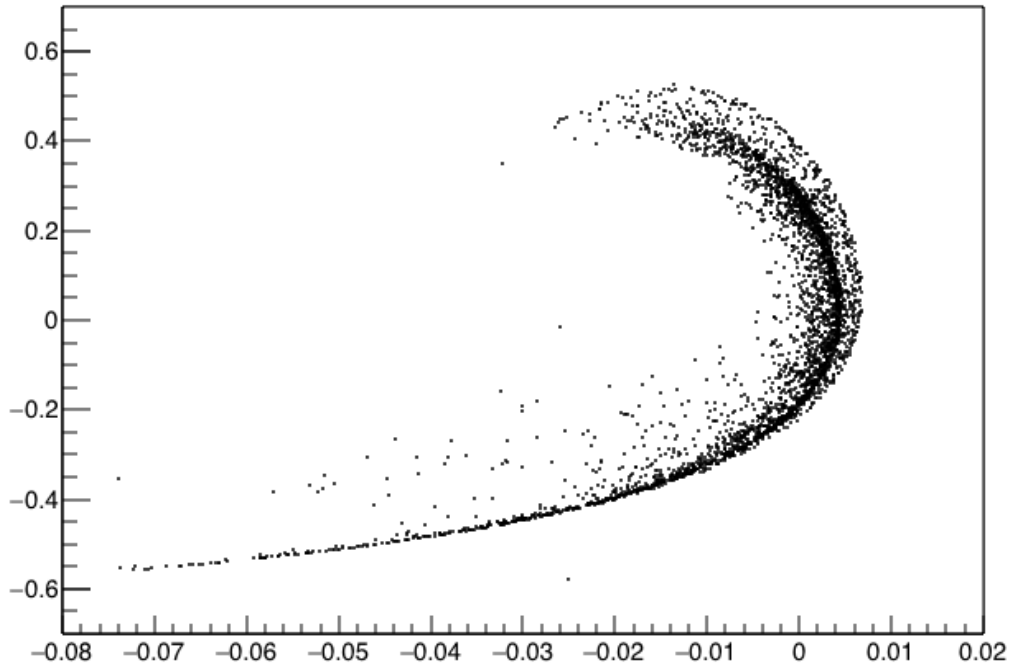


図 3.14 シケイン後の粒子分布。縦軸は  $\delta$ 、横軸は  $Z$  である。

### 3-5 陽電子ブースター

陽電子ブースターで、陽電子を 5GeV まで加速する。陽電子ブースターは L-Band と S-Band の二つの進行波型の常伝導加速管で構成されている。表 1 に各々の加速管のパラメータを示す。

加速管の種類	S-band	L-band
アイリス半径(m)	0.010	0.017
加速勾配 (MeV/tube)	25.49	17.38



周波数(MHz)	2600	1300
長さ(m)	1.959	2.0

表1 それぞれの加速管のパラメータ。

加速器では、ビームに適切な横方向収束力を与え、ビーム径を保ちながら加速を行う必要がある。横方向収束力は異なる符号の四重極磁場をならべることで実現できる。その配置の仕方をラティスと呼ぶ。もっとも典型的なラティスは FODO セルと呼ばれ、F(Focusing) O(Open space) D(Defocusing) O(Openspace) から成り立つ。O の場所に加速管を配置する。陽電子ブースターでも FODO ラティスを採用している。すでに述べたように、ビーム径は加速により徐々に減少していくので、一定の収束力を仮定するとブースターの入り口ではビーム径は大きく、出口付近ではビーム径は小さくなる。粒子損失を防ぐためには、ブースター上流で収束力を強めてビーム径を抑えるのがよい。また、上流部にはアイリス径の大きい L-band 加速管を、下流部にはアイリス径の小さい S-band 加速管を使用する。以上の理由から、最初の 14 個の FODO のラティスは 4 つの四重極磁場と 1 つの L-band 加速管から、次の 29 個の FODO のラティスは 4 つの四重極磁場と 2 つの L-band 加速管から、その次の 18 個の FODO のラティス

は4つの四重極磁場と4つのL-band加速管から、その次の23個のFODOのラティスは4つの四重極磁場と4つのS-band加速管から構成されている。加速効率やユニットなどの製造コストはS-bandのほうが優れているため、S-bandの小さいアイリス径でも粒子損失が気にならない下流部で、S-bandを採用している。

ここで、進行方向の位相空間分布を、 $\delta, Z$ を以下のように定義し、SADによるシミュレーションにより得た粒子分布を示す。

$$\delta = \frac{E_i - E_{ave}}{E_{ave}} \quad (3.21)$$

$$Z = z_i - z_{ave} \quad (3.22)$$

ここで、 $E_i$ は*i*番目の粒子のエネルギー、 $E_{ave}$ は全粒子のエネルギーの平均、 $z_i$ は*i*番目の粒子の位置、 $z_{ave}$ は平均位置である。

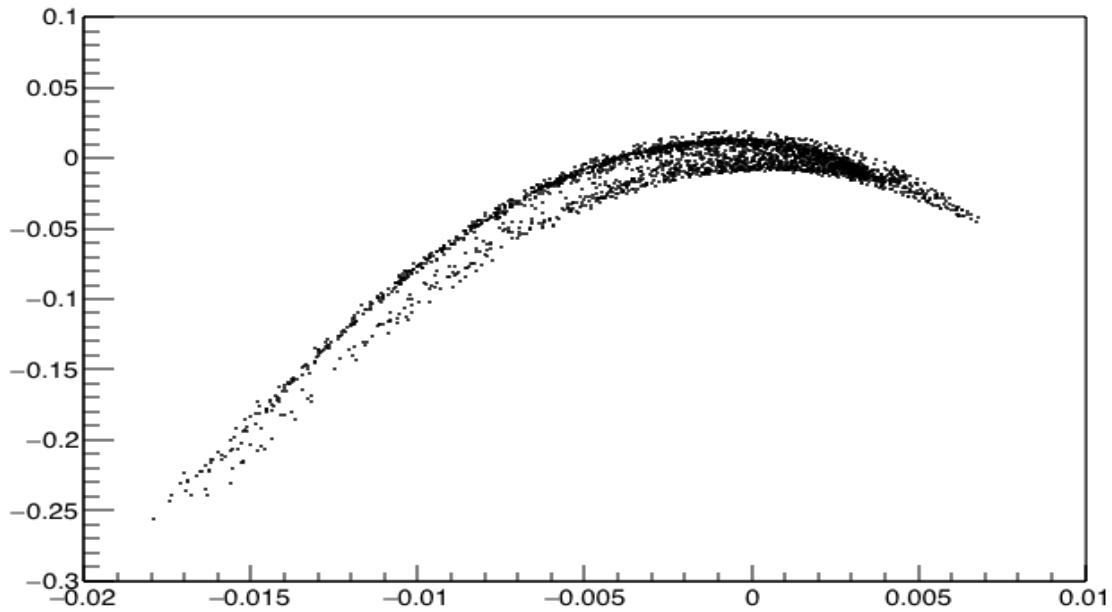


図 3.15 ブースター出口での粒子分布。縦軸は  $\delta$ 、横軸は  $Z$  である。

図 3.15 にブースター出口での粒子分布を示す。図 3.15 から、ブースター出口では、エネルギーは  $z$  に強く依存することがわかる。これは、加速が高周波によるため、その正弦波の曲率に相当する加速勾配の依存性を示している。 $z = 0, \delta = 0$  付近が最大電場を与えるクレストに相当する。また、分布の  $\delta$  方向の広がり、ブースター入り口でもともと粒子分布が有していたエネルギー広がり由来する。これより、ブースター出口でのエネルギー広がり、ブースター入り口でもともと粒子分布が持っていたものよりも、RF 曲率によるものが格段に大きいことがわかる。生成した陽電子は最終的に DR に入射されるが、その時のエネルギー幅のアクセプタンスは全幅にして 1.5% である。図 3.15 か

らエネルギー広がり裾の部分まで含めると 20%以上となっており、このままでは明らかに DR へと入射できない。この問題は ECS で解決する。

### 3-6 エネルギー抑制セクション(ECS)

ECS(Energy Compressor Section)では、加速によって生じたエネルギーの広がりを圧縮し、DR への入射効率の改善を行う。DR の進行方向位相空間におけるアクセプタンスは、全幅で  $z=0.07\text{m}$ 、 $\delta=0.015$  と定義されている。より厳密には [6]

$$\frac{(\delta - \bar{\delta})^2}{0.0075^2} + \frac{(z - \bar{z})^2}{0.035^2} < 1$$

である。DR のアクセプタンスは、L-band や S-band の RF の曲率と比較すると、長さ方向に対してエネルギー方向がとても小さい。加速された粒子は RF 曲率由来のエネルギーの広がりを持つため、このままでは DR のアクセプタンスにマッチしない。そのため、ECS で粒子の分布を位相空間上で回転させることで、エネルギーの広がりを抑え DR のアクセプタンスを満たすようなビームに変形していくのである。ECS は 3 つのシケインと RF 加速空洞からなる。シケインでは、セクション 3-4 で述べたように、エネルギーの大きい粒子が先行し、逆に小さい粒子は遅れる。よってシケインを通過した粒子にはエネルギーに依存して、 $z$  方向に差が生まれる。次にビーム中心を加速 RF のゼロクロス

に乗せる。これにより、シケインで先行した粒子を減速し、かつ遅れた粒子を加速することができるためエネルギーの広がりを抑えることができる。以上のビーム輸送を行列で表すと以下のようなになる。輸送行列では $(z, \delta)$ ベクトルに対する行列演算により、ビーム輸送を表す。シケイン及び RF 空洞の行列要素は

$$M_d = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$M_{RF} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_{65} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

と表される。 $R_{56}$  と  $R_{65}$  は ECS における momentum compaction とエネルギー変動である。ECS 通過後の $(z, \delta)$ は、ECS 通過前の $(z_1, \delta_1)$ を用いて

$$\begin{pmatrix} z \\ \delta \end{pmatrix} = M_{RF} M_d \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ R_{65} & R_{56} R_{65} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

と表される。ここで  $R_{56}$  と  $R_{65}$  が整合条件

$$R_{56} \times R_{65} + 1 = 0 \quad (3.26)$$

を満たすとし、 $R_{56}=R$  として表示すると

$$\begin{pmatrix} z \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 + R\delta_1 \\ -z_1/R \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

