

平成30年度 卒業論文

位相空間回転によるリニアコライダーのための

高ルミノシティビーム生成

— x - z エミッタンス交換の特性評価—

広島大学理学部物理科学科

ビーム物理研究室

B152085 西村武

指導教員・主査 栗木雅夫

副査 大野雅功

目次

1. 序論.....	2
2. エミッタンス交換による高ルミノシティビームの生成.....	4
2.1 x - z エミッタンス交換.....	6
2.2 シグマ行列.....	10
2.3 有限の長さを持つ偏向空洞の転送行列.....	11
2.4 高次の転送行列.....	14
2.5 エネルギーチャープ.....	14
3. シミュレーション.....	15
3.1 シミュレーション方法.....	17
4. シミュレーションの結果.....	18
4.1 x - z エミッタンス交換の確認.....	19
4.2 TLEX における初期ビームパラメータの依存性.....	21
4.3 理論との比較.....	26
4.4 初期パラメータによるエミッタンス増大率の違い.....	27
4.5 非線形効果が及ぼす影響.....	29
4.6 エネルギーチャープの導入.....	31
4.7 最適な初期ビームの条件.....	35
4.8 偏向磁石の曲げ角.....	35
4.9 RFBT と TLEX の接続.....	38
4.10 調整のための四極磁石.....	40
5. まとめ.....	43
謝辞.....	44
参考文献.....	45

1. 序論

今日までに加速器は素粒子・原子核物理実験をはじめ、放射光による物質科学研究、化学研究、生命科学研究、放射線医療など、多岐にわたる分野で利用されるようになってきている。その中で、新しい加速方式の提案や、高いエネルギー、高いルミノシティ、小型化などが実現されてきた。現在日本において、国際リニアコライダー(International Linear Collider, ILC)の建設が検討されている。ILC は次世代高エネルギー電子・陽電子コライダー実験で、ヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、超対称性粒子などの発見を目指す国際加速器プロジェクトである。コライダーとは衝突型加速器のことで、二つのビームを衝突させることで、重心系エネルギーを最大化し、より高いエネルギーの現象を生じさせることができる。リニアコライダー(Linear Collider, LC)は線形加速器によるコライダーのことである。

LC は 1965 年にコーネル大学の M. Tigner によって提案された。LC の利点としては、シンクロトロン放射によるエネルギー損失がない、偏極電子(陽電子)が使用できる、ビームビーム相互作用に強いことが挙げられるが、その時点では、加速技術の未熟さ(加速勾配の低さ)やシンクロトロンの優位性などもあり、顧みられることはなかった。

すべてのコライダーにおける設計上の課題は、反応の起こるレートを断面積で規格化したルミノシティ(単位は cm^2s^{-1})を大きくすることである。ルミノシティはビーム電流に比例し、衝突点におけるビームサイズに逆比例する。リニアコライダーにおいては、ビーム電流を増やすと、それに比例して必要な電力も上昇してしまうため、余り賢い方法とは言えない。ビームサイズを極小化してルミノシティを増大させるのが、リニアコライダーの設計の方針である。ただし、単にビームサイズを小さく絞ると、ビーム間の歓迎されない相互作用も増大し、ビームエネルギー幅が大きくなってしまう。それを防ぐ方法が、扁平極小ビームによる衝突である。

扁平ビームとは進行方向に対して、水平方向と垂直方向のビームサイズ比、エミッタンス比が大きいビームである。扁平ビームを生成する方法として現在のリニアコライダーでは、周長 3km のダンピングリングにおける放射減衰を利用するが、

本研究ではそれに代わる方法としてエミッタンス交換技術を利用する方法について検討する。エミッタンスは位相空間の面積あるいは体積として定義されるが、散逸などが無いビーム運動において、六次元位相空間体積は不変量である。本研究では x - y および x - z という二つの自由度間のエミッタンス交換技術を利用して、リニアコライダーに必要となる非対称極小エミッタンスビームの生成を検討する。非線形空間電荷効果を抑制するため、大きなビームサイズでビームを生成し、 xy エミッタンス交換の手法である RFBT(Round to Flat Beam Transformation)により y エミッタンスを極小化する。初期ビームサイズ大きいため、初期エミッタンスも大きくなり、その結果 x のエミッタンスは過大となるが、RFBT 後に水平方向と進行方向のエミッタンスを交換させる。これにより水平方向の過大なエミッタンスを進行方向に移すことができる。この手法を TLEX(Transverse to Longitudinal Emittance eXchange)という。

このエミッタンス交換(TLEX)は 2002 年に M. Cornacchia が提案し[1]、2006 年に P. Emma が線形力学において完全なエミッタンス交換を考案した[2]。A. Johnson グループは実験により初めてエミッタンス交換を 2009 年に実証した[3]。理想的な線形運動の場合においてエミッタンスは完全に交換するが、実際には様々な非線形力学などのために、エミッタンス増大が生じる。最終的に必要な水平方向と垂直方向の高いエミッタンス比を得るために、本論文では主に TLEX の特性についての理解を深めるため、シミュレーションを用いて研究を行った。

本論文の 2 章で、エミッタンス交換の手法によるリニアコライダーのための高ルミノシティビームの生成について説明するとともに、本研究の主題となる TLEX の原理やビーム物理の必要事項について説明する。3 章では仮定したビームラインや EEX に入射するビームのパラメータを示し、4 章でシミュレーション結果を示し、その結果から得られた事項の議論を進める。5 章で本研究から得られた結論を述べる。

2. エミッタンス交換による高ルミノシティビームの生成

リニアコライダーは線形加速器におけるコライダーである。コライダーは二つの粒子(たいていの場合は同じ運動量の大きさ、エネルギーを持つ)を互いに正面衝突させることで、重心系エネルギーを最大化させる加速器の利用方法である。二つのビームのエネルギーを各々 E とすると四元運動量の保存則から、重心系のエネルギーは $2E$ となる。一方、片方の粒子がエネルギー E をもち、相手が静止している場合、重心系のエネルギーは $\sqrt{2mE}$ となる(m は粒子の質量)。従って、エネルギーが粒子の静止質量を上回る領域(たいていの素粒子実験はこのエネルギー領域である)では、高い重心系のエネルギーを実現するのにコライダーは圧倒的に有利となる。一方で、コライダーは二つの密度の低いビーム(金属などの物質に比べたら密度はほぼゼロ)を衝突させるため、その反応確率を高める必要がある。単位時間あたりに反応が生じる数 N は次式で表される。

$$N = \sigma \mathcal{L}.$$

ここで σ は反応断面積(cm^2)、 $\mathcal{L}$ はルミノシティ($\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$)である。断面積は物理法則により決まる量であり、実験条件として操作性があるのはルミノシティである。ルミノシティはどれくらいの頻度で、どれくらいの密度で粒子が反応領域を通過するかを表す指標である。コライダーの場合は具体的には

$$\mathcal{L} = \frac{N^2 f}{4\pi \sigma_x \sigma_y},$$

と記述できる。上式の N はビームバンチの粒子数、 f は衝突周波数、 σ_x, σ_y は x, y 方向のビームサイズを表す。 N や f を大きくするとルミノシティを大きくすることができるが、必要な電力も増えてしまうため、賢い方法とはいえない。そのかわりに分母のビームサイズを極小化して、ルミノシティを増大させる。一方で、ビームサイズを小さくすると、好ましくないビーム間の相互作用が増大する。ここでいうビーム間相互作用は Beamstrahlung と呼ばれ、衝突相手のビームがつくる磁場によりシンクロトロン放射がおこり、電子が確率的にエネルギーを失うことで、ビームエネルギーの広がりが増大する現象である。Beamstrahlung によるエネルギー広がり、

$\frac{1}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ に比例することが分かっている[4]。この特性から、一方の自由度のビームサイズを極小化し、他方の自由度のビームサイズをある程度の大きさととどめることで、ルミノシティを極大化し、Beamstrahlung の効果を抑制することが可能である。現在の設計では 3 km のダンピングリングでの放射減衰を利用して、エミッタンスにして x 方向に 10 mm.-mrad, y 方向に 0.04 mm.-mrad という非対称なビームを生成し、そのビームを衝突点で x 方向に 640 nm、 y 方向に 6 nm というサイズまで絞り込んで衝突させる。本研究ではこの生成方法に代わる方法として、エミッタンス交換による方法について検討する。

まず xy 方向のエミッタンス交換の手法である RFBT について説明する。RFBT は図 1 に示すビームラインによって構成される。ソレノイド磁場中で発生したビームは、RF 電子銃により加速される。ビーム発生時点では、ビームは xy 対称で、かつ運動学的な角運動量を持たない。一方で、ソレノイド磁場中のベクトルポテンシャルによる正準運動量としての角運動量を持っている。この正準運動量はソレノイドの端部磁場により運動学的な角運動量に変換され、回転する x_y 対称ビーム(しばしば磁化ビームと呼ばれる)となる。磁化ビームは $x-p_y$ などの相関を持つビームである。その後ビームは加速空洞によって加速され、適切な強さに設定されたスキュー四極磁石によって $x-p_y$ などの相関が取り除かれる。この相関を取り除く際に、ビームの占めるエミッタンスは保存されるが、必然的に x と y のエミッタンス間で非対称に振り分けられる。ビームが発生時に持つエミッタンスを $\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}$ とし、スキュー電磁石下流におけるエミッタンスを $\varepsilon_{x1}, \varepsilon_{y1}$ とすると、

$$\varepsilon_{x0}\varepsilon_{y0} = \varepsilon_{x1}\varepsilon_{y1}, \quad (1)$$

かつ

$$\varepsilon_{x0} = \varepsilon_{y0}, \quad \varepsilon_{x1} > \varepsilon_{y1}, \quad (2)$$

が成り立つ。RFBT の詳しい原理については[4]に譲る。このビームラインは加速空洞を除けば数メートル程度、加速空洞を含めても数十メートル程度であるので、この方法を用いた扁平ビーム生成により周長 3 km のリングが不要になれば、加速器の構成を大幅に簡略化でき、建設、運転、コスト、稼働率などの点において大きな

利点がある。

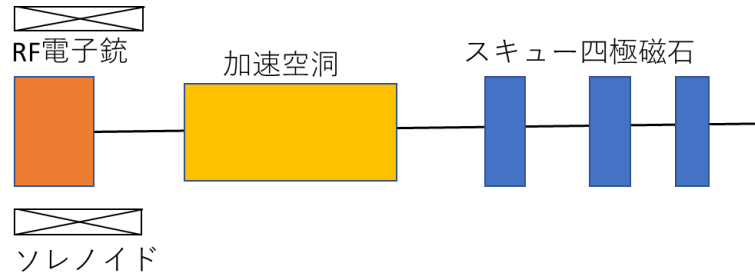


図 1 RFBT のビームライン概略図

2.1 x - z エミッタンス交換

リニアコライダーにおいて必要なのは、 xy における大きな非対称性であるから、RFBT だけで十分に思えるが、話はそう単純ではない。RFBT において、ビーム運動が線形であれば理想的な形でエミッタンスの振り分けが可能で、リニアコライダーで必要なビームが作れるが、現実には多くの非線形運動を起こす原因があり、そのため理想的なエミッタンス振り分けが困難となる。非線形運動の代表的なものがビーム自身の電荷によるクーロン力が原因の空間電荷効果である。多くの場合、ビームはガウス分布するが、ガウス分布しているビームのクーロン力は非線形となり、ビームエミッタンスはもはや単純な保存量ではなくなる。そのため、RFBT によるエミッタンスの振り分けを行うには、空間電荷効果を抑制する必要がある。幸いなことに、空間電荷効果はローレンツ γ の二乗に反比例するので、加速することで無視することができる。そのため、低エネルギーにおける空間電荷効果さえ抑制することができればよい。それにはビームの初期サイズを大きくとればよい。一方で、ビームサイズを大きくすると、それに比例して初期エミッタンスも大きくなるため、RFBT によって y 方向のエミッタンスをリニアコライダーに必要な極小エミッタンスとした場合、式(1),(2)より x 方向のエミッタンスは過大となる。そこで RFBT 後に x 方向と z 方向のエミッタンスを交換させることにより、 x 方向の過大なエミッタンスを z 方向に移す。本研究ではこの x - z エミッタンス交換の特性を評価し、 x - z エミッタンス交換において最適な条件を求めることを目的とする。

x - z エミッタンス交換の方法として現在よく使われている EEX(エミッタンス交換器, Emittance EXchanger)と呼ばれるビームラインを使用する。このビームラインは[2]の論文で考案されたもので、偏向空洞(deflecting cavity)とドッグレッグ(Dogleg: 曲げ角の等しい極性の異なる2つの偏向磁石(bending magnet)からなる要素)によって構成されている(図2)。

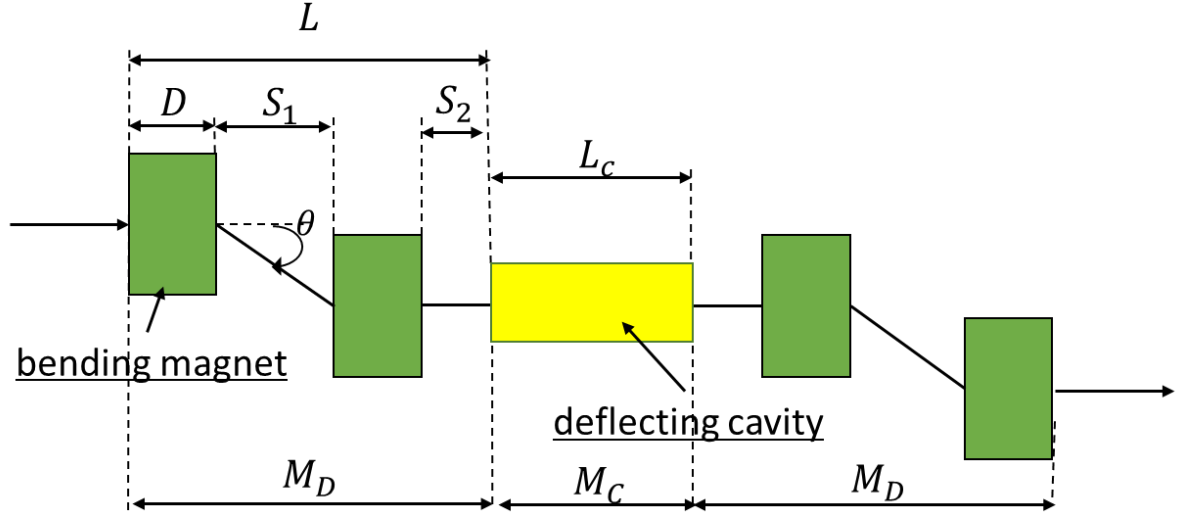


図2 EEX の模式図。図中の D , S_1 , S_2 , L_c , L , および θ はビームラインの寸法、 M_D および M_C は転送行列を表す。

図中の D は偏向磁石の長さ、 S_1 は Dogleg の偏向磁石間の距離、 S_2 は偏向磁石と偏向空洞の間の距離、 L_c は偏向空洞の長さ、 L は EEX の前半の長さ、また、 θ は偏向磁石による曲げ角である。また M_D は Dogleg の転送行列、 M_C は偏向空洞の転送行列を表している。ここから EEX 全体の転送行列を導くが、簡単のため偏向空洞を thin-lens 近似で扱い、EEX 全体の転送行列を導出する。 x - z エミッタンス交換では y 方向を省いて議論を進めても支障は出てこないで、簡潔のために x 方向と z 方向の4次元位相空間だけを考え、非線形の変化は無視する。まず4次元の単粒子ベクトルを

$$s = \begin{bmatrix} x \\ x' \\ z \\ \delta \end{bmatrix},$$

とする。ここで $x' \equiv p_x/p_z$ は x 方向の運動量を進行方向の運動量で規格化、 $\delta \equiv \Delta E/E$ は設計エネルギー E からのエネルギーのずれ ΔE の割合を表す。

次に、Dogleg の転送行列 M_D は thick-lens 近似すると

$$M_D(\eta, \xi, L) = \begin{bmatrix} 1 & L & 0 & \eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

で与えられる[2]。ここで、 $M_{16}=\eta$ および $M_{56}=\xi$ はそれぞれ Dogleg における dispersion function と momentum compaction factor である。 η と ξ は、Dogleg 通過前の粒子のエネルギー広がり $\delta_0=\Delta E_0/E$ で与えられる場合に Dogleg 通過後の x_1, z_1 に対して、

$$\Delta x_1 = \eta \frac{\Delta E_0}{E},$$

$$\Delta z_1 = \xi \frac{\Delta E_0}{E},$$

の位置の変化を生み出す成分であり、エミッタンス交換において重要な役割を持つ。

また、相対論的なビームの場合、 η, ξ, L はそれぞれ

$$\eta = \frac{S_1 \sin \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right), \quad (4)$$

$$\xi = \frac{S_1 \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \theta \right), \quad (5)$$

$$L = \frac{S_1}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\cos \theta} + S_2, \quad (6)$$

で与えられる[4]。つまり Dogleg のパラメータを偏向磁石の曲げ角や偏向磁石間の距離から求めることができる。

次に偏向空洞の転送行列 M_D は thin-lens 近似すると、

$$M_C(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

と表すことができる。式中の k は偏向空洞の電圧 V_0 、素電荷 e 、位相の周波数 f

および空洞内でのビームエネルギー E_0 を用いて、

$$k \equiv \frac{2\pi f e V_0}{cE},$$

で定義される量である。ある k の値を必要とする場合、空洞内を通るビームのエネルギーが高いと、空洞に印加する電圧も高くするか、周波数を大きくする必要があることを示す。

以上を用いると、EEX 全体の転送行列 M_{EX} は図2の装置の並びより

$$M_{EX}(\eta, \xi, L, k) = M_D M_C M_D, \quad (8)$$

で与えられる。式(3),(7)より計算すると、

$$M_{EX} = \begin{bmatrix} 1+k\eta & 2L(1+k\eta) & kL & \eta(1+k\eta) + \eta + \xi kL \\ 0 & 1+k\eta & k & k\xi \\ k\xi & \eta(1+k\eta) + \eta + \xi kL & 1+k\eta & 2\xi(1+k\eta) \\ k & kL & 0 & 1+k\eta \end{bmatrix}.$$

となる。ここで、対角成分が消える条件

$$1 + \eta k = 0, \quad (9)$$

を課すことにより、

$$M_{EX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & kL & \eta + \xi kL \\ 0 & 0 & k & k\xi \\ k\xi & \eta + \xi kL & 0 & 0 \\ k & kL & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

または偏向空洞の強さ k を消去して、Doglegのパラメータのみで式(10)を表すと

$$M_{EX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{L}{\eta} & \eta - \frac{\xi L}{\eta} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\xi}{L} \\ -\frac{\xi}{\eta} & \eta - \frac{\xi L}{\eta} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\eta} & -\frac{L}{\eta} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

上式の意味を明確にするために、EEX 前の粒子状態を s_i , EEX 後の粒子状態を s_f とすると、加速器物理の基礎的表現に従い、

$$s_f = M_{EX} s_i,$$

と与えられる。つまり

$$\begin{bmatrix} x_f \\ x'_f \\ z_f \\ \delta_f \end{bmatrix} = M_{EX} \begin{bmatrix} x_i \\ x'_i \\ z_i \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{\eta} z_i + \left(\eta - \frac{\xi L}{\eta} \right) \delta_i \\ -\frac{1}{\eta} z_i - \frac{\xi}{\eta} \delta_i \\ -\frac{\xi}{\eta} x_i + \left(\eta - \frac{\xi L}{\eta} \right) x'_i \\ -\frac{1}{\eta} x_i - \frac{L}{\eta} x'_i \end{bmatrix},$$

の関係式を得る。上式より EEX 後の x 方向の位相空間要素 x_f および x'_f を決めるのは、初期の z 方向の位相空間要素 z_i および δ_i のみである。同様に EEX 後の z 方向の位相空間要素 z_f および δ_f を決めるのは、初期の x 方向の位相空間要素 x_i および x'_i のみである。結果として EEX の通過前後で x 方向と z 方向の位相空間の入れ替わりが実現する。ビームの位置及び運動量の広がりを表す指標であるエミッタンスは、 (x, x') において

$$\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x x' \rangle^2},$$

で定義され、式中の“ $\langle \rangle$ ”は粒子に対する統計的平均を表す。今、 $\det|M_{EX}| = 1$ より $\varepsilon_{4D} = \varepsilon_x \varepsilon_z$ は保存される。つまり交換の前後でエミッタンスは完全に交換する。これより式(10)または式(11)で実現される位相空間制御をエミッタンス交換と呼ぶ。

2.2 シグマ行列

エミッタンスや x や z などのパラメータの統計的平均を計算するのに便利な手法としてシグマ行列がある。シグマ行列は

$$\Sigma \equiv \langle s s^T \rangle = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle x x' \rangle & \langle x z \rangle & \langle x \delta \rangle \\ \langle x' x \rangle & \langle x'^2 \rangle & \langle x' z \rangle & \langle x' \delta \rangle \\ \langle z x \rangle & \langle z x' \rangle & \langle z^2 \rangle & \langle z \delta \rangle \\ \langle \delta x \rangle & \langle \delta x' \rangle & \langle \delta z \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{bmatrix},$$

で定義される。いま初期状態では x と z の相関がない場合を考えて、

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} \Sigma_{x0} & 0 \\ 0 & \Sigma_{z0} \end{bmatrix},$$

とする。式中の Σ_{x0} および Σ_{z0} は

$$\Sigma_{x0} = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle x'x \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{z0} = \begin{bmatrix} \langle z^2 \rangle & \langle z\delta \rangle \\ \langle \delta z \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{bmatrix},$$

である。いま、転送行列 M によって状態 0 から状態 1 に移動したとき、 Σ_0 と Σ_1 の関係は

$$\Sigma_1 = M\Sigma_0M^T, \quad (12)$$

で表される。上添え字 T は転置行列を示す。これより転送行列と初期のシグマ行列さえ分かれば、転送後のエミッタンスなどを理論的に求めることができる。

2.3 有限の長さを持つ偏向空洞の転送行列

2.1 章では偏向空洞の転送行列については thin-lens 近似で扱っていた。しかしながら現実の偏向空洞は当然ながら有限の長さを持つ。そのため、より現実に近い偏向空洞の転送行列を扱うために thick-lens 近似を導入する。偏向空洞の長さを L_C とすると、thick-lens 近似の転送行列 M_C^{thick} は次式で与えられる[5]

$$M_C^{thick} = \begin{bmatrix} 1 & L_C & \frac{kL_C}{2} & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & kL_C & Nk^2L_C & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

ここで N は空洞のセル数 n によって決まる定数で

$$N = \frac{1 + 2n^2}{12n^2},$$

である。式(13)の 12 成分は空洞の長さをドリフトする効果を表しており、13 成分は z に依存した横方向キックがドリフトを通じて x を変化させる効果、43 成分は z 位置により与えられる z 方向のキックの効果である。また k は thin-lens 近似の場合と同じ値である。

次に thick-lens 近似の転送行列 M_C^{thick} を用いて再び EEX 全体の転送行列 M_{EX}^{thick} を導出する。装置の並びは同じであるので式(8)と同様にして

$$M_{EX}^{thick} = M_D M_C^{thick} M_D \equiv \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}. \quad (14)$$

ここで行列の各要素は煩雑になるため、 2×2 行列である A, B, C, D をおく。ここから、偏向空洞のセル数を 1 として考える。対角要素の A, D は式(14)より

$$A = \begin{bmatrix} 0 & L_C/4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \frac{L_C}{4\eta^2} \begin{bmatrix} \xi & \xi^2 \\ 1 & \xi \end{bmatrix}, \quad (15)$$

と書ける。 $L_C=0$ の時は $A=D=0$ となり、thin-lens 近似の偏向空洞を用いた場合と同じように M_{EX}^{thick} の対角要素は 0 になる。非対角化要素の B, C は

$$B = -\frac{1}{4\eta} \begin{bmatrix} L_C + 4L & 4\xi L - 4\eta^2 + \xi L_C \\ 1 & \xi \end{bmatrix}, \quad C = B^T, \quad (16)$$

と書ける。偏向空洞が thin-lens の場合、EEX 全体の転送行列の行列式は

$$\det|M_{EX}| = 1,$$

を満たし、エミッタンスの積は EEX 前後で保存する。しかし、偏向空洞が thick-lens の場合、EEX 全体の転送行列の行列式は

$$\det|M_{EX}^{thick}| = \eta^2,$$

であり、 $\eta \neq 1$ の時はエミッタンスの積は保存しない。つまり、偏向空洞が有限長であるときには、線形運動であっても基本的にエミッタンスの積は保存しない。

次にこの転送行列を用いて EEX 後のエミッタンスを計算する。シグマ行列は Twiss パラメータと呼ばれるビーム力学でしばしば使われるパラメータを用いると、

$$\Sigma_0 = \varepsilon_{i0} \begin{bmatrix} \beta_{i0} & -\alpha_{i0} \\ -\alpha_{i0} & \gamma_{i0} \end{bmatrix},$$

とも書ける。上式において $i = x, z$ を表し、 $\gamma_{i0} = (1 + \alpha_{i0}^2)/\beta_{i0}$ を満たす。EEX 後のシグマ行列は式(12),(14)より

$$\Sigma_1 = \begin{pmatrix} A\Sigma_{x0}A^T + B\Sigma_{z0}B^T & A\Sigma_{x0}C^T + B\Sigma_{z0}D^T \\ C\Sigma_{x0}A^T + D\Sigma_{z0}B^T & C\Sigma_{x0}C^T + D\Sigma_{z0}D^T \end{pmatrix}. \quad (17)$$

x 方向と z 方向の RMS エミッタンスは式(17)の対角要素の行列式である。ここから EEX 後の x 方向のエミッタンスを求める。 z 方向のエミッタンス計算は x 方向と同様な計算をするので、ここでは省略する。(17)式の対角要素に対して行列式が RMS

エミッタンスになるので、

$$\varepsilon_{x1}^2 = |A\Sigma_{x0}A^T + B\Sigma_{z0}B^T|. \quad (18)$$

これを計算するために、2次元行列で一般的に成り立つ法則として

$$|X + Y| = |X| + |Y| + \text{tr}(X^a Y), \quad (19)$$

がある。ここで、 tr は行列のトレースを表し、 $X^a = J^{-1}X^T J$ である。また J は

$$J \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J^2 = -I,$$

で定義する。これより x 方向エミッタンスは式(18),(19)より

$$\varepsilon_{x1}^2 = |A|^2 \varepsilon_{x0}^2 + |B|^2 \varepsilon_{z0}^2 + \text{tr}\{(A\Sigma_{x0}A^T)B\Sigma_{z0}B^T\}. \quad (20)$$

ここで、ここからの計算を見やすくするために行列 Q を次式で定義する。

$$Q_{i0} \equiv \frac{1}{\sqrt{\beta_{i0}}} \begin{pmatrix} \beta_{i0} & 0 \\ -\alpha_{i0} & 1 \end{pmatrix},$$

ここで $i = x, z$ である。この Q を用いると

$$\Sigma_{x0} = \varepsilon_{x0} Q_{x0} Q_{x0}^T,$$

と表すことができる。さらに行列 U を

$$U \equiv Q_{x0}^{-1} A^a B Q_{z0},$$

で定義すると、式(20)は

$$\varepsilon_{x1}^2 = |A|^2 \varepsilon_{x0}^2 + |B|^2 \varepsilon_{z0}^2 + \varepsilon_{x0} \varepsilon_{z0} \text{tr}(UU^T). \quad (21)$$

またシンプレティック行列の場合に次の関係が成り立つ

$$|A| + |C| = 1, \quad |A| = |D|, \quad |B| = |C|.$$

さらに、 $\text{tr}(UU^T) \equiv \lambda^2 (\geq 0)$ とすると(21)式は

$$\varepsilon_{x1}^2 = |A|^2 \varepsilon_{x0}^2 + (1 - |A|)^2 \varepsilon_{z0}^2 + \varepsilon_{x0} \varepsilon_{z0} \lambda^2, \quad (22)$$

と書ける。同様に EEX 後の z 方向エミッタンスは

$$\varepsilon_{z1}^2 = (1 - |A|)^2 \varepsilon_{x0}^2 + |A|^2 \varepsilon_{z0}^2 + \varepsilon_{x0} \varepsilon_{z0} \lambda^2, \quad (23)$$

と求められる。式(22),(23)より、仮に $\varepsilon_{x0} = \varepsilon_{z0}$ の場合は $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{z1}$ となることがわかる。これより偏向空洞に thick-lens 近似を用いた場合、EEX 後のエミッタンスは次式で与えられる

$$\varepsilon_{x1}^2 = \varepsilon_{z0}^2 (1 + \rho_0 \lambda^2), \quad \varepsilon_{z1}^2 = \varepsilon_{x0}^2 (1 + \lambda^2 / \rho_0). \quad (24)$$

ここで $\rho_0 = \varepsilon_{x0}/\varepsilon_{z0}$ であり、EEX 前のエミッタンス比を表す。また λ^2 は初期ビームの Twiss パラメータと Dogleg, 偏向空洞のパラメータを用いて

$$\lambda^2 = \frac{L_C^2(1 + \alpha_{x0}^2)(\xi^2 + (\xi\alpha_{z0} - 2\beta_{z0})^2)}{64\eta^2\beta_{x0}\beta_{z0}}, \quad (25)$$

と書ける。 ρ_0, λ は共に無次元量であり、 λ をエミッタンス増大因子と呼ぶことにする。thin-lens 近似($L_C = 0$)の時は $\lambda^2 = 0$ 、つまり EEX 後のエミッタンスは $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{z0}$ 、かつ $\varepsilon_{z1} = \varepsilon_{x0}$ となり完全なエミッタンス交換が成り立つことも確認できる。一方、 $L_C > 0$ の場合には必ず交換前のエミッタンスより増大することを示し、増大する大きさは λ^2, ρ_0 によって決まる。