と表せる。式(3.27)を逆に解くことで、ECS の入り口でのアクセプタンスを求めることができる。以下に、SAD によるシミュレーションにより得た ECS 前後での  $\delta$ - $z$  空間の粒子分布を示す。ECS 通過後は、 $z$  方向の広がりは大きくな

ったもののエネルギーの広がりが抑えられ、DR のアクセプタンスを満たすよ  
う位相空間上で粒子分布が変形されていることが以下の図より分かる。

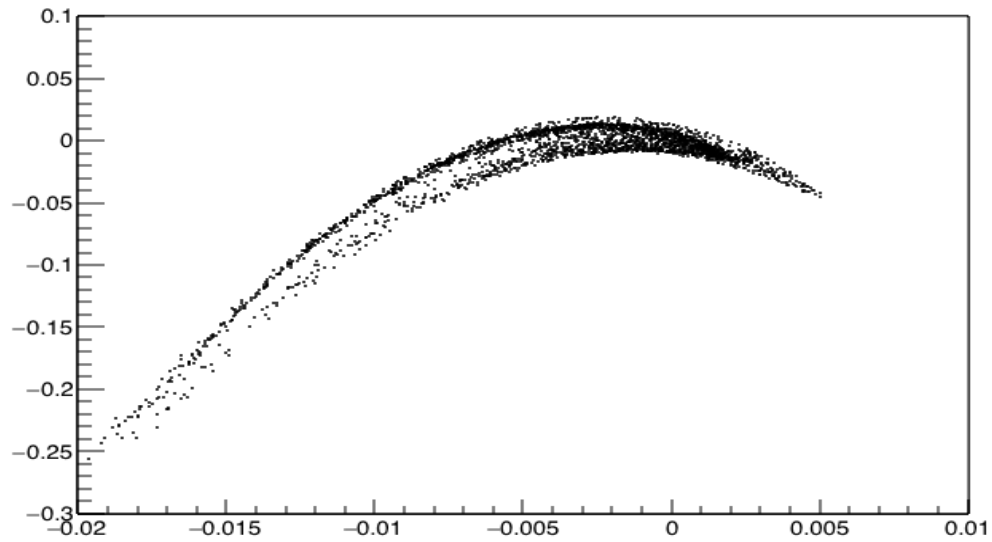


図 3.16 ECS 入り口での粒子分布。縦軸は  $\delta$ 、横軸は  $Z$  である。

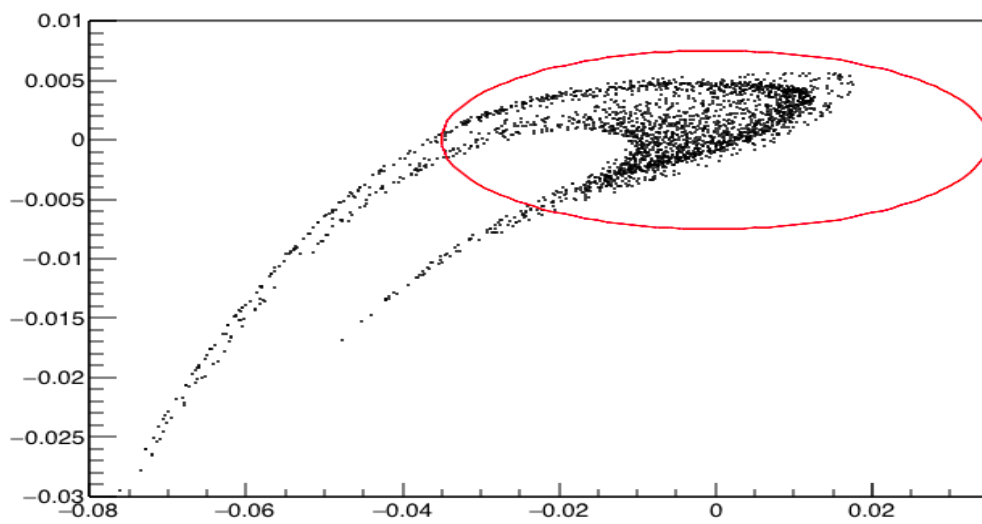


図 3.17 ECS 出口での粒子分布。縦軸は  $\delta$ 、横軸は  $Z$  である。赤線で書かれ  
た楕円の中に含まれる粒子は、DR の縦方向の入射条件を満たす粒子である。

### 3-7 DR への入射と陽電子生成効率

捕獲陽電子とは、発生した陽電子のうち損失することなく ECS 出口までたどり着き、かつ DR への入射条件を満たすものをいう。生成率 (陽電子生成効率) は捕獲陽電子数を入射した電子数で割った以下の式(3.17)で定義する。

$$\text{陽電子生成効率} \equiv N_{e^+}/N_{e^-} \quad (3.28)$$

ここで、 $N_{e^+}$  は捕獲電子数、 $N_{e^-}$  は入射電子数である。蓄積リング内で、粒子は進行方向及び横方向に振動しながら一定の軌道の周りを周回する。この時、振動の振幅がある値を超えると、粒子は不安定となり、失われる。この最大振幅のことをダイナミックアパーチャーと呼ぶ。粒子は DR 内に蓄積された後ライナックに送られるのだが、このダイナミックアパーチャーを満たしている粒子でないと、DR 内を周回しているうちに失われるため加速用ビームとして使えない。よって捕獲電子数は DR のダイナミックアパーチャーを満たすものとして定義している。DR のダイナミックアパーチャーは、すでに述べた進行方向に加え、横方向位相空間において[6]

$$\gamma \times A_x + \gamma \times A_y < 0.07 \quad (3.29)$$

である。 $A_x$  と  $A_y$  は Action と呼ばれる量で、 $x$ - $p_x/p$  などの位相空間において、中心からの距離に相当する量である。 $\gamma$  はローレンツ因子である。 $A_x$  と  $A_y$  は twiss parameter ( $\alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y, \gamma_x, \gamma_y$ ) を用いて

$$A_x = \gamma_x x^2 + 2\alpha_x x \dot{x} + \beta_x \dot{x}^2 \quad (3.30)$$

$$A_y = \gamma_y y^2 + 2\alpha_y y \dot{y} + \beta_y \dot{y}^2 \quad (3.31)$$

と表される。 $\dot{x}, \dot{y}$  はそれぞれ  $x, y$  を軌道長  $s$  に関して微分した値である。

図 3.17 の例だと、DR のアパーチャーに入った陽電子のマクロ粒子の数は 2054 である。一方、標的に入射した電子のマクロ粒子の数は 1000 であるので、生成率は 2.054 である。

## 第 4 章 ビームローディングの低減

本研究では、すでに述べたように、陽電子生成方法として、電子ビーム駆動方式を仮定している。電子ビーム駆動方式では、陽電子生成標的の熱的な破壊が問題となるため、入射電子数あたりの陽電子の生成率を最大化することが、第一の課題となる。さらに、加速効率を高めるため、生成された陽電子を捕獲し、加速する陽電子源において、必要な陽電子を保持し、一方で電子や最終的



に捕獲されない陽電子を早い段階で取り除く必要がある。以下、それを詳しく説明する。

付録 A-2、A-3 で説明しているように、高周波加速器には定在波型と進行波型が存在する。ここでは進行波型加速管を例にとって説明する。ある入力パワー  $P$  を加速管に入力したさいの加速電圧は[12]

$$V = \sqrt{e_2 P L r} - \frac{I r L}{2} \left( 1 - \frac{2\tau e^{-2\tau}}{e_2} \right) \quad (4.1)$$

とあらわされる。ここで  $I$  はビームローディング電流、 $r(\Omega/m)$  はシャントインピーダンス、 $L$  は加速管の長さ、 $\tau$  は減衰定数である。第 1 項は入力電圧、第 2 項はビームローディングによる減衰項である。 $e_2$  は

$$e_2 = 1 - e^{-2\tau} \quad (4.2)$$

である。加速電圧はこのようにパワーとビームローディング電流の関数である。ビームローディング電流とは、

$$I_{bl} = \frac{1}{\Delta t} \sum q_i \cos(\omega t - k z_i + \varphi_{RF}) \quad (4.3)$$

と定義される。ここで、 $q_i$  は粒子の電荷、 $z_i$  は粒子の位置、 $\omega$  は高周波の周波数、 $k$  は高周波の波数、 $\varphi_{RF}$  は入力 RF 位相である。すなわち、ビームローデ

ング電流とは、ビーム電流について、加速 RF に対する位相により重みをつけた電流である。加速位相に乗っているビームは加速電場を減少させ、減速位相に乗っているビームは加速電場を増加させる。加速電場はビームローディングの量によって変化する。

ビームローディング電流のうち、最終的に DR のアクセプタンス内に入る陽電子による成分  $I_0$  と、最終的にどこかで失われる陽電子や電子による  $I_1$  があるとす。すなわち  $I=I_0+I_1$  である。式(4.1)より、余計な電流が  $I_1$  増えることによる加速勾配の変化は

$$dV = \frac{dV}{dI} I_1 = -\frac{rL}{2} \left( 1 - \frac{2\tau e^{-2\tau}}{e_2} \right) I_1 \quad (4.4)$$

となる。すなわち、余計なビームローディング電流  $I_1$  があることで、加速勾配は減少する。それだけ加速ユニット数を増やし、加速器を長くしないといけない。

本研究では、陽電子捕獲セクションへ、アイリス型のコリメータを設置することで、ビームローディングの低減を検討した。これによりビームローディングが低減できれば、加速効率が上昇し、加速ユニット数の縮減が可能となる。ビームローディングの低減を図るうえで、陽電子生成効率を大きく損なわない点

も重要となるため、本研究では、併せて陽電子生成効率を評価し、本方式によるビームローディングの低減の妥当性について検討した。

#### 4-1 コリメータの設置によるビームローディングの低減

本研究では、ILC 陽電子源のキャプチャーセクションにコリメータを設置し、それによるビームローディングと陽電子生成効率の変化を調べた。コリメータは加速菅と加速管を結合するビーム菅に設置する。キャプチャーセクションは、図 3.7 に示した 11 セルで構成されている加速菅 36 本により構成されている。各加速管の間は 2 セル長に相当するおよそ 20cm の間隔で配置されてお