2.4 高次の転送行列

これまでの議論において非線形による効果は無視してきた。現実には非線形の効果が必ず存在する。本研究では、非線形の効果を評価するため、シミュレーションにおいて二次までを含める。二次までを含めた場合の粒子の座標六次元空間での転送は次のように与えられる[8]

$$x_i(1) = \sum_j R_{ij}x_j(0) + \sum_{j,k} T_{ijk}x_j(0)x_k(0). \quad (26)$$

ここで R_{ij} は一次の転送行列、 T_{ijk} は二次の転送行列であり $i, j, k = 1 \sim 6$ を表し、 $(1,2,3,4,5,6) = (x, x', y, y', z, \delta)$ を表す。これらの項を含めることにより、上の議論で展開してきた式で導いた値からずれが生じる。この二次の転送行列を含めて理論の展開をした方が現実に近いが、計算が煩雑になる。この二次の影響についてはシミュレーションによりその大きさを確認する。

2.5 エネルギーチャープ

TLEX は線形運動の範疇において、正確にエミッタンス交換する。しかしここまで述べてきたように偏向空洞が有限の長さを持つことや非線形の効果を含めることでエミッタンスは増大する。そこで、この効果を出来るだけ小さくすることが重

要である。この効果を小さくする方法の一つとしてエネルギーチャープを EEX 前のバンチビームに加えることが知られている。エネルギーチャープについては論文によって定義が異なることがあるが、本研究では[6]に沿った定義を用いる。

エネルギーチャープとは z - δ 位相空間における相関のことで、ここではエネルギーチャープ h を

$$h \equiv \frac{\langle z\delta \rangle}{\langle z^2 \rangle}, \quad (27)$$

と定義する。式(25)において λ^2 を小さくする方法の一つとして、 $\alpha_{z0} = \beta_{z0}/\xi$ であればよい。ここで Twiss パラメータの α_{z0} は

$$\alpha_{z0} \equiv -\frac{\langle z\delta \rangle}{\varepsilon_{z0}} = -h\beta_{z0}, \quad (28)$$

と書けるので、 $h = -1/\xi$ の値を持てば λ^2 は小さくなり、エミッタンスの増大を抑えることができる。

エネルギーチャープは、ビームを加速空洞でゼロクロスの位相に乗せて通過させることで得られる。ゼロクロスとは、 $\sin(\theta = 0)$ の位相に相当し、平均の加速勾配がゼロで、バンチ前方と後方が逆符号の加速を得る状態である。

3. シミュレーション

以下に本研究におけるシミュレーションについてまとめる。

本研究のシミュレーションでは、偏向空洞は転送行列によってモデル化した。EEX の基本的特性を調べるために、thin-lens 近似および thick-lens 近似の行列表現を用いた。

空間電荷効果はビームを発散させる重要な要因の一つである。しかし、本研究で扱う EEX ビームラインは加速空洞の下流に置かれることを想定しており、電子ビームのローレンツ γ は少なくとも数十以上である。空間電荷効果(すなわちクーロン力)は相対論的効果による電場と磁場の打ち消し作用により、 $1/\gamma^2$ に比例するた

め、加速された場合はたいていの場合無視できる。そこで本研究では空間電荷効果は計算に含めていない。本研究でシミュレーションに含められる非線形の効果は、偏向磁石のフリンジ場と色収差である。

本研究で想定したビームラインのパラメータを表 1 に示す。特に断らない限り、すべてのシミュレーションを通してここに示すパラメータを用いた。パラメータについては[2]の論文を参考にして設定した。

表 1 EEX のパラメータ

パラメータ	表記	数値	単位
偏向磁石の長さ	D	20	cm
偏向磁石間の距離	S_I	1	m
偏向磁石と偏向空洞の距離	S_2	30	cm
偏向空洞の長さ	L_C	30	cm
偏向磁石による曲げ角	θ	20	deg
dispersoin 関数	η	-0.46	m
momentum compaction 関数	ξ	0.16	m

* thin-lens 近似を用いる場合、EEX の全長が同じになるように S_2 を変化させた。

EEX のビームラインによってエミッタンスが交換するための条件式(9)を満たす必要があるため、表 1 の条件の時、偏向空洞の強さ k を計算すると $k = -1/\eta = 2.17$ である。この強さはビームエネルギー $E=100$ MeV で $f=1.3$ GHz とした時、 $V=8.0$ MV に相当する。

EEX に入射するバンチビームの基準パラメータを表 2 に示す。シミュレーションではこの値に対して、適宜特定のパラメータを変化させてその特性を調べた。また入射ビームでは $\alpha_{x0} = \alpha_{z0} = 0$ として、 x, x' や z, δ には相関の無い場合を仮定した。ただし、初期ビームがエネルギーチャープを持つ場合は、 $\alpha_{z0} \neq 0$ となる。

表 2 バンチビームの基準パラメータ

パラメータ	表記	数値	単位
ビームエネルギー	E	100	MeV
初期の RMS x	σ_{x0}	1	mm
初期の RMS z	σ_{z0}	1	mm
初期の RMS x'	$\sigma_{x'0}$	1	mrاد
初期の RMS δ	$\sigma_{\delta 0}$	0.1	%
初期 x 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{x0}$	197	$\mu\text{ m}$
初期 z 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{z0}$	197	$\mu\text{ m}$

シミュレーションは、thick-lens の効果や非線形効果を見るために、以下の 5 つの条件で行った。

- ① 偏向空洞は thin-lens モデルでドッグレッグは線形の効果のみを考慮する
 - ② 偏向空洞は thin-lens モデルでドッグレッグは非線形効果を考慮する
 - ③ 偏向空洞は thick-lens モデルでドッグレッグは線形の効果のみを考慮する
 - ④ 偏向空洞は thick-lens モデルでドッグレッグは非線形効果を考慮する
 - ⑤ ④の条件に、エネルギーチャープを加える
- ①は理論上、初期のパラメータに依存せずに完全なエミッタンス交換が実現する。
 ④あるいは⑤が現実にもっとも近い条件となる。⑤ではエネルギーチャープを加えるために、上流に加速空洞を設置する必要があるが、本研究ではビームの初期分布として与えた。

3.1 シミュレーション方法

本研究では荷電粒子のトラッキングコードの ELEGANT[6]を用いてシミュレーションを行った。ELEGANT は「ELEctron Generation ANd Tracking」の頭文字をとったもので、様々な電磁場の中でマクロ粒子を飛ばして、その軌跡を追跡することでビームの振舞いを理解する。プログラムは C 言語で記述されており、標準的な加速器用のビームトラッキングプログラムである。MAD[7]の台本(設定ファイル)

の書式を用いることができる。他のいくつかのトラッキングコードではビームと共に追跡される基準粒子となるものが存在する。これは理想的な運動量をもち、理想的な位相や軌道を通る粒子である。この基準粒子は ELEGANT では存在しない。その代わりに、ELEGANT では基準化を多数のマクロ粒子の統計的性質に基づいて行っている。使い方を簡単に述べると、電磁石や RF 空洞などのエレメントを組み合わせる目的の加速器を作成し、粒子のトラッキングを行う。本研究では主に ELEGANT を用いてシミュレーションを行う。一部のシミュレーションについてはトラッキングコードの ASTRA[8]を使った。

4. シミュレーションの結果

2 章で述べたように、偏向空洞は thin-lens を適用し、運動を線形近似した場合、エミッタンスは正確に交換する。一方、非線形効果や thick-lens 近似を適用した場合、各自由度における位相空間上に射影した粒子分布から求めたエミッタンスは交換されとは限らない。そこで次のような三つのエミッタンス増大率を定義し、シミュレーションによりその値を評価する。

$$R \equiv \frac{\varepsilon_{x1}\varepsilon_{z1}}{\varepsilon_{x0}\varepsilon_{z0}}, \quad R_x \equiv \frac{\varepsilon_{x1}}{\varepsilon_{z0}}, \quad R_z \equiv \frac{\varepsilon_{z1}}{\varepsilon_{x0}}, \quad (29)$$

ここで、 ε_{x0} および ε_{z0} は EEX 前の x, z 方向エミッタンス、 ε_{x1} および ε_{z1} は EEX 後の x, z 方向エミッタンスと定義する。 R は交換前後における x および z におけるエミッタンスの積の比である。 R_x は交換後の x 方向エミッタンスと交換前の z 方向エミッタンスの比、 R_z は交換後の z 方向エミッタンスを交換前と x 方向エミッタンスの比である。正確に x - z エミッタンス交換が生じた場合、これらの指標は $R = R_x = R_z = 1$ と、すべて 1 になる。理論上、これらの値は 1 を下回ることはないが、1 よりも大きい場合はエミッタンス増大が起きたことを示す。

4.1 x - z エミッタンス交換の確認

最初にシミュレーションを用いてエミッタンス交換が実現するかを確認する。基準パラメータにおいて x 方向と z 方向のエミッタンスは同じ大きさであり、エミッタンスの大きさで x - z エミッタンス交換したか判断するのは分かりにくい。そこで交換したことを分かりやすくするために基準パラメータを少し変更した表 3 のパラメータを用いる。基準パラメータからバンチ長を $1/10$ にした。④の方法でシミュレーションすると表 4 の結果になった。これより x 方向と z 方向のエミッタンスが初期エミッタンスの大きさよりも増大して、交換していることがわかる。この時のエミッタンスの変化を横軸に s をとり図 3 に示す。ここからもエミッタンスが交換していることが分かる。次に x 方向と z 方向の粒子分布を図 4 に示す。図の(a)および(b)は EEX 前の (x, x') , (z, δ) の粒子分布、(c)および(d)は EEX 後の粒子分布である。初期の x 方向位相空間分布は楕円形にし、 z 方向位相空間分布はガウス分布にしている。EEX 後の粒子分布から、位相空間分布の様子が交換していることが確認できる。

表 3 バンチビームのパラメータ

パラメータ	表記	数値	単位
ビームエネルギー	E	100	MeV
初期の RMS x	σ_{x0}	1	mm
初期の RMS z	σ_{z0}	0.1	mm
初期の RMS x'	$\sigma_{x'0}$	1	mrad
初期の RMS δ	$\sigma_{\delta0}$	0.1	%
初期 x 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{x0}$	197	μm
初期 z 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{z0}$	19.7	μm

表 4 シミュレーション結果

パラメータ	表記	数値	単位
初期 x 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{x0}$	197	μm
初期 z 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{z0}$	19.7	μm
EEX 後 x 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{x1}$	20.4	μm
EEX 後 z 方向規格化エミッタンス	$\gamma\epsilon_{z1}$	197	μm

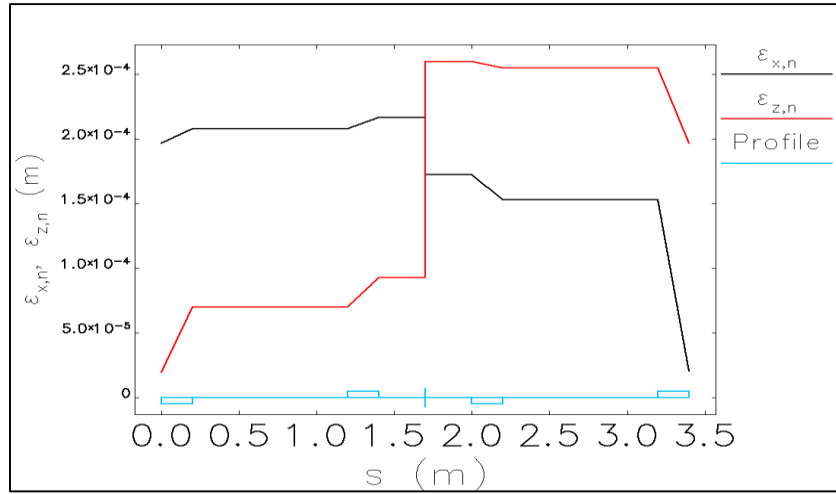


図 3: ビームラインに沿ったエミッタンスの大きさ。 $s=0$ は EEX の 1 つ目の偏向磁石直前である。黒線は x 方向エミッタンス、赤線は z 方向エミッタンス、青線は装置を表している

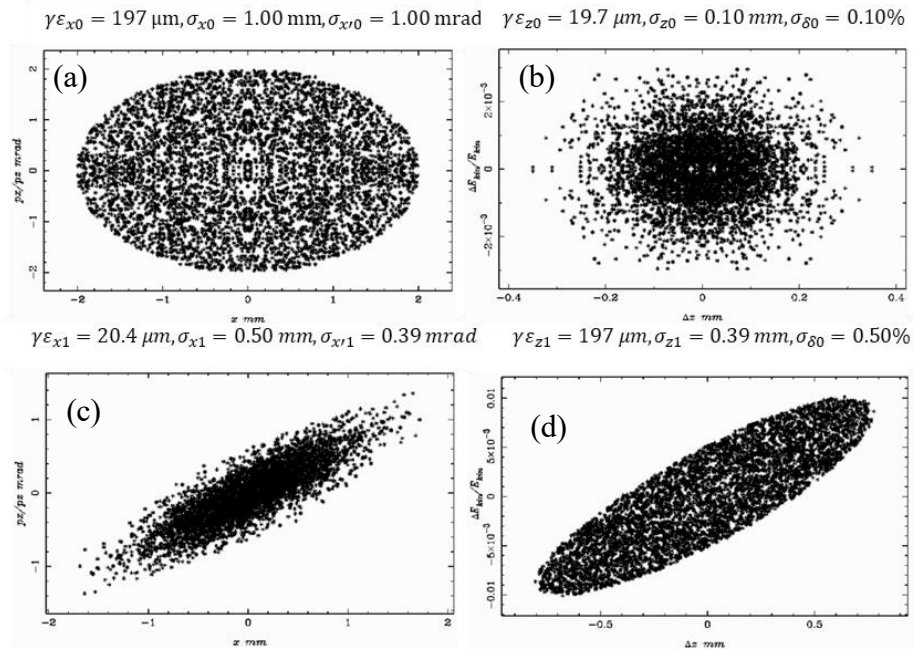


図4(a)および(b)はEEX前の x 方向および z 方向の位相空間粒子分布、(c)および(d)はEEX後の粒子分布

4.2 TLEXにおける初期ビームパラメータの依存性

初期ビームのパラメータ(σ_{x0} , σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta 0}$)を変化させた時のエミッタンス増大率を調べる。まず、図5(a)および(b)に、 x 方向の初期ビーム径 σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス交換の様子を、条件①でシミュレーションした結果を示す。図5(a)は交換前後でのエミッタンスを横軸に初期ビーム径 σ_{x0} をとり示したもの、図5(b)は式(29)で定義したエミッタンス増大率を同様に横軸に初期ビーム径 σ_{x0} をとり表示したものである。図6,図7,図8は同様に条件①でシミュレーションを行い、各々 σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta 0}$ を変化させて同様に(a)にはエミッタンス、(b)には増大率を表示したものである。初期パラメータの変化により、交換前のエミッタンスのうち一つが線形に変化する。すべてのパラメータにおいて、増大率は1となり、予想通り完全なエミッタンス交換されていることが確認できる。