り、そこに長さ 10cm のコリメータを設置する。コリメータはすべての加速管の間に合計で 35 個設置する。図 4.1 はコリメータの模式図である。

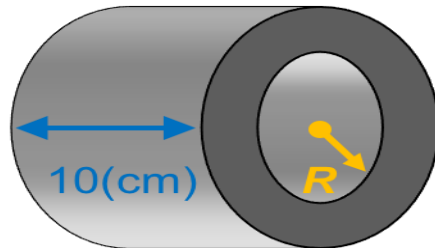


図 4.1 コリメータの模式図。Z 方向の長さが 10cm, アイリス半径を  $R$  としている。

コリメータは図 4.1 に示すように、長さ 10cm、内径は  $R$  として全長にわたり一定で、シミュレーションにおけるパラメータである。シミュレーションではコリメータに衝突した粒子は消滅するとしている。標的に入射する入射電子線のエネルギーは 3.0GeV で、バンチ長は 10ps、ビーム径は RMS で 2mm である。標的はタングステン、厚みは 16mm ( $4.57X_0$ ) である。陽電子生成については、GEANT 4 を使用した。粒子分布などについては、すでに第 3 章で述べた。発生した電子および陽電子を GPT により陽電子捕獲セクションにおけるトラックシミュレーションをおこなった。そのさい、前述したビームローディングを考慮して、実際の加速勾配を見積もる必要がある。ビームローディングは

$$I_{bl} = \frac{1}{\Delta t} \sum q_i \cos[(\omega t - k(z - z_c) + \varphi_{RF})] \quad (4.5)$$

ここで  $t$  は粒子が加速空洞に入ってから経過した時間、 $z$  はそれぞれの粒子の位置、 $q_i$  は粒子の電荷、 $z_c$  は基準セルの中心位置、 $\omega$  は高周波の周波数、 $k$  は高周波の波数、 $\varphi_{RF}$  は  $t=0$  における空洞への入力 RF 位相である。

ILC においては、ダンピングリングのアクセプタンス内に、バンチあたり 4.8nC という値が課せられている。今回のシミュレーションでは入射電子数は 1000 個である。また、ILC の各部のパラメータの最適化によって陽電子生成効率はおよそ 1.9~2 程度を実現できる見込みである[5]。そのため、DR のアクセプタンスを満たす粒子はおよそ 2000 個として、ビームローディング電流を計算する際には粒子 1 つあたりの電荷は  $q_i = 4.8 \times 10^{-9} \div 2000 = 2.4 \times 10^{-12} \text{C}$  としている。

GPT には直接ビームローディングを求めるルーチンは含まれていないため、式 (4.5) に従い、ビームローディング電流を仮定し、加速勾配を決定せざるを得ない。シミュレーションの整合性をとるためには、仮定したビームローディング電流と、シミュレーションで得られたビームローディング電流とは、十分な精

度で一致する必要がある。図 4.2 がコリメーターを設置していない場合の結果である。横軸に標的からの距離をとり、青黒丸がシミュレーションの結果から得られたビームローディング電流、赤黒丸が仮定したビームローディング電流を示している。ビームローディング電流は、陽電子および電子によるビームローディング電流を合わせた値である。全体的にシミュレーションより得られた値のほうが大きくなっており、コリメータにより低減させることで整合性をとることを意図している。

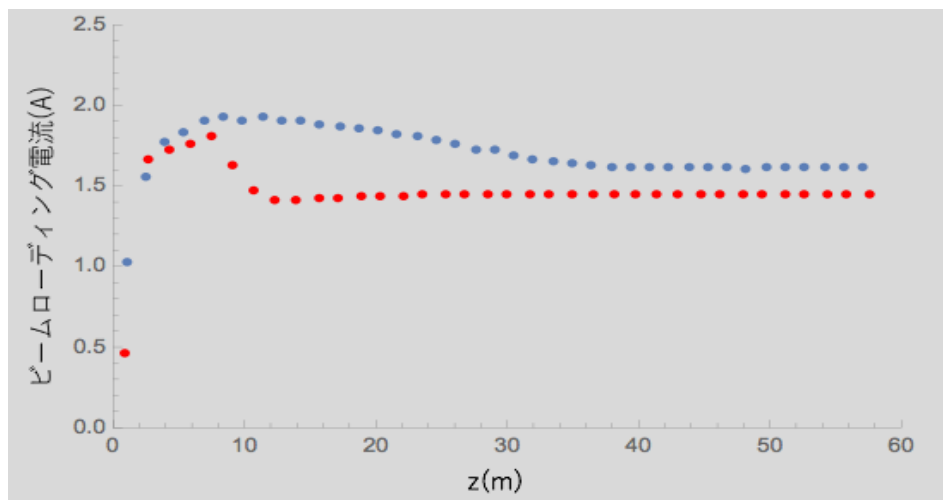


図 4.2 コリメータを設置していない時のビームローディング電流[A]。横軸は標的からの位置  $z$  で単位は[m]である。粒子の平均位置との関係。赤黒丸はシミュレーションで仮定したビームローディング電流、青黒丸は式(5.1)を用いてシミュレーション結果より求めたビームローディング電流である。

図 4.3 に  $t=5\text{ns}$  における  $x$ - $y$  分布を示す。黒点が最終的に失われる陽電子（以下、損失陽電子）、赤点が DR アクセプタンス内に入る陽電子（以下、生存陽電子）である。キャプチャーセクションの加速管の入力 RF 位相は  $2.0(\text{rad})$ 、陽電子ブースターの入力 RF 位相は  $-96(\text{deg})$  である。

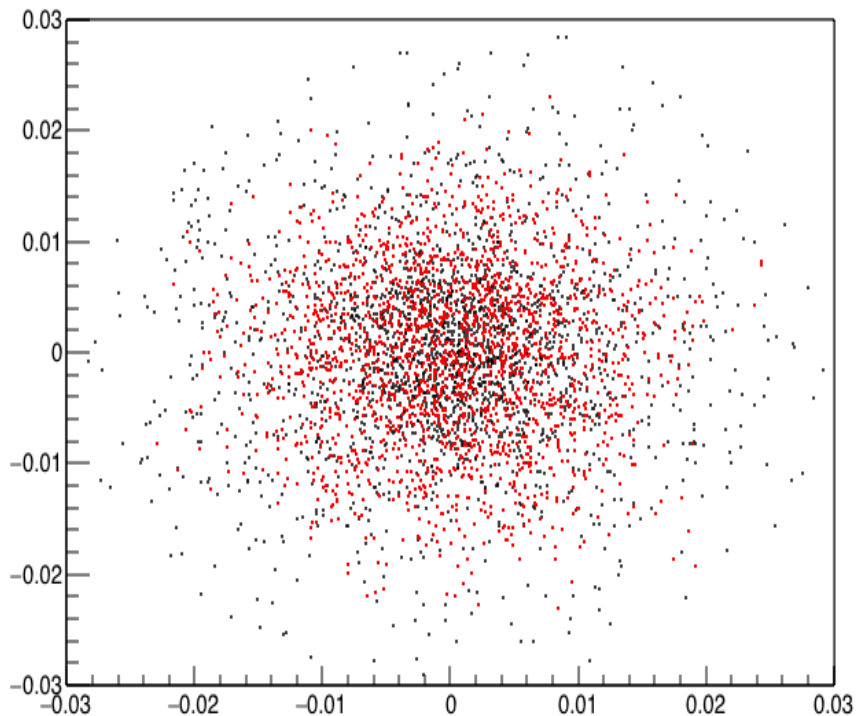


図 4.3  $t=5\text{ns}$  における粒子分布。縦軸が  $y(\text{m})$ 、横軸が  $x(\text{m})$  である。赤点は生存陽電子、黒点は損失陽電子である。 $5\text{ns}$  後では、ビームの平均位置はキャプチャーセクション始点を基準として  $1.16\text{m}$  の地点にあり、ビームはキャプチャーライナック前半に位置している。

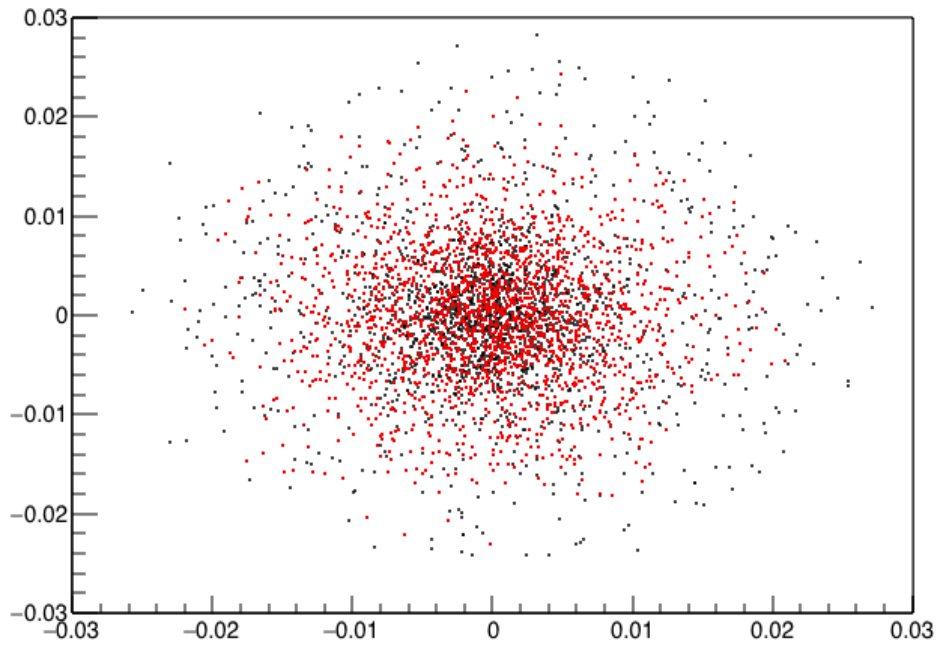


図 4.4  $t=90\text{ns}$  における粒子分布。縦軸が  $y(\text{m})$ ,横軸が  $x(\text{m})$ である。赤点は生存陽電子、黒点は損失陽電子である。5ns 後では、ビームの平均位置はキャプチャーセクション始点を基準として 25.9m の地点にあり、ビームはキャプチャーライナック中盤に位置している。