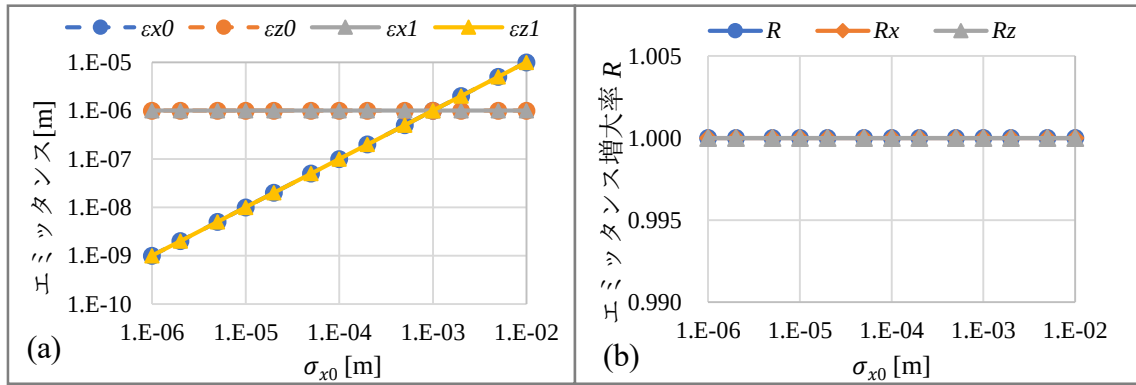


図 5 (a)条件①で σ_{x0} を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件①で σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率

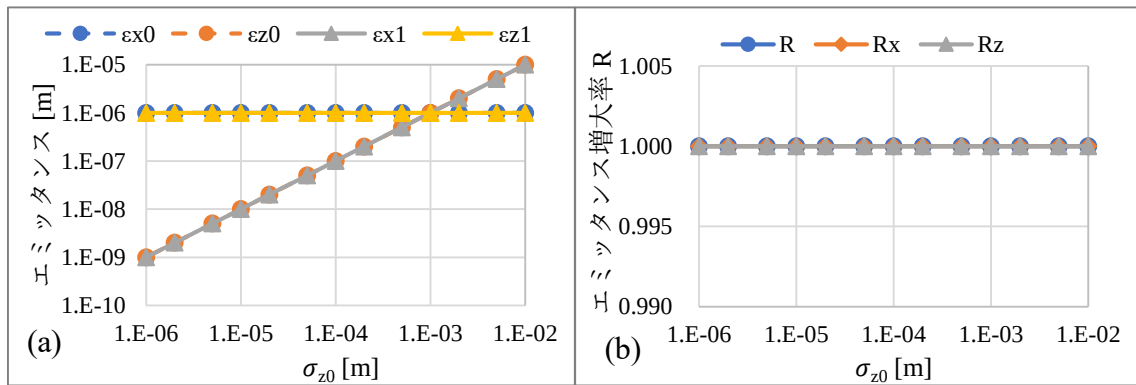


図 6 (a)条件①で σ_{z0} を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件①で σ_{z0} を変化させた時のエミッタンス増大率

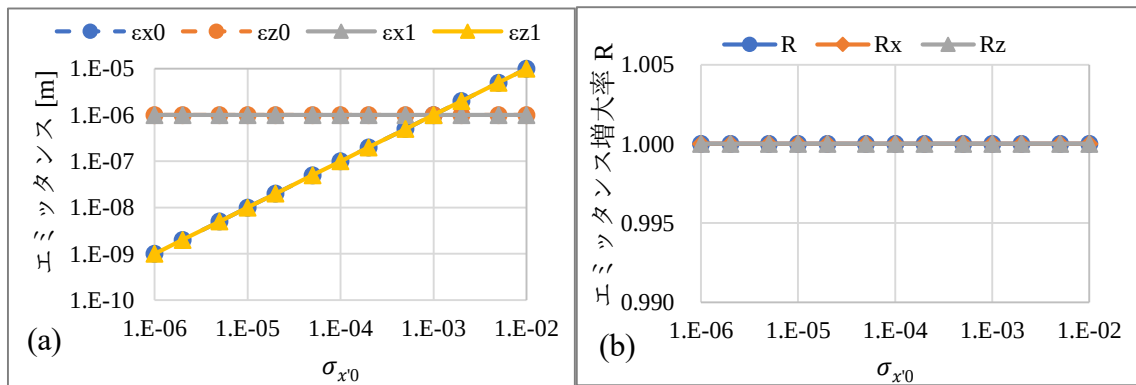


図 7 (a)条件①で $\sigma_{x'0}$ を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件①で $\sigma_{x'0}$ を変化させた時のエミッタンス増大率

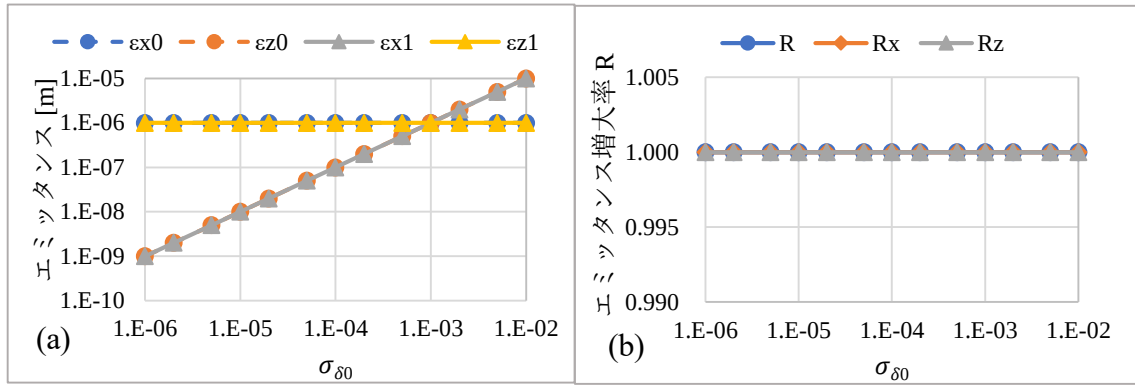


図 8 (a)条件①で $\sigma_{\delta 0}$ を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件①で $\sigma_{\delta 0}$ を変化させた時のエミッタンス増大率

次に④の条件で上と同様なシミュレーションを行った。その結果を図 9,10,11,12 に示す。データの表示の方法は図 5,6,7,8 と同様である。まずこれらの図の(a)に注目する。各パラメータを小さくすると、 ϵ_{x0} または ϵ_{z0} の大きさも共に小さくなる。条件①ではそれに伴って ϵ_{z1} または ϵ_{x1} も小さくなった(図 5,6,7,8)。しかし、条件④では ϵ_{z1} または ϵ_{x1} の大きさはある一定値以下にはならないことがわかる。図 9 の(a)を例にすると、 $\epsilon_{z0} \cong \epsilon_{x1} \cong 10^{-6}$ とほとんど一致している。つまり、各パラメータにおいて変化させない方のエミッタンスと交換後に対応するエミッタンスの大きさはほとんどの範囲で一致している。これは図 10,11,12 においても同様な結果であることがわかる。図 9,10,11,12 の(b)に注目すると、すべてのパラメータにおいて $R > 1$ となる範囲があり、エミッタンス増大が生じている。すべてのパラメータに共通して 10^{-3} 付近ではエミッタンス増大率 $R \cong 1$ で理想のエミッタンス交換に非常に近い。 R , R_x , R_z に注目すると、 R_x , R_z のどちらか一方のみが大きくなり全体のエミッタンス増大率 R も大きくなっている。これは図の(a)で一方のエミッタンスの組み合わせはずれが大きく、もう一方の組み合わせではほとんど一致していることと同義である。このように現実に近い条件では初期ビームのパラメータによって、エミッタンス増大率が変化する。

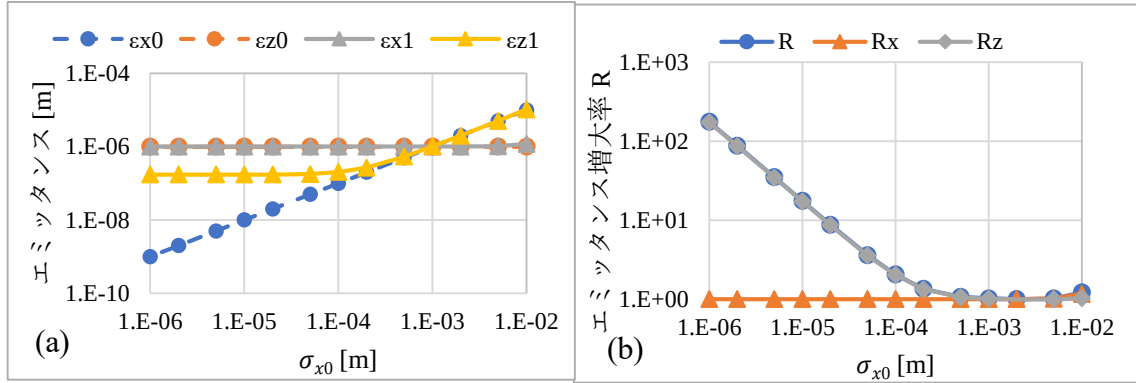


図 9 (a)条件④で σ_{x0} を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件④で σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率

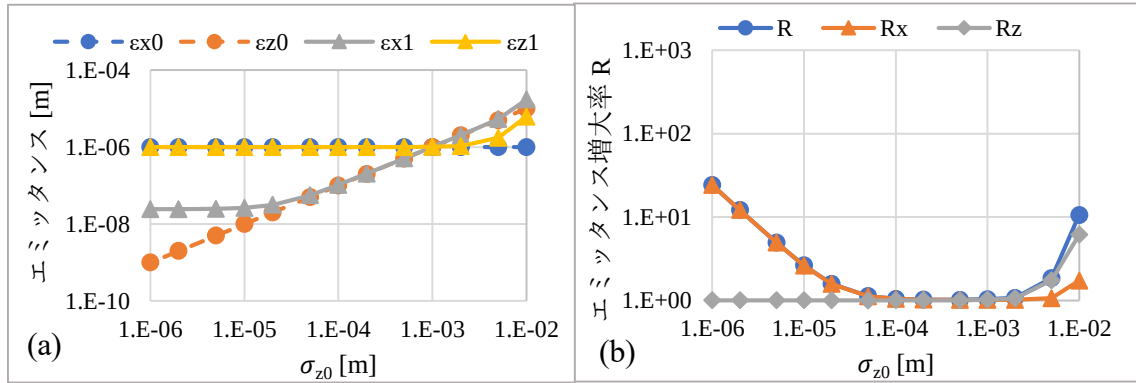


図 10 (a)条件④で σ_{z0} を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件④で σ_{z0} を変化させた時のエミッタンス増大率

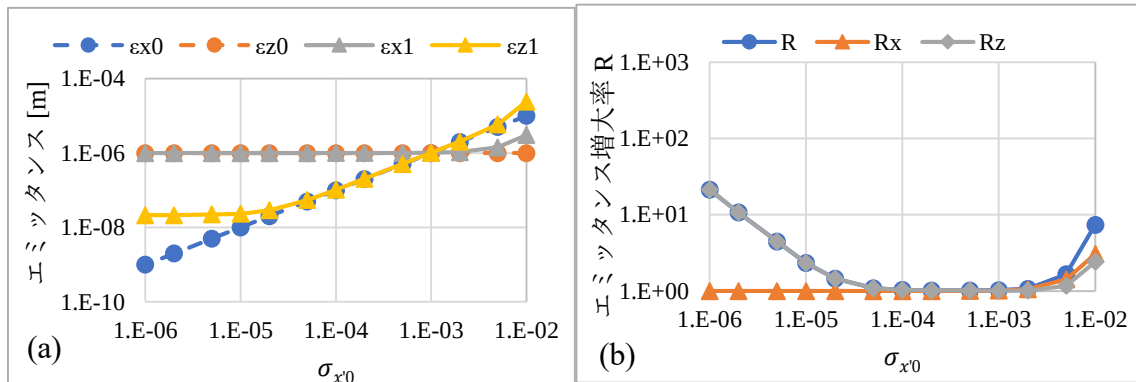


図 11 (a)条件④で σ_{xr0} を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件④で σ_{xr0} を変化させた時のエミッタンス増大率

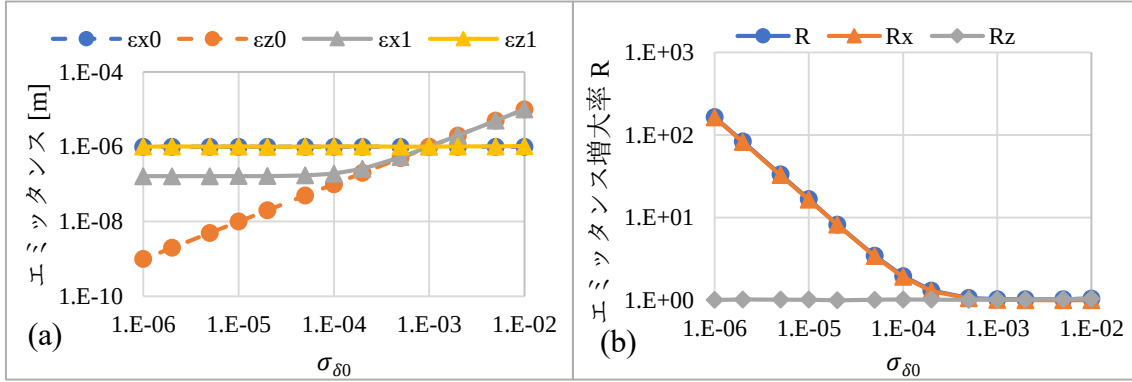


図 12 (a)条件④で $\sigma_{\delta 0}$ を変化させた時の EEX 交換前後のエミッタンス (b)条件④で $\sigma_{\delta 0}$ を変化させた時のエミッタンス増大率

次に、条件②や③でも同様なシミュレーションを行う。横軸に各ビームパラメータを取り、条件②,③,④のそれぞれの条件でのエミッタンス増大率 R を図 13 に示す。これより条件④でのエミッタンス増大率 R が条件②または条件③のどちらの増大率 R に近いかわかる。条件②については非線形効果のみがエミッタンス増大を生じ、③については thick-lens 効果のみがエミッタンス増大を生じさせる。条件④は両方の効果によってエミッタンス増大が生じるので、条件②,③,④を比較することにより thick-lens 効果もしくは非線形効果のどちらがエミッタンス増大に大きな影響を与えているかわかる。図 13 (c)について($\sigma_{x'0}$ を変化させた場合)、条件④と条件②の増大率 R の大きさが近い。一方、(a),(b),(d)については条件④と条件③の増大率 R の大きさが近いことがわかる。つまり、 $\sigma_{x'0}$ を変化させた時は非線形効果がエミッタンス増大に対して支配的であり、それ以外のパラメータについては thick-lens 効果がエミッタンス増大に支配的である。(a),(b),(c),(d)のエミッタンス増大率 R の大きさに注目すると、各パラメータの大きさが 10^{-6} で増大率 R が最も大きくなる。それぞれの増大率 R を比べると $\sigma_{x0}, \sigma_{\delta 0}$ は $R \cong 200$ であるが、 $\sigma_{x'0}, \sigma_{z0}$ は $R \cong 20$ である。