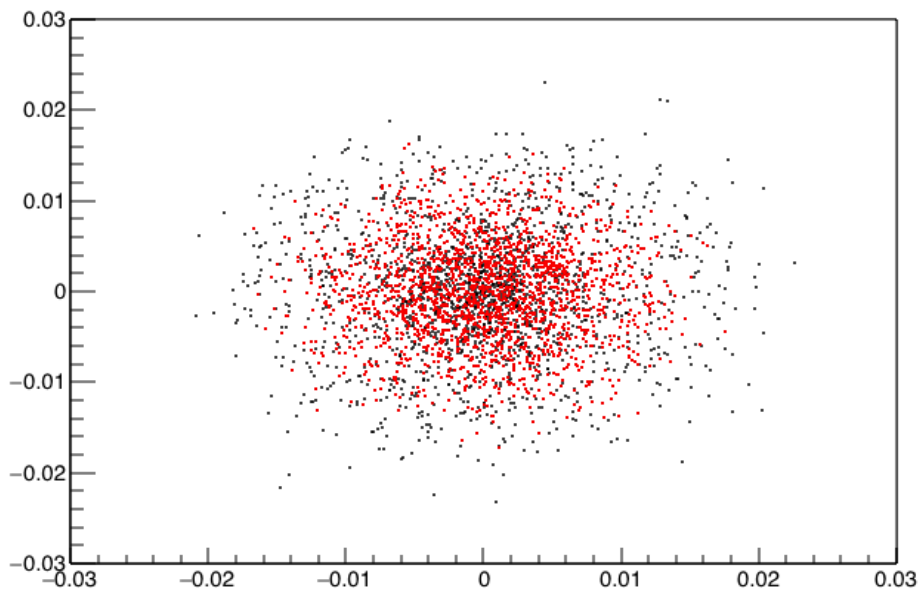




図 4.5  $t=195\text{ns}$  における粒子分布。縦軸が  $y(\text{m})$ ,横軸が  $x(\text{m})$ である。赤点は生存陽電子、黒点は損失陽電子である。 $195\text{ns}$  後では、ビームの平均位置はキャプチャーセクション始点を基準として  $57.2\text{m}$  の地点にあり、ビームはキャプチャーライナック前半に位置している。

図 4.4、4.5 は同様に  $t=90\text{ns}$ 、 $195\text{ns}$  における  $x$ - $y$  分布である。これらの図から、生存陽電子と損失陽電子の分布に違いがあることがわかる。具体的には、生存陽電子はより中心部にあり、損失陽電子はより広がっている。この傾向をより明確に示すために、中心からの距離  $r$  上の粒子分布をヒストグラムとして表示した。図 4.6, 4.7, および 4.8 に  $t=5\text{ns}, 90\text{ns}, 195\text{ns}$  における結果を示す。青実線で示されているのがすべての陽電子、赤実線で示されているのが生存陽電子である。

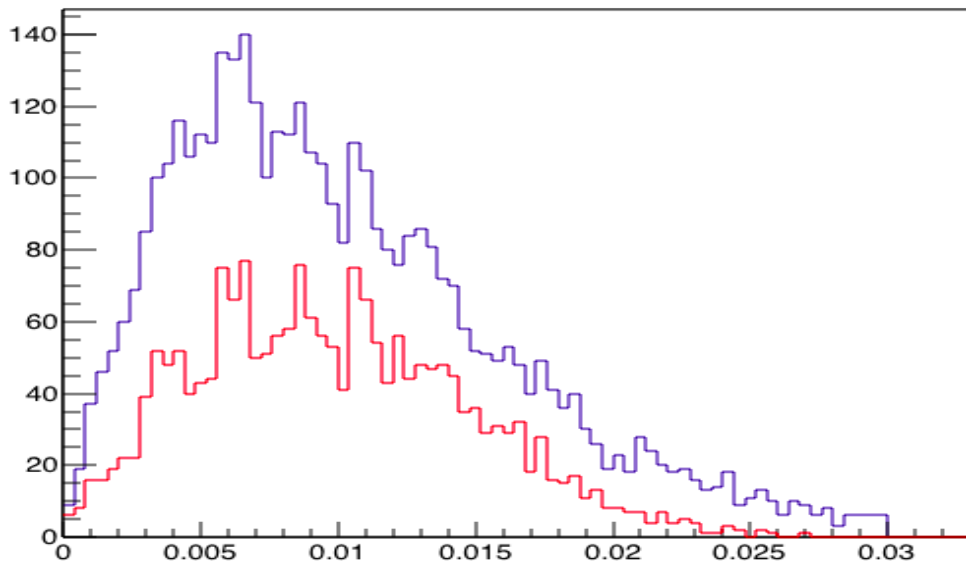


図 4.6 5ns 後の一次元ヒストグラム。縦軸は粒子数、横軸は半径  $r(m)$  である。

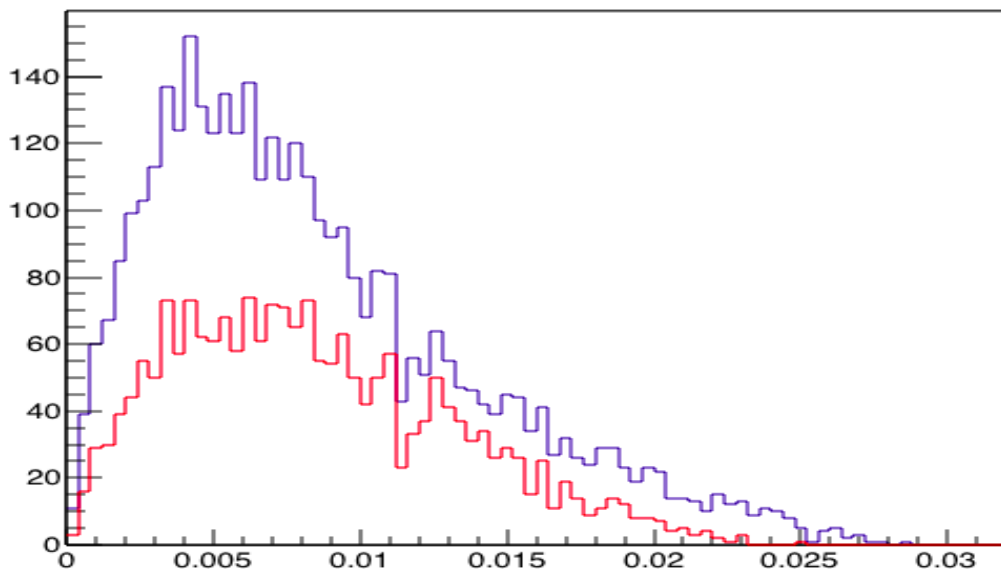


図 4.7 90ns 後の一次元ヒストグラム。縦軸は粒子数、横軸は半径  $r(m)$  である。

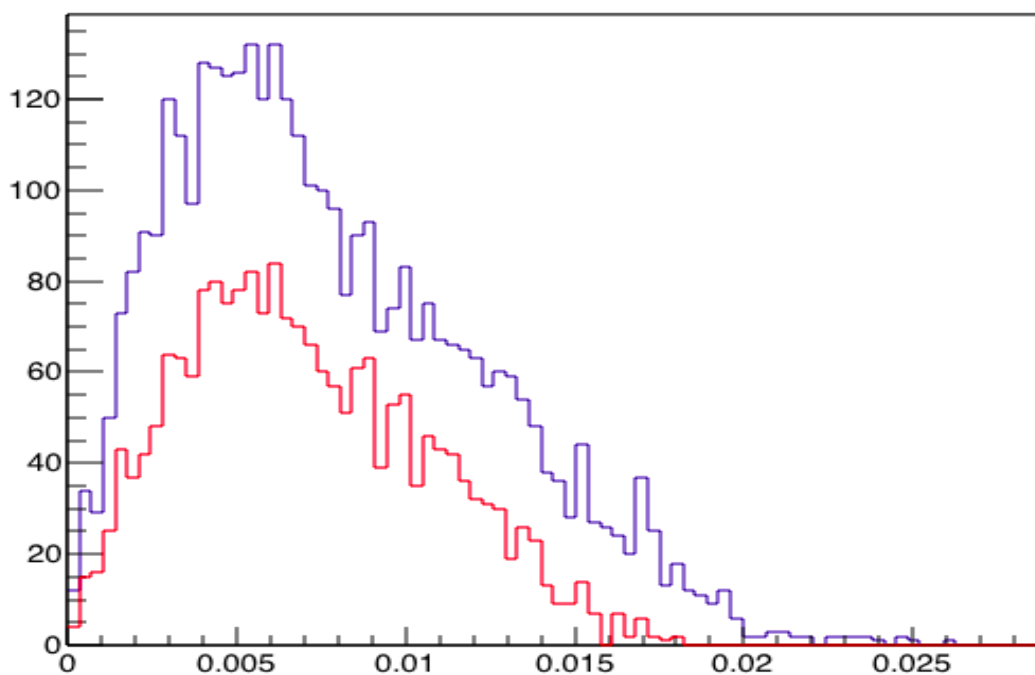


図 4.8 195ns 後の一次元ヒストグラム。縦軸は粒子数、横軸は半径  $r(\text{m})$  である。

図 5.5~5.7 から、生存陽電子はほとんどある一定の半径内に存在しており、その半径は場所により変化していることがわかる。つまりコリメータの半径  $R$  を 2.2~2.3cm 以上にすれば生存陽電子を維持したまま、損失陽電子を取り除くことが可能であると思われる。実際のビームローディングの減少は、この損失陽電子の減少に加えて、補足セクションでは電子の電流の減少も起こるため、ビームローディング電流のより大きな抑制に繋がる。

図 4.9、4.10 は、各々 $R=1.7$  および  $2.3$  cm のコリメータを設置した場合の陽電子補足セクションにおけるビームローディングを表している。図 4.2 と同様に、横軸に標的からの距離をとり、シミュレーションの結果から求めたビームローディング電流を青黒丸で、シミュレーション内で仮定した値を赤黒丸で示している。 $R=1.7$ cm では常に仮定しているビームローディング電流よりも小さい値となっているが、 $R=2.3$ cm では仮定しているビームローディング電流と計算によって求めた値がほぼ近い値となっている。また、双方 40m 付近を過ぎてからは、ビームローディング電流が変化していないことが見て取れる。