このような違いが生じる原因を議論する前に、条件③では式(24)からエミッタンスの大きさを求めることができるので、次章で本研究のシミュレーション値と理論からの値を比較する。

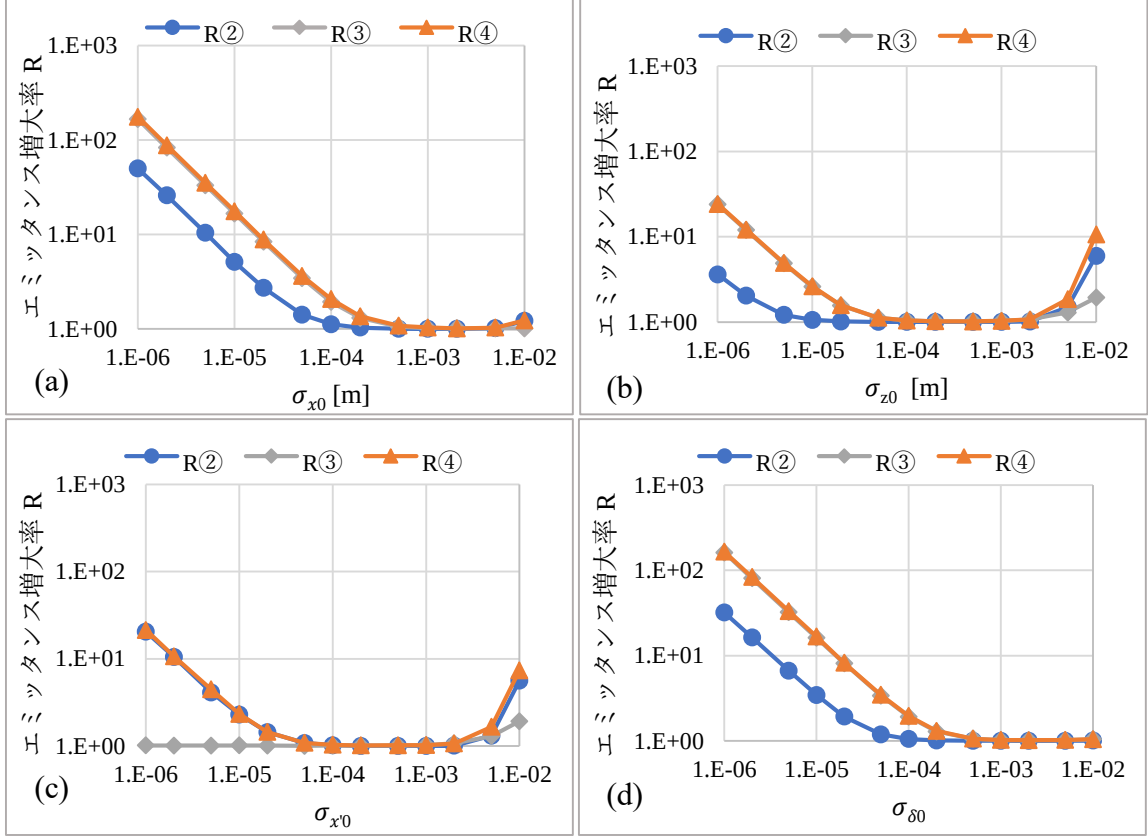


図 13 (a)条件②,③,④で σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率. (b),(c),(d)はそれぞれ σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta0}$ について(a)と同様なデータ表示

4.3 理論との比較

偏向空洞が **thick-lens** 近似の場合、線形運動であっても正確なエミッタンス交換からずれることを 2.3 章で示した。**thick-lens** 近似かつ線形運動の時(条件③)、EEX 後の x, z エミッタンスの大きさは式(21)から計算でき、この式から条件③でのエミッタンス増大率 R を求めると

$$R \equiv \frac{\varepsilon_{x1}\varepsilon_{z1}}{\varepsilon_{x0}\varepsilon_{z0}} = \sqrt{(1 + \lambda^2\rho_0)(1 + \lambda^2/\rho_0)}. \quad (30)$$

図 14 に横軸に初期ビームのパラメータをとり、条件③でのエミッタンス増大率 R と式(30)から求めた増大率 R を表示する。これよりシミュレーション値と理論値が一部を除きおおよそ一致しているとわかる。一部でシミュレーション値と理論値が

ずれた原因として、ELEGANT での Dogleg の dispersion などの値と式(3),(4),(5)から計算できる値が異なることが考えられる。条件③は非線形効果が無視した場合ではあるが、thick-lens 効果が支配的にエミッタンス増大を生じさせる場合、数式から予測することができるといえる。もっとも、これらの計算では CSR の効果は含まれていないので、現実でのエミッタンス増大率を予測できるかは確認できていない。

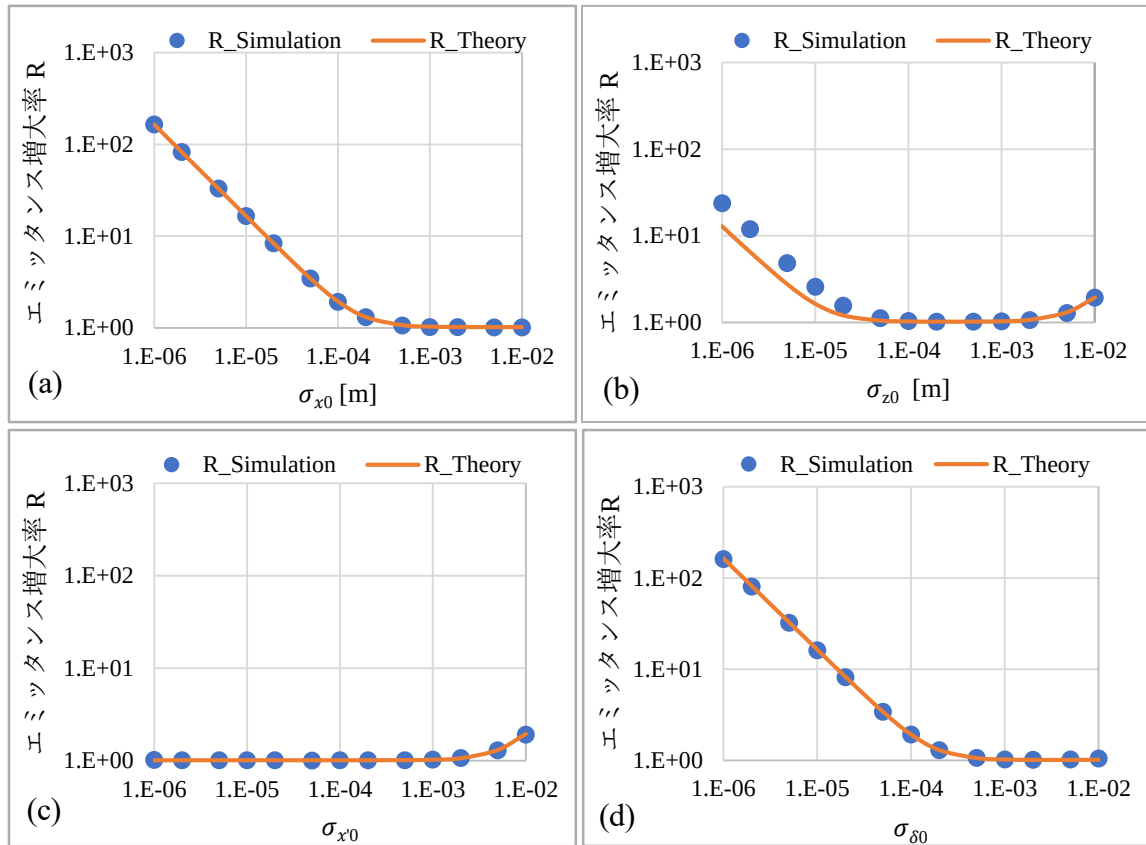


図 14 (a)条件③で、 σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率をシミュレーション値と式(30)の理論値を比較. (b),(c),(d)はそれぞれ σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta0}$ について(a)と同様なデータ表示

4.4 初期パラメータによるエミッタンス増大率の違い

この章では 4.2 章で示した結果の議論を進める。図 5,6,7,8 や図 13 で示したように、どの初期パラメータを変化させるかによってエミッタンス増大率の大きさやそ

の変化は異なり、エミッタンス増大に支配的な効果もパラメータによって違っていた。まず、4つのうち3つのパラメータでエミッタンス増大に支配的であった thick-lens 効果に注目してこれらの違いを考える。

thick-lens 効果によるエミッタンス増大は式(24)より、初期のエミッタンス比 ρ_0 とエミッタンス増大因子 λ である。まず、 λ について式(25)を見やすくするためにビームラインのパラメータについて表1の値を代入すると

$$\lambda^2 = 6.6 \times 10^{-3} \times \frac{4\beta_{z0}^2 + 0.026}{\beta_{z0}\beta_{x0}}.$$

ここで $\alpha_{x0} = \alpha_{z0} = 0$ とする。上式よりエミッタンス増大因子 λ を小さくするには初期ビームの Twiss パラメータ β_{x0}, β_{z0} を適切に操作すればよい。 β_{x0}, β_{z0} は $\alpha_{x0} = \alpha_{z0} = 0$ の時、

$$\beta_{x0} = \frac{\sigma_{x0}}{\sigma_{x'0}}, \quad \beta_{z0} = \frac{\sigma_{z0}}{\sigma_{\delta 0}},$$

の関係が成り立つ。本研究では $(\sigma_{x0}, \sigma_{z0}, \sigma_{x'0}, \sigma_{\delta 0})$ を変化させてエミッタンス増大率を調べていたが、この関係式より β_{x0}, β_{z0} を変化させていたともいえる。その結果、エミッタンス増大因子 λ の値や初期エミッタンス比 ρ_0 が変化するので、エミッタンス増大率が初期パラメータによって変化した。ここで横軸に σ_{x0} をとり、その時の λ^2 の大きさを図15(a)に示す。 $\sigma_{z0}, \sigma_{x'0}, \sigma_{\delta 0}$ について(a)と同様なデータ表示で図15(b),(c),(d)に示す。これより $\sigma_{x0}, \sigma_{\delta 0}$ が小さくなるにつれて λ^2 は単調増加し、 $\sigma_{x'0}$ が小さくなると λ^2 は単調減少し、 σ_{z0} を変化させた場合、 λ^2 は 10^{-4} が中心の下に凸の関数になることがわかる。この λ^2 が大きいところで thick-lens 効果は大きく、図13のエミッタンス増大率 R が大きくなっているところと重なる。

thick-lens 効果は初期ビームパラメータによって大きく変化し(本研究での条件ではエミッタンス増大因子 λ^2 の値は $10^{-5} \sim 10^1$ をとり得る)、その影響はエミッタンス増大に大きな影響を及ぼす。図13からエミッタンス増大に関して thick-lens 効果が非線形効果よりも大きいとわかる。

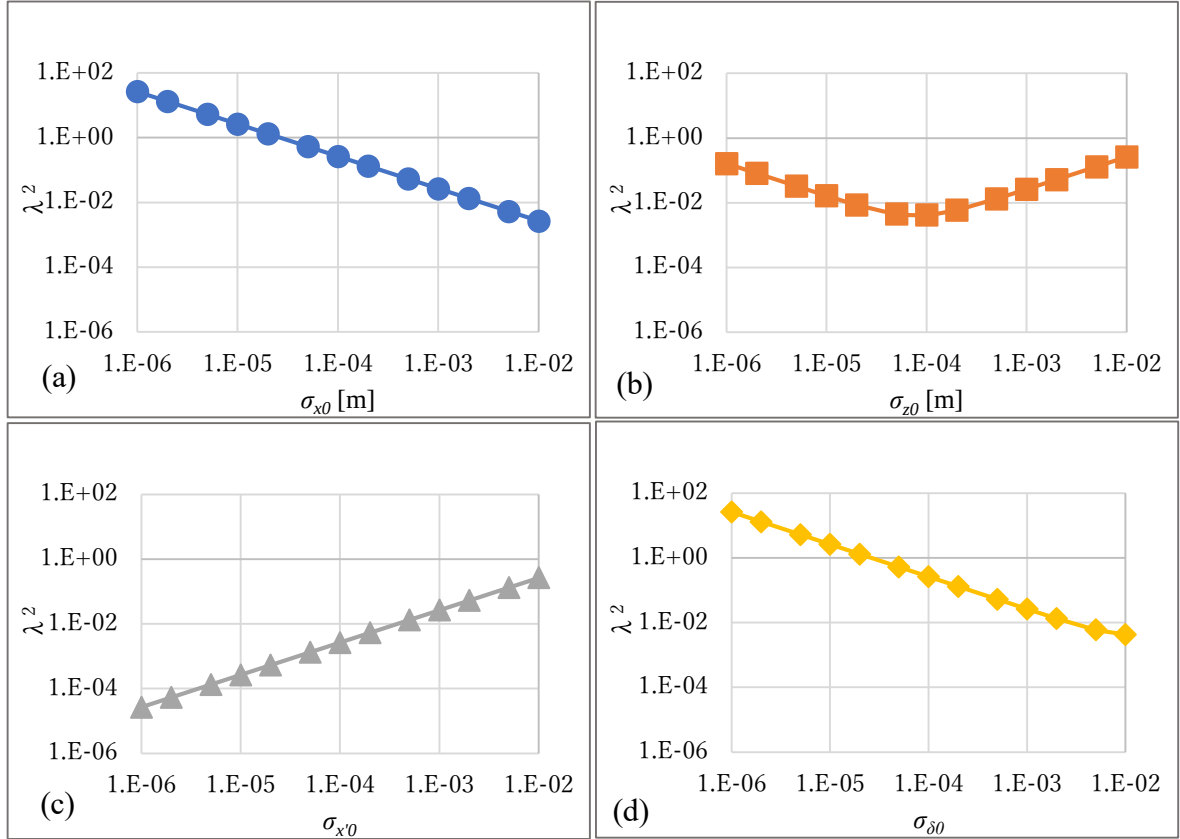


図 15 (a) σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大因子 λ^2 の大きさ. (b),(c),(d)はそれぞれ σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta 0}$ について(a)と同様なデータ表示

4.5 非線形効果が及ぼす影響

これまでは偏向空洞の厚みによる効果(thick-lens 効果)に注目してエミッタンス増大率の議論を進めてきた。その結果、thick-lens 効果の方が非線形効果よりも支配的であることが分かった。しかし図 13 の初期のビームパラメータが 10^{-2} 付近では $R④$ が $R②$ に近いことから非線形効果の方が大きいことが分かる。これは式(27)から、初期のビームパラメータが大きくなることによって非線形効果が大きく現れていると考えられる。そこで初期のビームパラメータに寄与する $T_{i11}, T_{i22}, T_{i55}, T_{i66}$ ($i=1,2,5,6$) の大きさを調べる。例えば T_{i11} であれば、初期のビームサイズ径によって起こる二次の効果で、 T_{511} は初期のビームサイズによって転送後のバンチ長に影響を及ぼす二次の効果である。ここで横軸に進行方向の距離をとり、

図 16 の(a),(b),(c),(d)はそれぞれ $T_{i11}, T_{i22}, T_{i55}, T_{i66}(i=1,2,5,6)$ の大きさを表示する。これより二次の効果は偏向空洞よりも後($s > 1.7$ m)に大きくなる傾向が見られる。これは、偏向空洞後のビームパラメータが非線形効果を受けやすいことがわかる。

次に EEX 全体の T の大きさを次式で評価する

$$T_{ijj}^{sum} \equiv \sum_{i=1}^6 |T_{ijj}|.$$

ここで $ij=1,2,5,6$ である。この T_{ijj}^{sum} は EEX 前のビームパラメータが EEX 後のビームパラメータにどの程度の変化を及ぼすかを示す。この T_{ijj}^{sum} の大きさを表 5 で示す。この表より T_{ijj}^{sum} の大きさは $T_{2jj}^{sum} > T_{5jj}^{sum} > T_{1jj}^{sum} > T_{6jj}^{sum}$ である。この関係より、図 13 において σ_{x0} と σ_{z0} を変化させた場合、初期のビームパラメータが 10^{-3} 以上で R が比較的大きくなっていることが説明できる。よって、EEX 前のビームパラメータによる非線形効果を出来るだけ小さくするには、特に σ_{x0} と σ_{z0} を大きくしないようにすればよい。

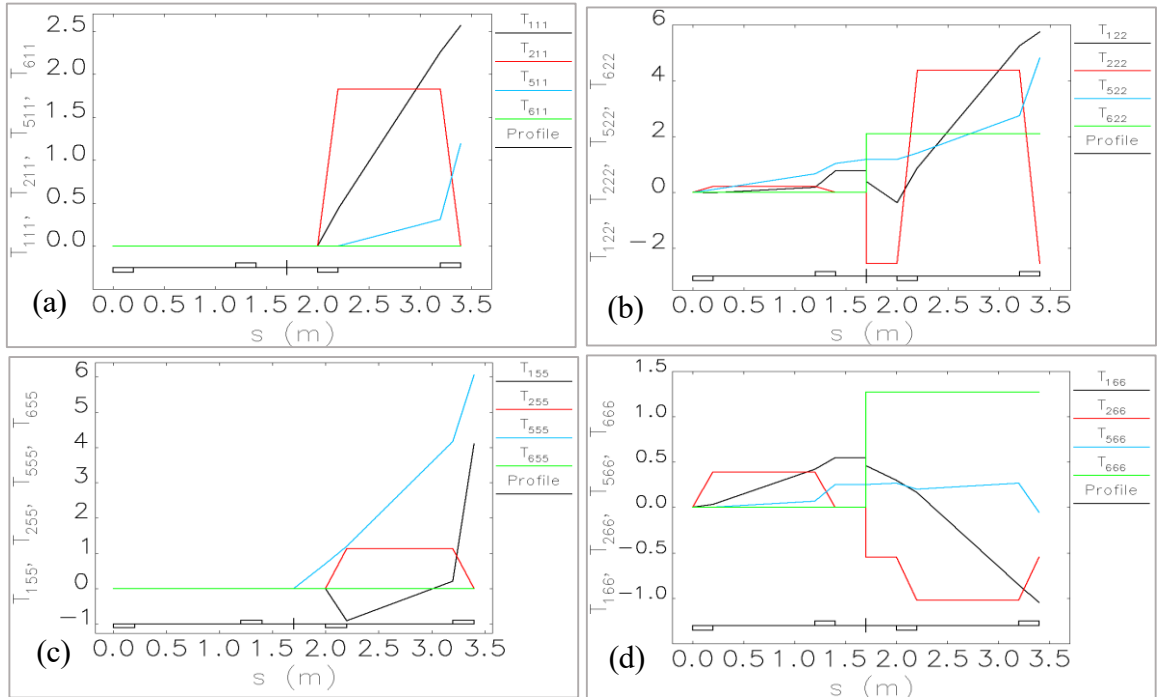


図 16 (a)EEX における $T_{i11}(i=1,2,5,6)$ の大きさ($s=0$ は 1 つ目の Dogleg 直前). (b),(c),(d)はそれぞれ $T_{i22}, T_{i55}, T_{i66}$ について(a)と同様な表示

表 5 T_{ijj}^{sum} の大きさ

パラメータ	T_{ijj}^{sum} の大きさ
T_{1jj}^{sum}	3.8
T_{2jj}^{sum}	15.2
T_{5jj}^{sum}	10.2
T_{6jj}^{sum}	2.9

4.6 エネルギーチャープの導入

ここまではエネルギーチャープを持たない初期ビームで計算を行った。2.5 章で示したようにエネルギーチャープによって、thick-lens 効果を小さくする。その結果エミッタンス増大率を小さくすることができる。まずエネルギーチャープの大きさによってビームの z - δ 粒子分布がどのように変化するかを図 17 に示す。この図の (a),(b),(c),(d) はそれぞれ $h = 0, 0.1, 1.0, 2.0 \text{ m}^{-1}$ の大きさをもつ粒子分布である。この図よりエネルギーチャープを持っていない場合は粒子分布に傾きはなく、エネルギーチャープが大きくなるにしたがって粒子分布の傾きが増していくとわかる。このようにエネルギーチャープを持つことによって z - δ の粒子分布では傾きができる。このことは式(27)の定義からもわかる。

次に基準パラメータのビームに加えるエネルギーチャープの大きさを横軸にとり、条件③と条件④におけるエミッタンス増大率を図 18 に示す。この時、初期ビームのパラメータは表 3 の値を用いた。2.5 章より、線形運動の場合は $h = -1/\xi = 6.69 \text{ m}^{-1}$ で最もエミッタンス増大を抑えることができる。図 18 の条件③は非線形効果を見逃しているため、上の理論値とほぼ一致するエネルギーチャープの大きさで増大率 R の値は最小となっている。しかし④の条件のように非線形効果がある場合、 R が最小となるエネルギーチャープの大きさは理論値からずれて、図より $h = 4.0 \text{ m}^{-1}$ である。これより、本研究では⑤の条件で計算をするときは $h = 4.0 \text{ m}^{-1}$ とする。

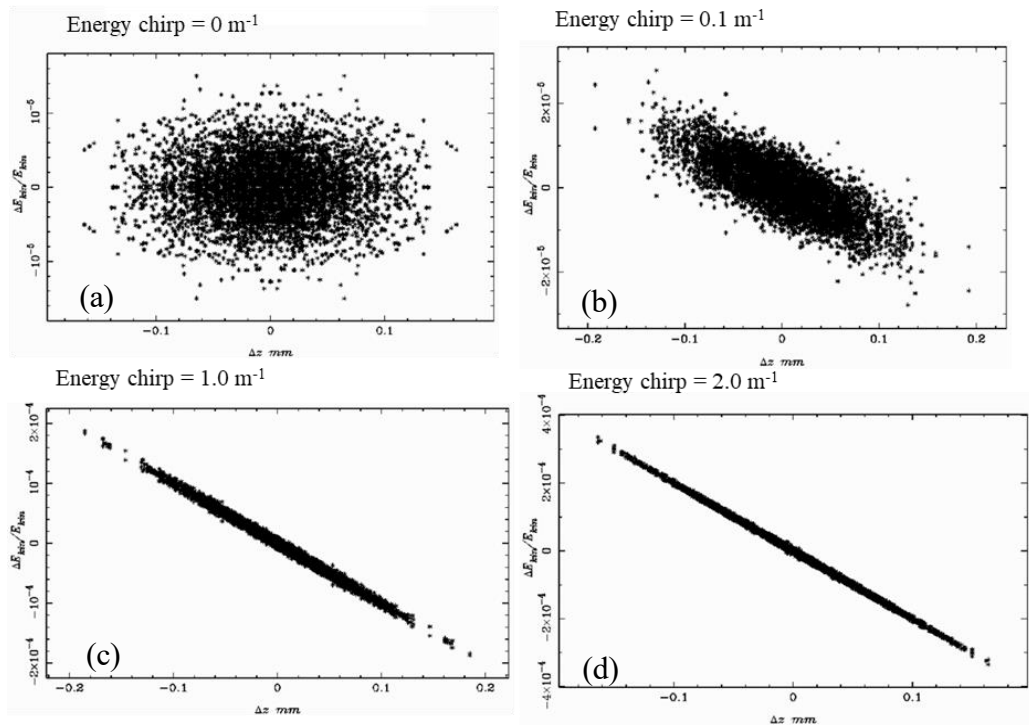


図 17 エネルギーチャープによる z - δ 粒子分布. エネルギーチャープの大きさは (a) $h = 0 \text{ m}^{-1}$ (b) $h = 0.1 \text{ m}^{-1}$ (c) $h = 1.0 \text{ m}^{-1}$ (d) $h = 2.0 \text{ m}^{-1}$

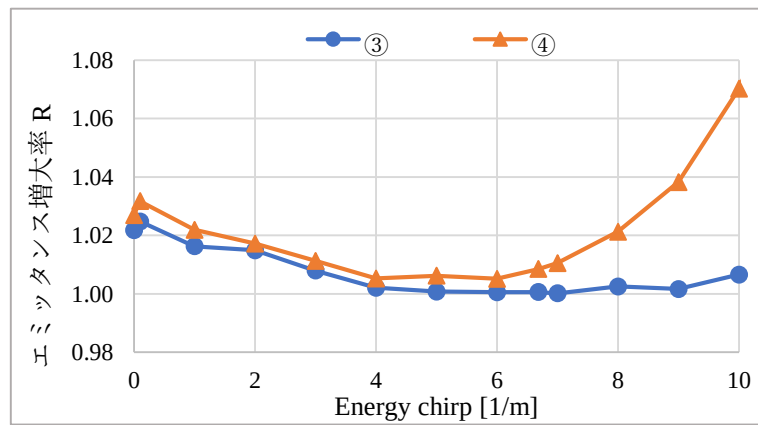


図 18 エネルギーチャープの大きさによる基準ビームのエミッタンス増大率を条件③と条件④で比較

エネルギーチャープを持つことでのもう一つのメリットとして、偏向空洞位置でのビームのバンチ長を小さくすることである。基準パラメータの初期ビームに加えるエネルギーチャープの大きさを横軸にとり、条件③と条件④の場合の偏向空洞位置でのバンチ長を図 19 に示す。これより条件③,④ともにエネルギーチャープが 6.69 m^{-1} の時に偏向空洞位置でのバンチ長が最小になるとわかる。エネルギーチャープを持つビームが偏向空洞位置でのバンチ長が小さくなるのは、 $z\text{-}\delta$ の粒子分布から説明できる。エネルギーチャープを持ったビームでは、 $z\text{-}\delta$ の粒子分布は傾きができる。この傾きが 1 つ目の Dogleg を通過した後のバンチ長を小さくする。Dogleg 前のエネルギーの低い粒子は Dogleg によって大きく曲がることになり、逆にエネルギーの高い粒子は Dogleg による曲がる角度は小さい。この結果 Dogleg 後の $z\text{-}\delta$ の粒子分布の傾きは大きくなり、バンチ長は小さくなる。偏向空洞位置でのバンチ長が小さくなることでの利点は、偏向空洞での位相からの影響を小さくすることができる。エネルギーチャープは偏向空洞位置でのバンチ長を小さくする方法の 1 つといえる。

次に、⑤の条件で各パラメータを変化させた時のエミッタンス増大率と④の条件の増大率を比較する。ここでエネルギーチャープを持つことでどれだけ R が小さくなるかを次の指標で表す

$$Rate(chirp) \equiv \frac{R(chirp = 4.0)}{R(chirp = 0.0)}.$$

図 20 の(a)に初期ビームサイズ径 σ_{x0} を横軸にとり、条件④と条件⑤でのエミッタンス増大率を示す。図の(b),(c),(d)は(a)と同様なデータを σ_{z0} , $\sigma_{x'0}$, $\sigma_{\delta0}$ について表示する。これよりエミッタンス増大率が小さい(R の値が 1 に近い)時、エネルギーチャープの有無はあまり効いてこないとわかる。しかし、エミッタンス増大率が大きいの(R の値が 1 よりも大きい)時、エネルギーチャープを持った初期ビームの方が R の値は小さくなる。最適なエネルギーチャープを持つ場合には R の大きさは最大 60%程度小さくなる。