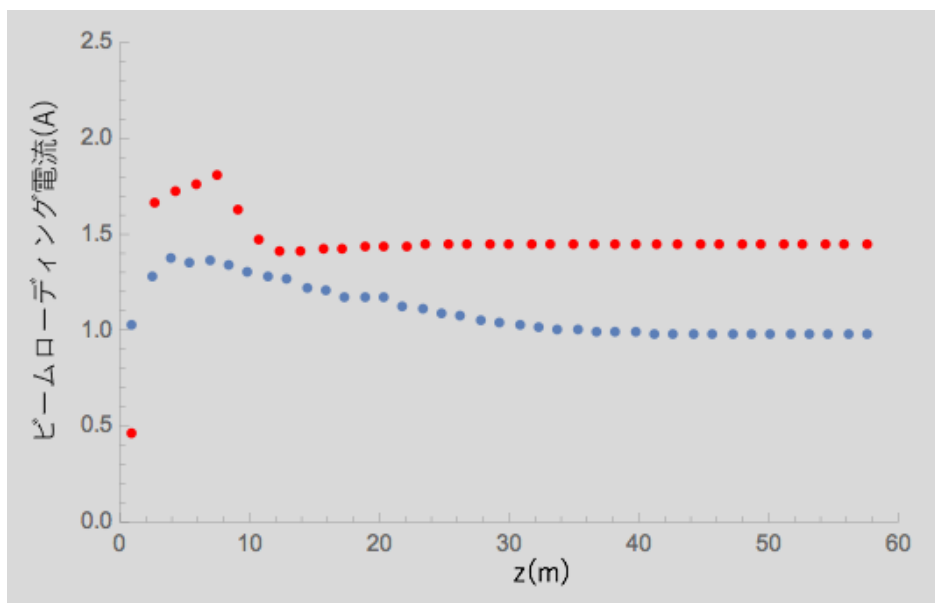


図 4.9  $R=1.7$ cm の時の標的からの距離に対するビームローディングの変化。

横軸は標的からの距離(m)、縦軸はビームローディング電流(A)である。

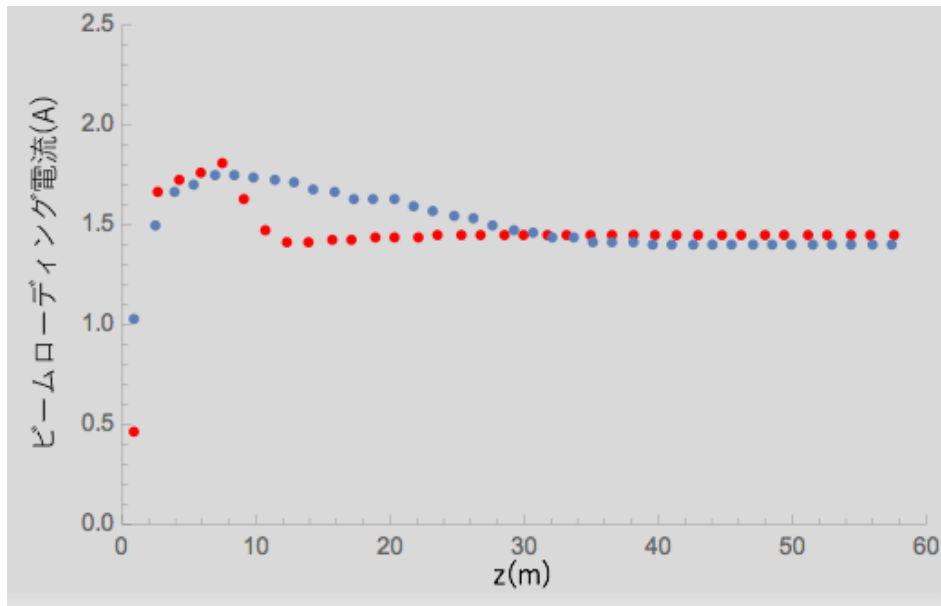


図 4.10 R=2.3cm の時の標的からの距離に対するビームローディングの変化。横軸は標的からの距離(m)、縦軸はビームローディング電流(A)である。

図 4.11 は、R の関数として、陽電子補足セクションにおける平均ビームローディング電流を示したものである。平均ビームローディング電流は時間的な平均より求めた。図 4.11 より平均ビームローディング電流はコリメータの半径に依存しており、コリメータの半径が大きいところではやや傾きが小さくなるものの、ほぼ一定の割合で値が変化している。これよりコリメータの半径を小さくすることで一定の割合でビームローディングを低減させることができることがわかる。

ブースターでのビームローディングは前後はいくらですか？それも示してください。

ここで念のため、誤差について考察しておく。陽電子補足セクションにおける典型的な粒子数は 17000 程度である。この時の統計誤差は 0.7%程度と見積もることができる。これはビームローディング電流に焼き直すと 0.01[A]程度となるので、図 4.11 等でみられるビームローディングの変化は有意であるとみなせることができる。

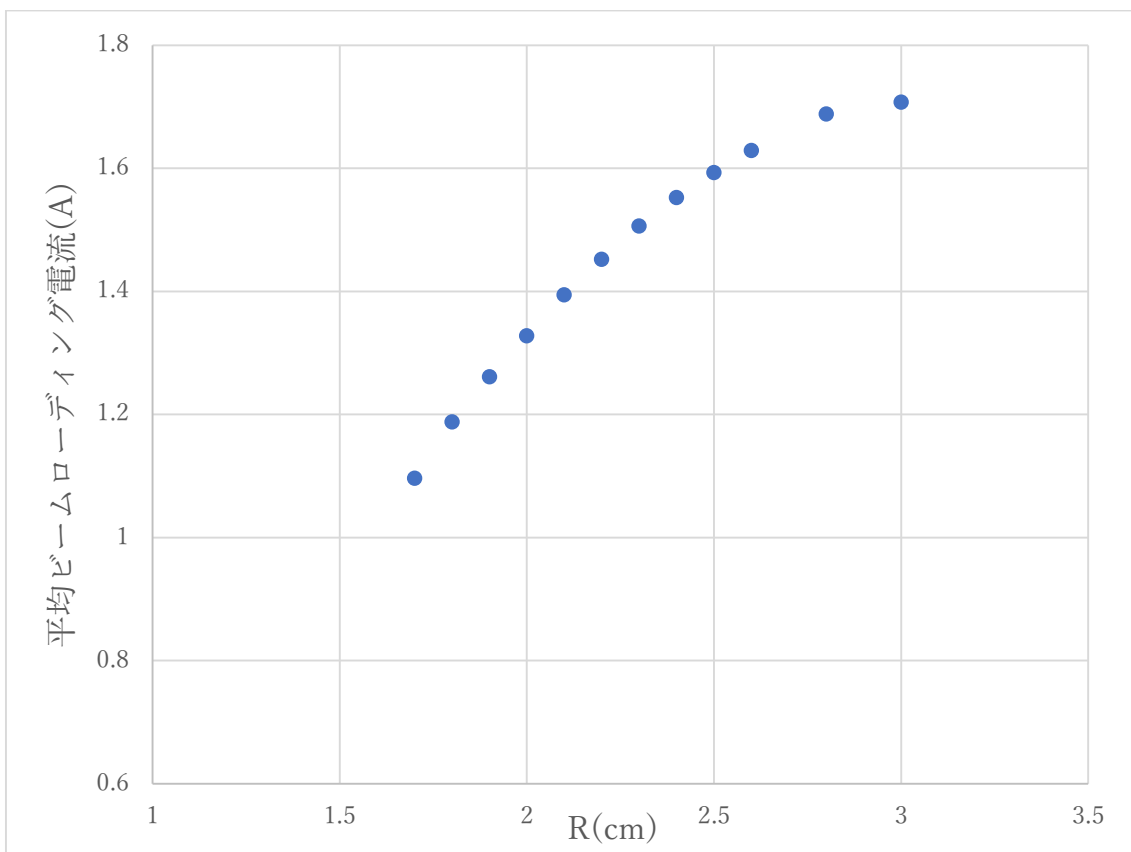


図 4.11 R に対する平均ビームローディング電流の変化。横軸はコリメータの半径 R(cm)、縦軸は平均ビームローディング電流(A)。

## 4-2 コリメータの設置による生成率とその最適化

コリメータの設置により、ビームローディング電流を抑制できることがわかったが、最適な R を決定するためには、陽電子生成効率を評価する必要がある。図 4.12 は横軸にブースターにおける RF 位相をとり、縦軸に陽電子生成効率を表示したものである。異なる R についての結果を示しており、凡例を図右側に示してある。表示している数字は R(cm)である。この結果より、生成効率の RF 位相依存性は R の値にはあまり左右されないことがわかる。また、いくつか特異的に生成効率が落ち込んでいる点がみてとれる。この原因は、SAD のプログラム内部で、ベータ関数とよばれるビーム光学の詳細パラメータの最適化に失敗しており、粒子の軌道に乱れが生じているためと思われる。この影響

をさけるため、各 R についての代表点として、最大とする位相における生成効率の値をとることとした。

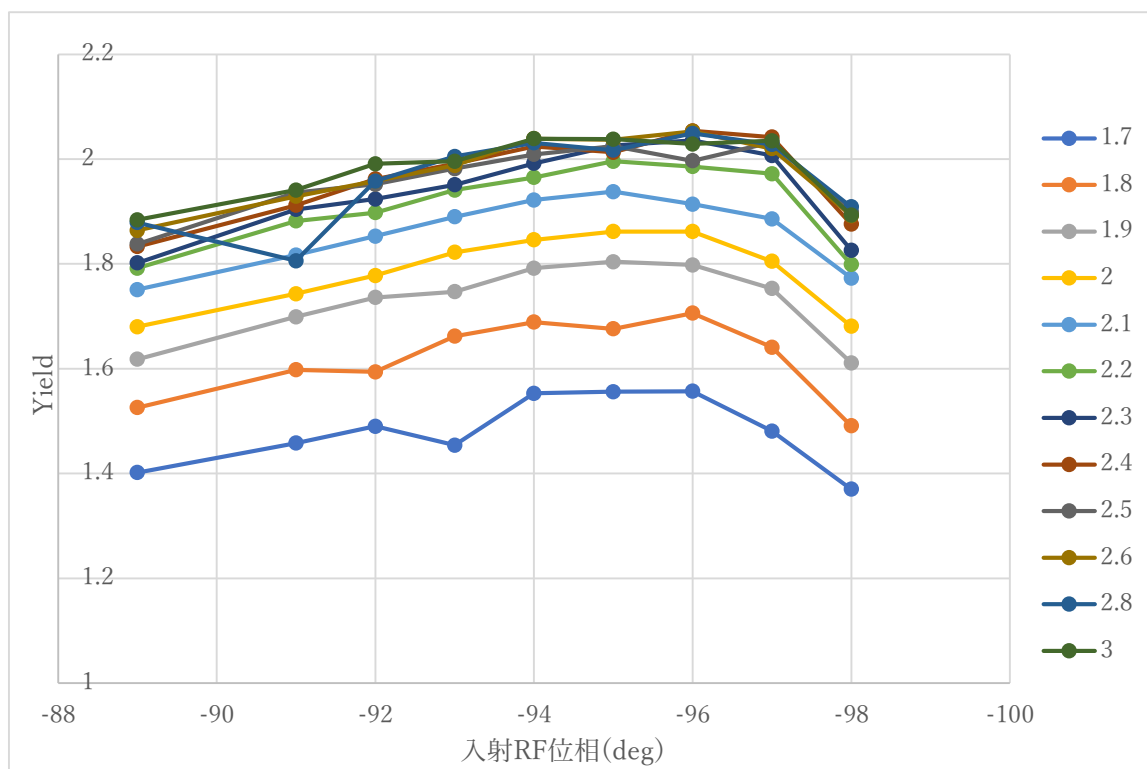


図 4.12 陽電子生成効率の入力 RF 位相依存性。凡例に示されている数字はコリメータの半径 R であり、単位は[cm]である。縦軸は陽電子生成効率,横軸は入力 RF 位相(deg)である。

図 4.13 は、コリメータ半径 R の関数として、オレンジ黒丸でビームローディング電流の平均値（右軸）、水色黒丸で陽電子生成効率（左軸）を示したものである。捕獲陽電子数は典型的には 2000 個であるから、陽電子生成率におけ



る統計誤差は 0.045 程度であると見積もることができる。これより、 $R \geq 2.3\text{cm}$  の領域のデータは有意に変化していない一方、 $R < 2.3\text{cm}$  の領域のデータにおける生成効率の減少は有意であると言える。

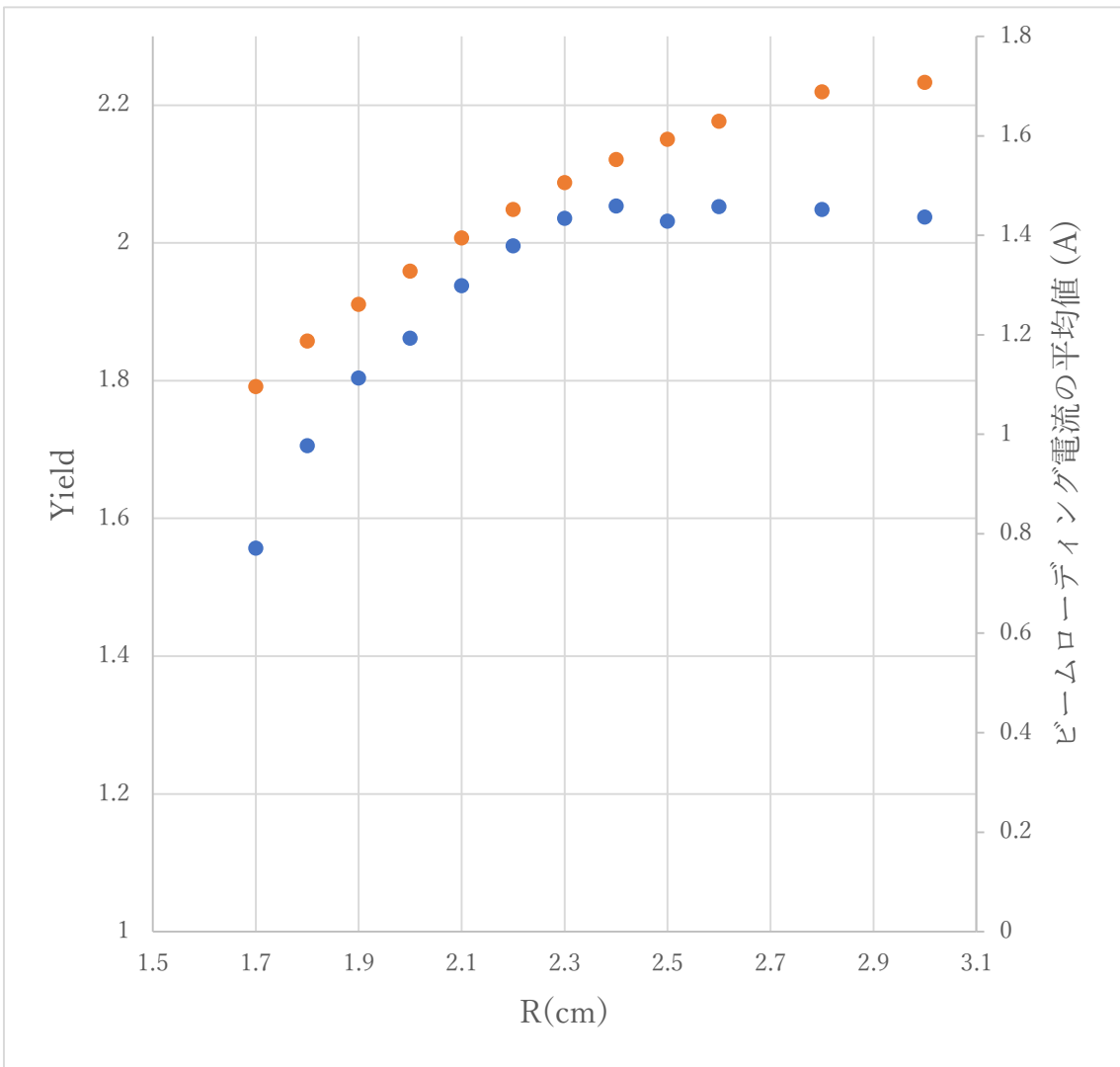


図 4.13 陽電子生成効率とビームローディング電流の関係。青い点が陽電子生成効率、オレンジの点がビームローディング電流の平均値である。横軸はコ

リメータの半径(cm)、左縦軸は陽電子生成効率、右縦軸はビームローディング電流の平均値である。

図 4.13 より、R の減少に対してビームローディング電流の平均値は単調に減少している。同様に、陽電子生成効率は、R が 1.7~2.2(cm)の範囲では、R の減少にたいして単調に減少している一方、R が 2.3cm より大きな領域では、ほぼ一定となっている。これらの結果から、R を 2.3cm とすることで、陽電子生成効率をほとんど損なわずに、不要な電流を低減させることができることがわかった。具体的にどれほど効果があるのかを比較するために、R=2.2(cm)と 3.0(cm)の時の陽電子生成効率およびビームローディング電流の値を以下に示す。

R(cm)	2.2	3.0
陽電子生成効率	2.00	2.04
ビームローディング電流の 平均値(A)	1.45	1.71

表 4.1 陽電子生成効率とビームローディング電流の平均値

R=2.2(cm)のコリメータを設置することで、ビームローディング電流の平均値が約 15%減少するのに対し、陽電子生成効率 は約 2%減少した。陽電子生成効率の 2%は統計誤差とほぼ等しく、この減少は有意ではない。

ビームローディング電流が 15%低減した場合の加速勾配について考える。キャプチャーライナックでの加速勾配とビームローディング電流の関係は

$$E = \frac{\pi}{2 \times 1.27} (21.16 - 7.17I) \times 10^6 \quad (4.6)$$

と表される。 $E$ は加速勾配、 $I$ はビームローディング電流である。この式(4.6)をもとに計算すると、平均ビームローディング電流が 15%低減した場合には平均加速勾配は約 17%上昇することがわかった。キャプチャーライナックは 36本の加速管から構成されており、加速管 2本で 1ユニットと考えると 18ユニットから構成されているということになる。平均加速勾配が 17%上昇することにより全体としてユニット数を 17%減少させることができるため、ユニット数は 18から 15程度に削減することができ、かなりのコストの削減が可能である。

#### 4-3 コリメータ半径 R を位置により変化させた場合

## の生成効率とビームローディング電流

図 3.10、3.11 で示したように、ビーム径は加速されるに従い減少するので、最適なコリメータ径は位置により異なる。これまでは簡単のためコリメータ径はすべての箇所ですべて一定としていたが、位置により変化させた場合について、ここで検討する。図 4.6~4.8 において赤実線で示した、生存陽電子の 99% が含まれる領域の境界を  $r_0$  として定めた。図 4.14 に横軸の  $z$  をとり、各位置での  $r_0$  を示す。点線は線形関数による回帰曲線である。

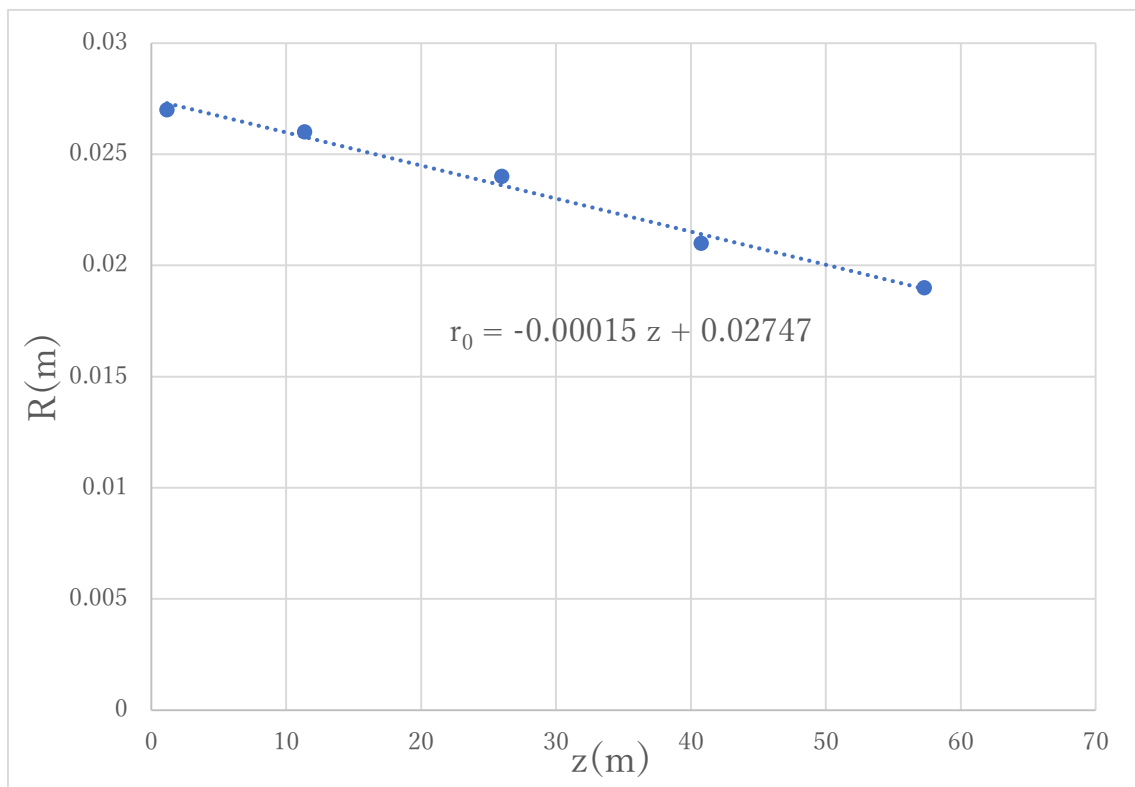


図 4.14 ビームの平均位置と  $r_0$  の関係。縦軸は  $r$  (m)、横軸は  $z$  (m) である。

これより、コリメータを設置する位置ごとにコリメータの半径  $R$  を定めた。この時の  $R$  の組を  $r_0$  として、その値  $r_0$  を定数倍したコリメータを設置した時の陽電子生成効率とビームローディング電流の関係を求めた。図 4.12 に、陽電子生成効率の入力 RF 依存性を示す。右側の凡例にしめした数字は、設置したコリメータの  $r_0$  に対する比である。