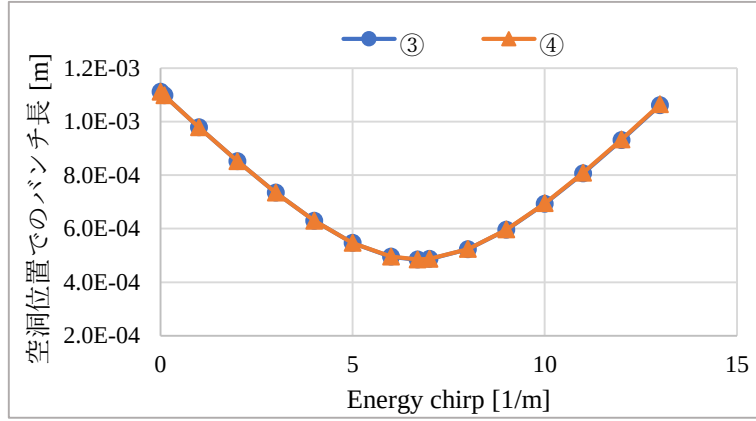


図 19 基準パラメータの初期ビームに加えるエネルギーチャープの大きさによる空洞位置でのバンチ長を条件③と④で比較

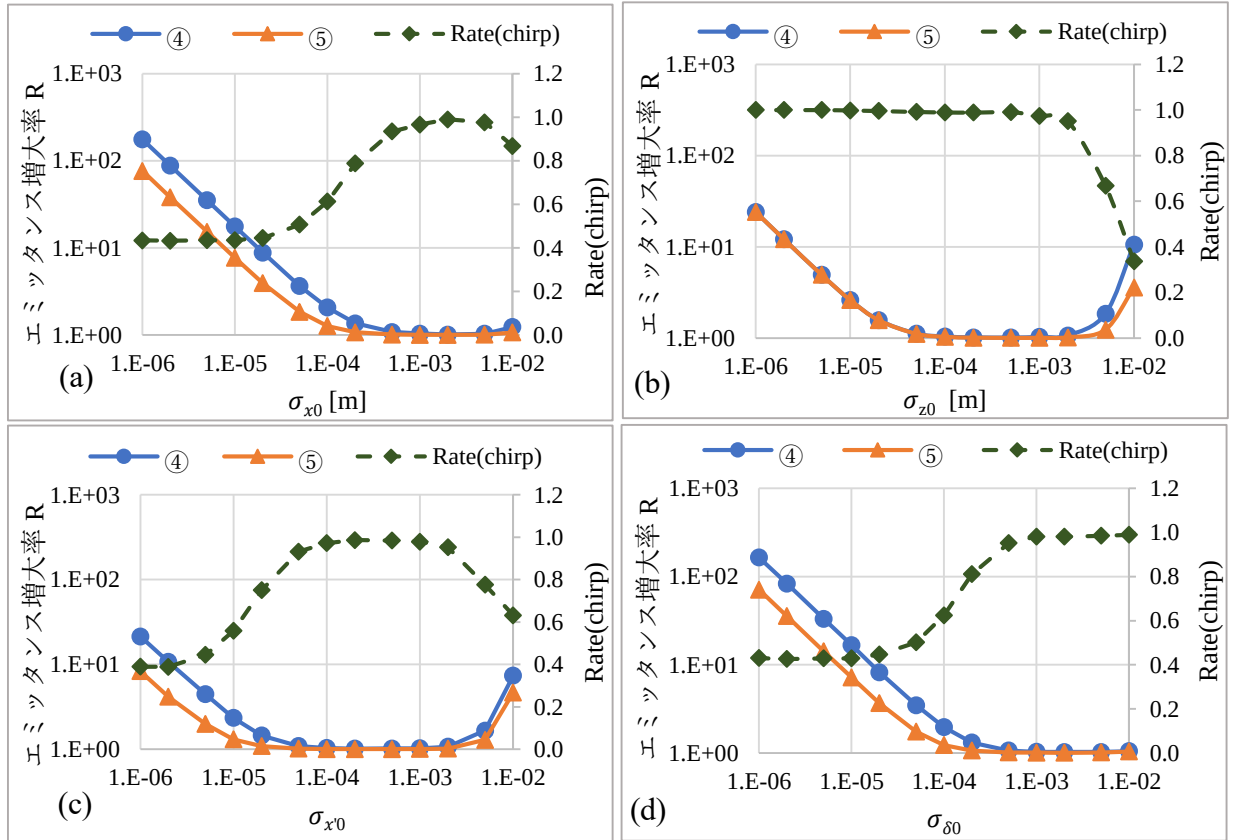


図 20 (a) σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率を条件④と条件⑤で比較.

(b),(c),(d)はそれぞれ σ_{z0} , σ_{x0} , $\sigma_{\delta0}$ について(a)と同様なデータ表示

4.7 最適な初期ビームの条件

ここまで TLEX における初期ビームのパラメータを変化させた時の EEX 後のエミッタンス増大率を調べてきた。偏向空洞の厚さによる効果と非線形効果によってエミッタンスは EEX 前よりも増大して、エミッタンス増大率は大きくなった。特にエミッタンス増大に大きな影響を与えるのは図 13 が示すように、偏向空洞の thick-lens 効果であった。

この章ではできるだけ thick-lens による効果が小さくなるような最適ビームパラメータを考察する。式(24)より thick-lens 効果によるエミッタンス増大の大きさは、 λ^2 が大きくなると大きくなることがわかる。よって、エミッタンス増大を抑制するには、なるべく λ^2 が小さくする必要がある。式(25)から、 β_{x0} はなるべく大きく、 α_{x0} はゼロにするのがよい。式(25)を β_{z0} で偏微分すると

$$\frac{\partial \lambda^2}{\partial \beta_{z0}} = -\frac{L_C^2(1 + \alpha_{x0}^2)\{\xi^2(1 + \alpha_{z0}^2) - 4\beta_{z0}^2\}}{64\eta^2\beta_{x0}\beta_{z0}},$$

となるので、 λ^2 が極小となる β_{z0} を求めると

$$\beta_{z0} = \frac{\xi}{2}\sqrt{1 + \alpha_{z0}^2}. \quad \text{式番号 A}$$

初期ビームにエネルギーチャープを加えない場合は $\alpha_{z0} = 0$ より $\beta_{z0} = \xi/2$ が最適となる。最適なエネルギーチャープを与えた場合は $\alpha_{z0} = \beta_{z0}/\xi$ より、 $\beta_{z0} = \xi$ が最適となる。つまり Dogleg の momentum compaction (ξ)の大きさによって、 λ^2 が最小となる β_{z0} が決定する。

4.8 偏向磁石の曲げ角

ここまでは同じビームラインを用いてエミッタンス増大率を計算してきた。エミッタンス増大因子の λ は Dogleg のパラメータにも依存している。そこで偏向磁石の曲げ角を 10 度から 25 度まで 5 度ずつ変更して TLEX のエミッタンス増大率を調べた。その時に Dogleg のパラメータは変わり、式(9)より偏向空洞の k の強さは Dogleg の dispersion η によって変わる。これらのパラメータと偏向磁石の曲げ角の関係を表 6 に示す。

表 6 曲げ角と装置のパラメータの関係

曲げ角[deg]	$ \eta $	ξ	k
10	0.215	0.0357	4.66
15	0.332	0.0839	3.02
20	0.462	0.158	2.16
25	0.612	0.268	1.63

上の表より、曲げ角が大きくなると $|\eta|, \xi$ は単調に増加し、 k は単調に減少する。 k が小さくなることは偏向空洞に印加する電圧が小さくなることに相当する。

次に曲げ角とエミッタンス増大率の関係を調べる。図 21(a)、(b)、(c)、(d)に、各々初期ビームサイズ $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{z0}$ を横軸にとり、条件④で偏向磁石の曲げ角を10度から25度まで変化させた時のエミッタンス増大率を示す。これらの結果より $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{z0}$ を変化させた時には曲げ角が大きくなるほどエミッタンス増大率は小さくなることがわかる。一方、 σ_{z0} を変化させた時には、 σ_{z0} が小さい領域では、他のパラメータと同様に曲げ角が大きいほどエミッタンス増大率が小さくなっているが、 σ_{z0} が大きい領域では、逆に曲げ角が小さいほどエミッタンス増大率が小さくなっている。これらの結果は偏向空洞の thick-lens 効果によるエミッタンス増大因子 λ の変化によって説明できる。表 6 より曲げ角が大きくなると Dogleg の $|\eta|$ は単調に増加する。式(25)から $|\eta|$ が大きくなると、 λ は小さくなる。これより図 21の(a),(c),(d)が示すように、偏向磁石の曲げ角が大きいほど、エミッタンス増大率は小さくなる。図 21(b) σ_{z0} の振る舞いについては、式(番号 A)より、 λ が最小となる β_{z0} の条件が momentum compaction に依存していることが理由である。 $\sigma_{z0} = \sqrt{\varepsilon \beta_{z0}}$ より、 β_{z0} の最適値の変化は σ_{z0} の最適値の変化となる。曲げ角が大きくなると ξ も大きくなるので、エミッタンス増大を最小とする σ_{z0} は大きくなる。図 22 に横軸に初期のバンチ長をとり、 λ^2 の大きさを示す。これより λ^2 が最小となる σ_{z0} の大きさが曲げ角の大きさによって変化し、さらに曲げ角と λ^2 の大小関係が、最小値を与える σ_{z0} の右側と左側の区間で逆転している。図 21(b)の振る舞いの理由は λ^2 の依存性として理解できることがわかる。

これらの結果をまとめると、曲げ角は大きい方がエミッタンスの増大が抑えられるが、最適となる β_{z0} の大きさも変化する、となる。

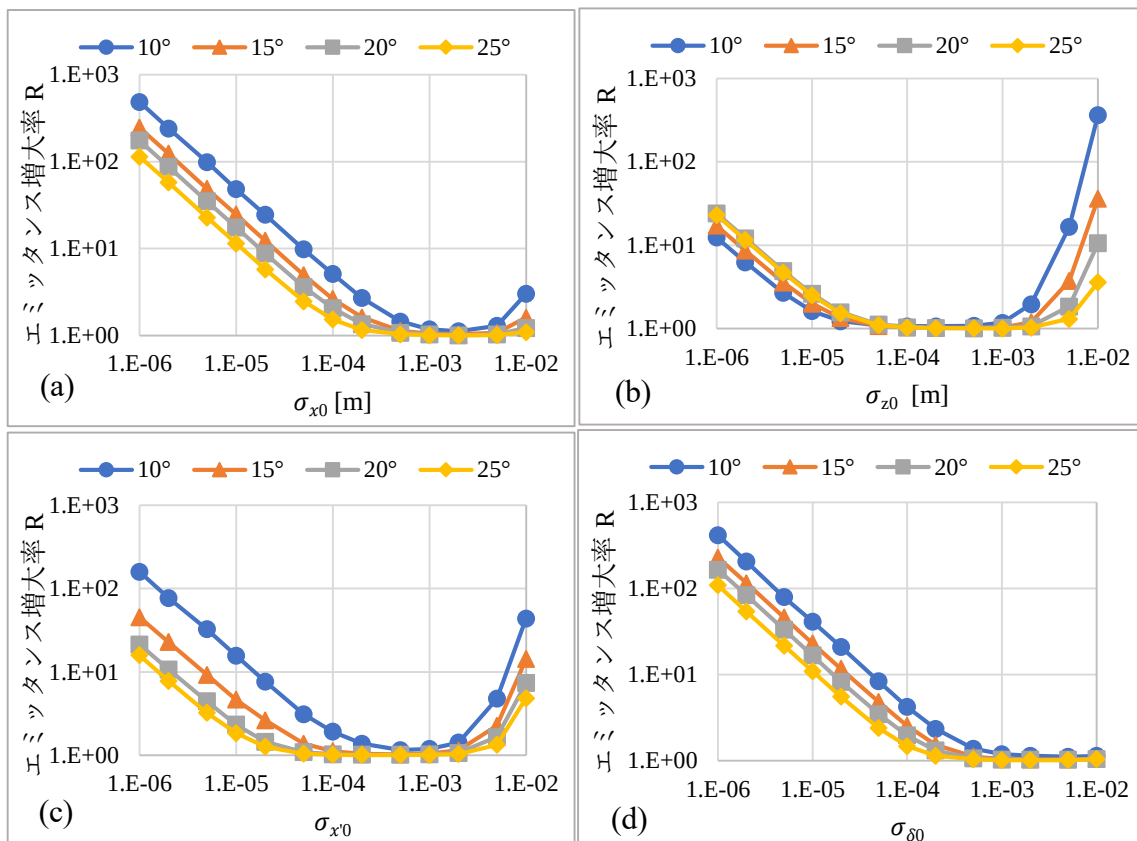


図 21 (a) σ_{x0} を変化させた時のエミッタンス増大率を偏向磁石の曲げ角の大きさと比較. (b),(c),(d)はそれぞれ σ_{z0} , σ_{x0} , $\sigma_{\delta 0}$ について(a)と同様なデータ表示

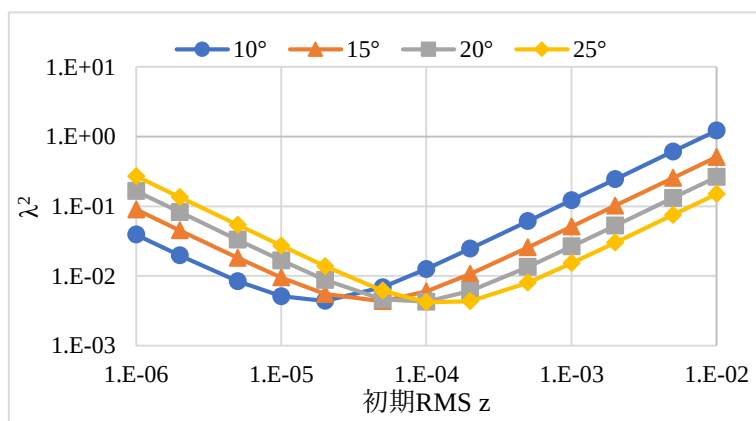


図 22 偏向磁石の曲げ角による初期バンチ長とエミッタンス増大因子 λ の関係

4.9 RFBT と TLEX の接続

ここからは RFBT を通過してきたビームを TLEX に通過させ、TLEX でのエミッタンスの様子を調べる。想定する RFBT のビームラインと電子ビームは Fermi National Accelerator Laboratory が提供するデータを参考にする[10]。これらのデータを表 7 に示す。RF 電子銃によって 4 MeV まで加速され電子ビームが加速空洞で 17 MeV まで加速される。カソードから発生するビームの規格化エミッタンスは $\gamma\epsilon_x = \gamma\epsilon_y = 0.8 \mu m$ 、RFBT を通過した後のエミッタンスは $\gamma\epsilon_x = 29 \mu m$, $\gamma\epsilon_y = 0.059 \mu m$ である。RFBT 後のエミッタンス比は $\epsilon_x/\epsilon_y = 490$ となり y 方向が極小のフラットビームが生成する。この RFBT を通過してきたビームを今まで使用していた TLEX のビームラインに通過させ、EEX 後の x,y,z のエミッタンスの大きさをそれぞれ調べる。

表 7 RFBT のパラメータ

パラメータ	数値	単位
バンチビーム電荷	0.5	nC
RMS ビームサイズ	0.8	mm
RMS 規格化エミッタンス	0.8	μm
RF 電子銃のピーク電場	35	MV/m
加速空洞のピーク電場	25	MV/m
カソード上のソレノイド磁場	0.08	T
スキュー四極磁石 1 の磁場勾配	-0.082	T/m
スキュー四極磁石 2 の磁場勾配	0.18	T/m
スキュー四極磁石 3 の磁場勾配	-4.1	T/m

ここからのシミュレーションについて、RFBT の加速空洞通過後までを ASTRA で計算し、その後の計算は ELEGANT で行った。まず図 23 の横軸に進行方向の距離をとり、加速空洞直後からスキュー四極磁石の 3 つ目を通過した後までのエミ

ットランスの大きさを示す。スキュー四極磁石で x, y 方向のエミッタンスが大きく変化し、スキュー四極磁石の3つ目を通過後に y 方向エミッタンスが極小のフラットビームが生成することがわかる。このビームラインを通過してきたビームを EEX に入射し、その時のエミッタンス変化を調べる。図 24 の横軸に進行方向の距離をとり、RFBT の加速空洞直後から EEX 出口までのエミッタンスの変化を示す。RFBT 出口でのエミッタンスの大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (29, 0.059, 3.7) \mu\text{m}$ であり、EEX 出口での大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (110, 11, 6600) \mu\text{m}$ である。TLEX でのエミッタンス増大率 R を評価すると、 $R=7000$ とかなり大きい。また y 方向のエミッタンスも TLEX で大きく増大していた。