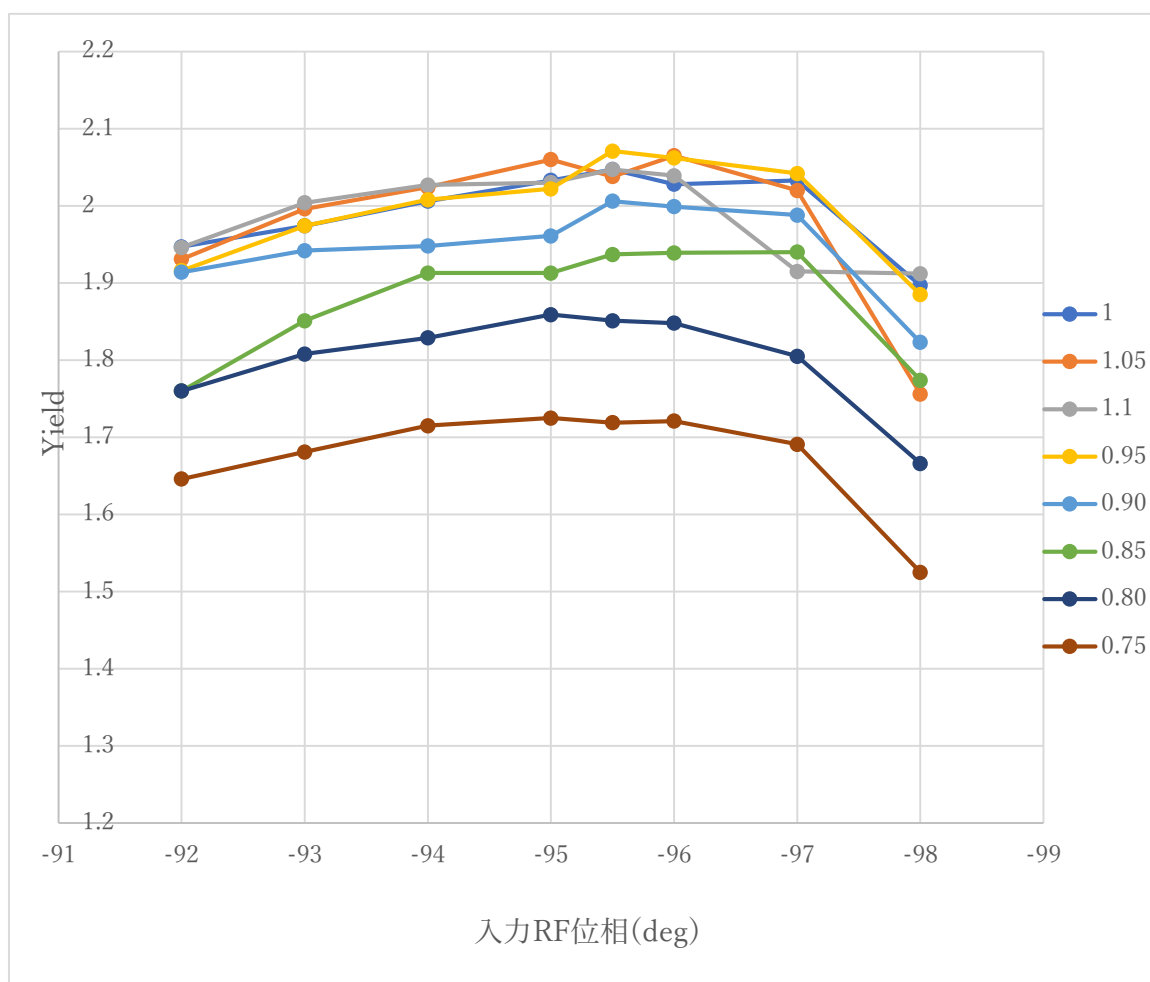


図 4.15 陽電子生成効率の入力 RF 位相依存性。縦軸は陽電子生成効率であり、横軸は入力 RF 位相(deg)である。

図 4.12 と同様に変化の過程でなだらかに変化せず陽電子生成効率が落ち込む点  
が数点見られるものの、その他はなだらかに変化している。なお 1.1 のデータ  
については-96(deg)で加速した際、特異的に大きく陽電子生成効率が下がった  
ため-96(deg)にプロットされている点は-95.99(deg)とした時の値である。図 4.15  
において、それぞれの比でもっとも高い陽電子生成効率を示した位相の値を代  
表点として、 $r/r_0$  比と陽電子生成効率およびビームローディング電流の関係を  
図 4.16 に示す。

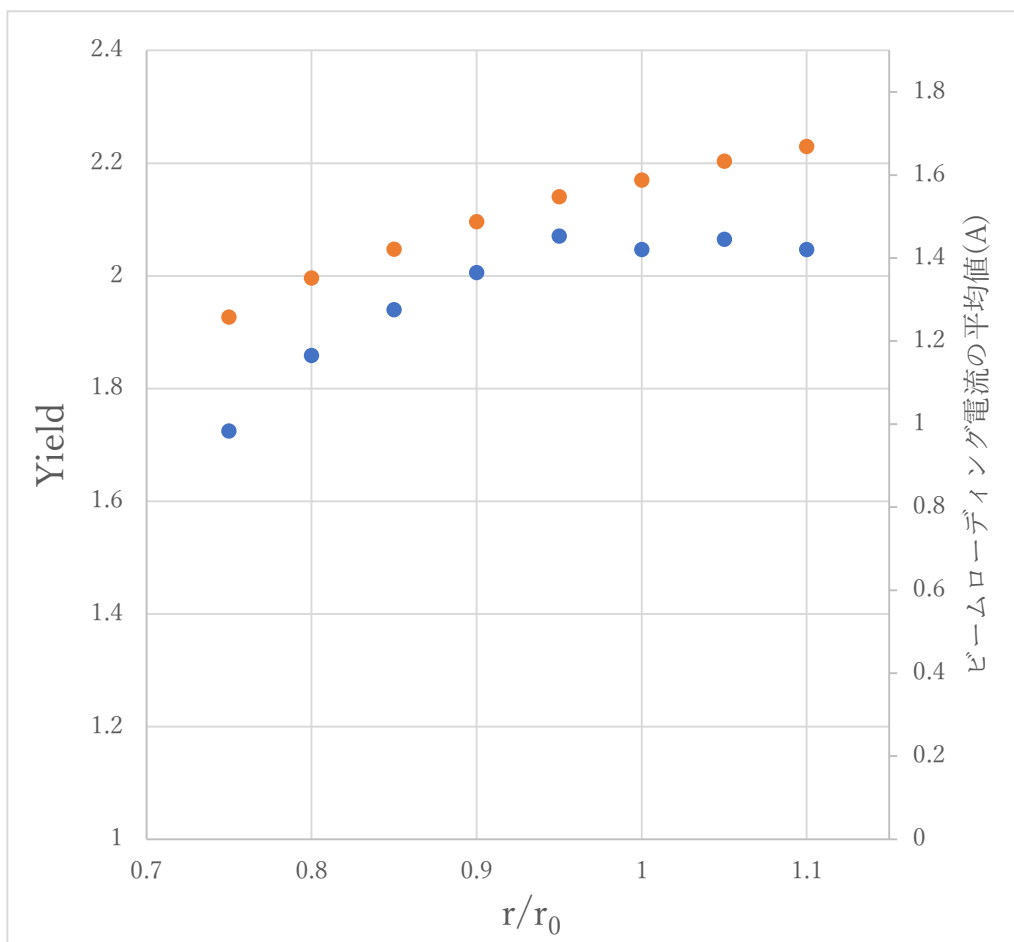


図 4.16 陽電子生成効率とビームローディングの関係。青黒丸が陽電子生成効率、オレンジ黒丸がビームローディング電流の平均値である。左縦軸は陽電子生成効率、右縦軸はビームローディング電流の平均値(A)、横軸は  $r/r_0$  比である。

図より、 $r/r_0$ 比が 0.95 以上の時には陽電子生成効率はおおよそ横ばいになることがわかる。コリメータを設置していない場合と比較すると、 $r/r_0=0.95$  の場合

は 9.3%、 $r/r_0=0.9$  の場合は 12.8% ビームローディング電流が減少するという結果になった。

以上のデータを、全ての加速管の後に同じ半径のコリメータを設置した際のデータと比較してみる。以下に、陽電子生成効率が近い値を示している時のデータをそれぞれ比較用に抜粋し、具体的な値を示す。

R(cm)	2.2	2.4
陽電子生成効率	2.00	2.05
ビームローディング電流の 平均値(A)	1.45	1.55

表 4.2 全ての加速管の後に同じ半径のコリメータを設置した際の陽電子生成効率とビームローディング電流の平均値。

$r/r_0$	0.9	0.95
陽電子生成効率	2.01	2.07
ビームローディング電流の 平均値(A)	1.49	1.55



表 4.3 コリメーターの半径  $R$  を位置によって変化させた際の陽電子生成効率と  
ビームローディング電流の平均値。

表を縦に見比べればわかるように、陽電子生成効率がほぼ同じ値を示している  
時、ビームローディング電流もほぼ同じ値を示している。これより、キャプチ  
ャーセクション下流に進むにつれてコリメーターの半径を徐々に小さくすること  
で、同じ半径のコリメーターを設置した場合と比較して劇的な効果が得られるわ  
けでは無いということがわかった。

## まとめ

本研究では、電子駆動 ILC 陽電子源において、不要なビーム電流を低減させ、  
より効率的な加速について検討した。そのため、コリメーターを陽電子捕獲セク  
ションの加速管に設置し、ビームローディングと陽電子捕獲効率がどのように