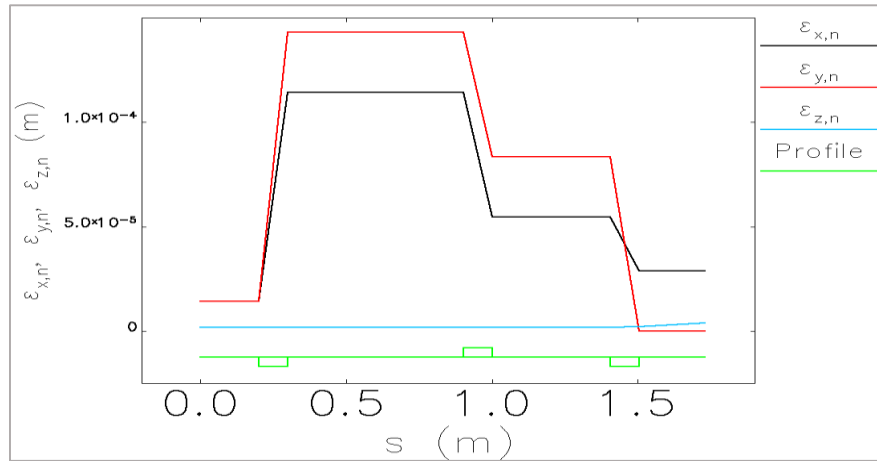


図 23 加速空洞直後から RFBT 出口までのエミッタンスの変化($s=0$ は加速空洞直後)

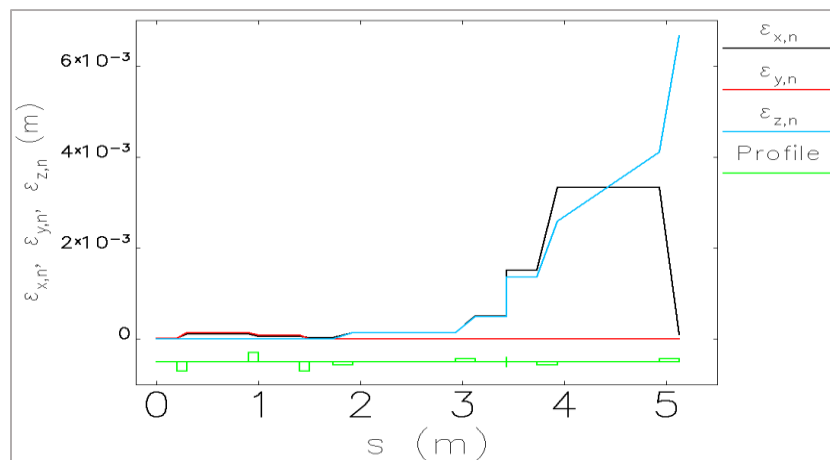


図 24 加速空洞直後から EEX 出口までのエミッタンス変化($s=0$ は加速空洞直後)

まずは x, z 方向についてエミッタンスが大きく増大した原因の議論を進める。これまでの議論で分かった TLEX の特性として、エミッタンス増大に大きく影響を及ぼすのは偏向空洞の thick-lens 効果である。そこでエミッタンス増大因子 λ に注目する。これまでのシミュレーションと違うことは EEX 入口でのビームパラメータである。これまでのビームでは $\alpha_x = 0$ を想定したビームを生成し、TLEX の特性評価を行っていた。この章では RFBT を通過させた後のビームを EEX に通過させている。このビームでの EEX 入口での Twiss パラメータの大きさは $\alpha_x = -5.6 \times 10^4$ であり、式(25)から分かるように α_x^2 が大きくなるにつれて λ^2 も大きくなる。この α_x が大きく影響していると考え、EEX 入口での α_x が小さくなるように調整する。そこで RFBT 後に四極磁石を入れて EEX 入口での α_x を小さくして、TLEX でのエミッタンスを調べる。

4.10 調整のための四極磁石

四極磁石のはたらきとしては、位相空間において傾きを変えることでもある。つまり Twiss パラメータの α を変化させる。RFBT 後に適切な強さに調整された四極磁石を 2 つ入れて、EEX 入口での α_x を 0 に近づける。この時のビームライン全体の概略図を図 25 に示す。四極磁石の幅は 10 cm、四極磁石間の距離は 50 cm にしている。

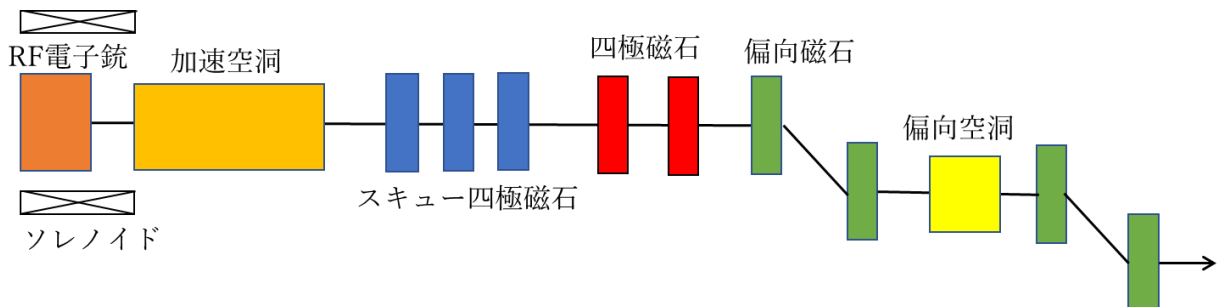


図 25 四極磁石を入れた場合のビームライン全体概略図

EEX 入口での α_x を 0 に近づけるように四極磁石の磁場の強さを決める必要がある。本研究では四極磁石の磁場の強さを決める時に、滑降シンプレックス法(ネルダー・ミード法とも呼ばれる)という手法を用いて最適な磁場の強さを求める。滑降シンプレックス法は m 個のパラメータを含む関数を最適化する場合、 m 次元空間で $(m+1)$ 個の頂点をもつ多角形を変形・移動させながら最適解を探し出す方法である[11]。この方法は比較的安全で確実であるため、よく使われる最適化する手法の一つである。ただし、最初に設定する値によっては本当の最適解とは異なる解を最適解とする場合がある。

この滑降シンプレックス法を用いて四極磁石 1 目(QM1)と 2 目(QM2)の最適磁場勾配を求めると

$$QM1 = 0.085 \text{ T/m},$$

$$QM2 = 0.073 \text{ T/m}.$$

この磁場勾配を持つとき、EEX 入口での α_x は $\alpha_x = 6.7 \times 10^{-11}$ となり、0 に近い値となる。この強さをもった四極磁石を入れた時のエミッタンス変化を図 25 と同様な表示方法で図 26 に示す。EEX 入口でのエミッタンスの大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (31, 0.11, 6.1) \mu m$ であり、EEX 出口でのエミッタンスの大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (9.0, 14, 49) \mu m$ である。TLEX における x, z エミッタンス増大率は $R = 2.32$ となり、TLEXでの x, z のエミッタンス増大は四極磁石を入れる前よりも小さくなった。よって、4.9 章でのエミッタンス増大は EEX 入口での α_x が大きく影響していたとわかる。しかし、 y 方向のエミッタンスは四極磁石を入れた場合においても TLEX で大きく増大している。TLEX では線形運動の場合、 y 方向のパラメータは x, z 方向のパラメータは依存しない。つまり、線形の場合は y 方向のエミッタンスは増大しないと推測できる。そこで、図 27 に非線形効果を見捨てた場合のエミッタンス変化を図 26 と同様な表示方法で示す。この場合の EEX 入口でのエミッタンスの大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (29, 0.057, 1.7) \mu m$ であり、EEX 出口でのエミッタンスの大きさは $(\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y, \gamma\epsilon_z) = (3.1, 0.057, 29) \mu m$ である。 y 方向のエミッタンスに注目すると、TLEX においてエミッタンスが増大していない。つまり、TLEX における y 方向のエミッタンス増大は非線形効果によって生じるといえる。

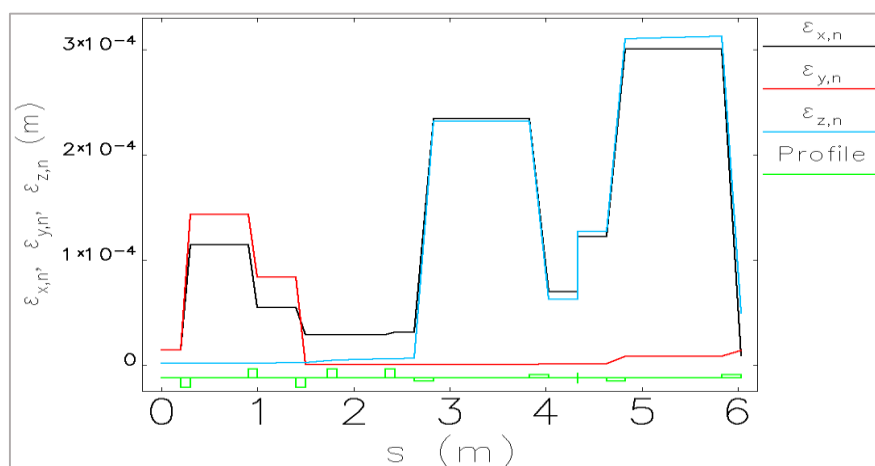


図 26 RFBT 後に QM を二つ入れた場合の加速空洞直後から EEX 出口までのエミッタンス変化($s=0$ は加速空洞直後)

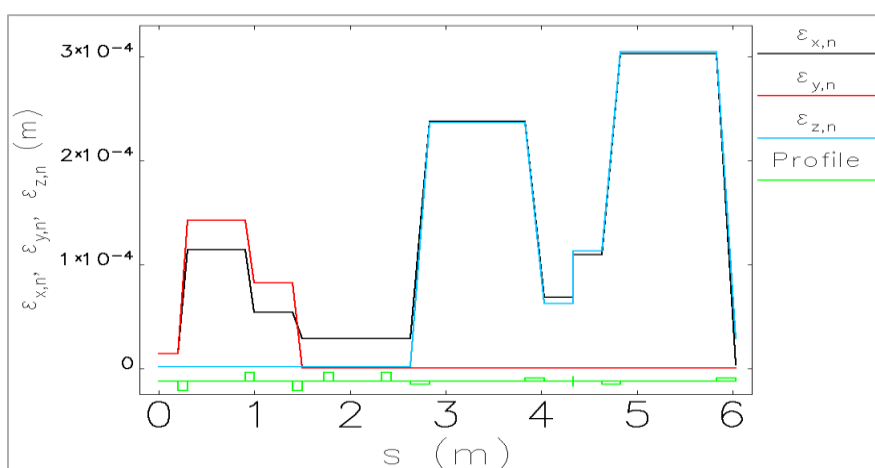


図 27 RFBT 後に QM を二つ入れた場合の加速空洞直後から EEX 出口まで、非線形効果が無視したエミッタンス変化($s=0$ は加速空洞直後)

5. まとめ

本研究では位相空間回転によるリニアコライダーのための高ルミノシティビームの生成を念頭に、TLEX と呼ばれる手法により位相空間回転による x - z エミッタンス交換の特性について研究した。TLEX を行うため、EEX と呼ばれるビームラインを設計し、シミュレーションを行い、エミッタンス交換が可能であることを確認した。ビームやビームラインのパラメータを変化させ、 x - z エミッタンス交換におけるエミッタンス増大率を評価した。それにより、エミッタンス増大が生じる場合もあるが、適切なパラメータを選ぶことで、エミッタンス増大を起こさずにエミッタンス交換が可能であることがわかった。TLEX でのエミッタンス増大を引き起こす要因として、偏向空洞の thick-lens 効果と偏向磁石の非線形効果があるとわかった。この二つの効果を比べると偏向空洞の thick-lens 効果の方が支配的であることがわかった。またエミッタンス増大を抑えるには、入射ビームの Twiss パラメータは、 β_x はなるべく大きくし、 $\alpha_x=0$ とするのが最適である。また、 $\beta_{z0} = \frac{\xi}{2}\sqrt{1+\alpha_{z0}^2}$ とするのが最適である。EEX ビームラインの偏向磁石の曲げ角は、大きいほどエミッタンス増大は小さくなる。一方で、本研究でのシミュレーションではシンクロトロン放射による影響は考慮していない。偏向角を大きくするとシンクロトロン放射は一般的には大きくなるので、この効果を評価することは将来的な課題である。リニアコライダーでの応用を念頭に、RFBT により生成した x - y 非対称ビームに対して、EEX による x - z 交換を行った。EEX の入力前に四重極磁石を置き、 $\alpha_x = 0$ とすることで、 x - z 交換が期待通りに行えることがわかった。一方で、EEX 通過前後で、RFBT 通過後に極めて小さくなっている y 方向のエミッタンスに増大が見られた。この原因は磁極の非線形成分であると思われる。抑制のための詳しい研究は今後の課題である。

謝辞

本研究を行うにあたりビーム物理研究室の方には大変お世話になりました。指導教員の栗木雅夫教授には、研究テーマの決定から卒業論文の作成に至るまで本研究に関する全ての面において丁寧にご指導していただきました。ビーム物理研究室の教授の方々、先輩方、そのほかの多くの方々の協力のもと本論文をまとめることができました。この場を借りて深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] M. M. Cornacchia and P. Emma, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 084001 (2002)
- [2] P. Emma, Z. Huang, K.-J. Kim, and P. Piot, Phys. Rev. ST Accel. Beams 9, 100702 (2006).
- [3] Jinhao et al., AIP Report No. 978-0-7354-0853-1, 2010; A. Johnson, J. Ruan, H. Edwards, T. Koeth, A. Lumpkin, P. Piot, J. Santucci, Y.-E. Sun, and R. Thurman-Keup, in Proceedings of the 2010 International Particle Accelerator Conference IPAC10, Kyoto, Japan, 2010 (ICR, Kyoto, 2010)
- [4] Y.-E. Sun, “Angular-momentum-dominated electron beam and flat-beam generation” (2005)
- [5] Bruce E. Carlsten, Kip A. Bishofberger, Steven J. Russell, and Nikolai A. Yampolsky, Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 084403 (2011)
- [6] M. Borland, “ELEGANT: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation,” Advanced Photon Source LS-287, 2000 (unpublished)
- [7] M. Borland, “A Self-Describing File Protocol for Simulation Integration and Shared Postprocessors,” Proc. 1995 PAC, May 1-5, 1995, Dallas, Texas, pp. 2184-2186 (1996).
- [8] ASTRA user manual http://www.desy.de/mpyflo/Astra_dokumentation/
- [9] D. Carey, The Optics of Charged Particle Beams (Hardwood Academic, New York, 1987), pp. 21–37, 123–143
- [10] FNPL: input files for beam dynamics simulations
<http://nicadd.niu.edu/fnpl/simulations.shtml>
- [11] 井口隆(2018)「最適化とモンテカルロ法」
<http://www.crl.nitech.ac.jp/~ida/education/ComputerScience/0308.pdf> (参照 2018-12-10)