変化するのかをシミュレーションにより調べた。コリメータの半径  $R$  を絞ることで、ビームローディング電流は単調に減少する一方、陽電子生成効率もコリメータの半径  $R$  が 2.3cm 程度まではあまり変化しないことがわかった。

$R=2.2(\text{cm})$  のコリメータを設置した場合、ビームローディング電流の平均値が約 15% 減少するのに対し、陽電子生成効率は有意な減少が見られなかった。これによりコリメータの設置は、陽電子生成効率を大きく減少させることなくビームローディングの効果を抑えるには有効な手段になり得るとということが分かった。 $R=2.2\text{cm}$  のコリメータの設置により、平均の加速勾配は 17% 程度上昇するので、全体としてユニット数を 17% だけ減少させることができる。

## ・参考文献

- [1] 佐々木 節,村上 晃一,尼子 勝哉,岡田 勝吾,藏重 久弥,田中 覚,木村 彰徳,阿蘇 司,吉田 肇,山下 智弘,歳藤 利行,大町 千尋,浅井 慎、「放射線シミュレーションのためのツールキット GEANT4」、放射線=lionizing radiation 43(2):2017.5 p.59-68.
- [2] APPLICATIONS OF THE GENERAL PARTICLE TRACER CODE, S.B van der Geer, M.J. de loos, Pulsar Physics, Flamingostraat 24, 3582 SX Utrecht, The Netherlands.
- [3]高エネルギー物理研究所、「トリスタン計画報告書」、1996.9、section 4\_3\_2.
- [4]柿田貴臣、「定在波型加速管のビームローディング補正」、平成 27 年度広島大学卒業論文.
- [5]名越久泰、「電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の最適化」、平成 29 年度広島大学卒業論文.
- [6] ILC Technical Design Report, 2013.
- [7]浦野正洋、「ILC 陽電子源におけるビーム・ローディングの研究」、平成 26 年度広島大学 卒業論文.
- [8]高田耕治、「高周波加速の基礎」、KEK report, 2003-11.
- [9]栗木雅夫, "Acceleration stability for a L-band standing wave accelerator with a heavy beam-loading and a heavy radiation loss", private note, 2016.
- [10] 栗木雅夫, "A design study of ILC positron source based on electron driven scheme", 2015.

[11] [accwww2.kek.jp/oho/oho07/txt07/02\\_osawa\\_070829.pdf](http://accwww2.kek.jp/oho/oho07/txt07/02_osawa_070829.pdf)

[12] 栗木雅夫, "A design study of ILC positron source based on electron driven scheme", 2017.

[13] [accwww2.kek.jp/oho/.../2%20ao%20j-parc%2020120820.pdf](http://accwww2.kek.jp/oho/.../2%20ao%20j-parc%2020120820.pdf)

## 謝辞

本研究を行うにあたりビーム物理研究室の方には大変お世話になりました。

指導教員の栗木雅夫教授には、本研究の進め方や結果の考察から卒業論文の作成に至るまで本研究に関する全ての面において丁寧にご指導していただきました。研究室の先輩である名越久泰さんには、シミュレーションソフトのインストールなど本研究の初歩の部分から研究の詳細に関わる部分まで、非常に多くの場面で助けていただきました。

ビーム物理研究室の教授の方々、学生・先輩方、そのほかの多くの方々の協力のもと本論文をまとめることができました。この場を借りて深く感謝申し上げます。

## Appendix

### A-1 加速管の一般論

速度  $v$  で電荷  $q$  をもつ粒子が、電場  $E$  と磁場  $B$  から受ける力は

$$F = q(E + v \times B) \quad (\text{A.1})$$

である。式(4.1)より、磁場が粒子に及ぼす力はビームの進行方向に対して垂直なので、粒子のエネルギーの変化には影響を及ぼさないことがわかる。よって加速器では、粒子を加速する際には電場を用い、軌道を変える時は磁場を用いる。また、式(4.1)より加速に速度は関係なく、たとえ  $v=0$  であっても加速される。逆に、磁場が及ぼす力は  $v$  に依存する。

電場で荷電粒子を加速する際の最も簡単な方法は、静電場を用いて2点間に電位差を作ることである。しかし、この方法は放電や耐電圧との関係により作り出せる電位差には限界があることがわかっている。さらに、静電場を複数設置して繰り返し加速しようとしても、静電場を用いた場合は加速作用のある区間の次には必ず減速作用のある区間があるため、繰り返し加速区間を作り出しても意味がない。このような問題を解決するために開発されたのが高周波加速器である。高周波加速器では、高周波を用いて粒子を常に加速される状態を作り出すことができ、低い電位差でも繰り返し加速することで高エネルギーを実現する。

高周波加速器での加速によく使われる周波数帯は L-band(0.5-1.5GHz 帯), S-Band(1.5-5GHz 帯), X-Band(5-15GHz 帯)である。現在の主流は S-band である

が、ILC では超伝導技術と相性の良い L-Band 高周波を使うことになっている。また、粒子の加速に用いられる高周波には、定在波と進行波の 2 種類がある。この 2 つについて以下で説明していく。

## A-2 定在波加速管

加速管は金属壁で囲まれた領域に高周波を閉じ込め、共振させることで加速電場を生成する。これをセルという。加速管は一般的に複数のセルを結合させた構造をもっている。隣り合うセルで共振する高周波の位相差が 0、もしくは  $\pi$  の状態を定在波といい、そのようなモードで使用される加速管を定在波加速管という。位相差が 0 のモードでは粒子加速を行えないので、すべての定在波加速管は  $\pi$  モードでつかわれる。図 1 にその模式図を示す。粒子が一セル進むのに必要な時間と、高周波の半周期 ( $\pi$ ) に相当する時間が一致させると、粒子は加速され続ける。

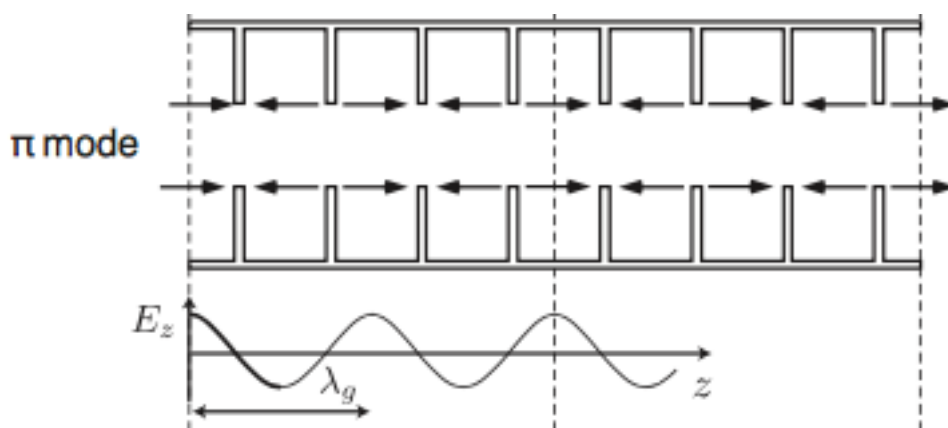


図1  $\pi$ モードの定在波加速管模式図[13]。  $E_z$ は電場、  $\lambda_g$ は波長を表す。

$\pi$ モードは、二つの逆方向に進む進行波の重ね合わせにより形成される。これより、モードの群速度（エネルギーの流れる速度）は原理的にゼロである。外部から、あるいはセル間のエネルギーの伝搬はエネルギー密度差による拡散により起こるため、空洞を定常状態とするには無限大の時間が必要となる。また、セル数が多くなりすぎるとセル間の電場が均一でなくなるため、実用的なセル数には限界がある。

定在波加速管では空洞内に蓄積された電磁波によって加速するため、後述する進行波加速管のように積極的に開口径を制御する必要はない。ILC陽電子源のキャプチャーセクションでは、大きな横方向運動量をもった陽電子を閉じ込めるためにソレノイド中に加速管を設置する。加速管内で陽電子は螺旋軌道を描くが、横方向の運動量に従い螺旋軌道の半径は大きくなる。この時開口径が



小さいと粒子の損失を招くため、開口径は大きい方が望ましい。よって、定在波加速管は ILC のキャプチャーセクションの加速管に適していると言える。

### A-3 進行波加速管

進行波管は、隣り合うセル間の高周波の位相差がゼロあるいは $\pi$ ではないモードを持つ加速管である。この場合、群速度は有限となるため、入力側から入った高周波は群速度で加速管内を伝搬する。そして管の終端に到達した高周波は出口から出て、最終的にはロードで熱に変換される。進行波加速管内で電力は各セルで消費され、進むにつれて徐々にパワーが減少していく。各セルに発生する加速電場は、各セルでの消費電力の二乗根に等しいため、各セルでパワーの一定の割合が消費されるとすると、入り口では電場が高く、出力側では電場が低くなり都合が悪い。このような現象を解決するために、進行波加速管では開口径を調整することで群速度を変化させ、加速管内の電場を一定にするという手法が用いられる。つまり、電場の大きい入力側では開口径を大きくすることで群速度を大きくし、逆に電場の小さい出口付近では開口径を小さくする

ことで群速度を小さくする。各セルで消費される電力の割合は群速度の逆数に比例するから、加速管内での加速勾配を一定にすることが可能となる。

進行波型加速管では、開口径を大きくすると群速度が大きくなり、セルに落ちる電力の割合が小さくなりすぎ、効率的でない。そのため、開口径の大きい加速構造が適している陽電子捕獲セクションには不向きである。一方で、ビームは加速されることで断熱減衰の定理からビーム径はローレンツ  $\gamma$  の二乗根に逆比例して減少する。加速効率は進行波型加速管のほうが高いため、陽電子ブースターには進行波型加速管を用いている。ビーム径が比較的大きいブースター前半部にはアイリスの大きい L-band の進行波型加速管を、後半部にはアイリスの小さい S-band の進行波型加速管を用いている。

## A-4 ビームローディング

加速管内に実際に生じる加速電場は、入力 RF パワーだけでなく、ビーム電流に依存する。ビームが空洞内を通過するという現象を電気回路的にみると、加速管はインピーダンスであり、ビームは電流源である。すなわち加速管は、RF パワー源とビームという二つの電源により駆動される電気回路である。実際の加速管に発生する電圧は、二つの電源が発生させる電圧の和となる。ここでは簡単のため、単セルモデルを仮定した定在波加速管におけるビーム電流を仮定した場合の電圧について。。。式 3.20 を導いてください。