

令和2年度 卒業論文

リニアコライダーのための超扁平ビーム生成における

x-z エミッタンス交換の特性評価

広島大学理学部物理学科 加速器物理学研究室

B174404 青木秀樹

指導教員・主査 栗木雅夫

副査 高橋徹

要旨

リニアコライダーでは, 高いミノシティを得るために超扁平低エミッタンスビームの生成が必要である. 現在の国際リニアコライダーの計画では, 周長 3km のダンピングリングでの放射減衰によって目的のビームを生成するが, これに代わり, エミッタンス交換による方法が検討されていて, 実現すれば大幅な構造の簡略化が可能である. エミッタンス交換は位相空間の回転操作で, 進行方向に垂直な x - y 平面内で RFBT(Round to Flat Beam Transformation)によってエミッタンスを x - y 非対称に振り分け, y エミッタンスを極小化し, 過剰となった x 方向のエミッタンスを TLEX(Transverse to Longitudinal Emittance eXchange) で進行方向 z 押し付けることで, リニアコライダーで要求されるビームを実現できる. RFBT 部に関しては, 実証実験に向けて詳細なシミュレーションが行われている. 本研究では, エミッタンス交換による超扁平ビームの生成を目的として, 特に TLEX について二重極モード空洞を含めた粒子追跡シミュレーションを行い, その特性評価を行った.

目次

第1章 序論.....	3
第2章 エミッタンス交換.....	5
2.1 RFBTによるx-y エミッタンス交換.....	5
2.2 EEXによるx-z エミッタンス交換.....	6
2.3 RF空洞のthick-lens近似.....	8
2.4 エミッタンス増大.....	11
第3章 シミュレーション.....	12
3.1 シミュレーション方法.....	12
3.2 比較の方法.....	12
3.3 パラメータの設定.....	14
第4章 結果と議論.....	16
4.1 RF空洞の特性評価.....	16
4.2 偏向磁石の非線形効果.....	17
4.3 エネルギーチャープの比較.....	19
4.4 ILC規格ビームへの拡張.....	20
第5章 結論.....	24
謝辞.....	25
参考文献.....	25

第1章 序論

粒子加速器は電磁場によって荷電粒子を加速する実験装置であり、素粒子・原子核物理の実験をはじめ、放射光による物性研究、工業利用、医療分野での診断や放射線治療への応用など、実に幅広い分野で利用されている。

現在、加速器の一種であるリニアコライダーを利用して、次世代の高エネルギー電子-陽電子衝突実験を行い、ヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、未知の素粒子や新物理の発見を目指す国際プロジェクトとして、国際リニアコライダー(International Linear Collider, ILC)の建設が検討されている。

コライダーは、衝突型加速器のことで、高エネルギーのビームを衝突させ重心系のエネルギーを最大化することで、非常に高いエネルギーでの物理を探求することができる。特に、リニアコライダーは線形であるため、軌道を曲げる際に生じるシンクロトロン放射によるエネルギー損失が無視できる他に、ビーム間の相互作用に強い状態でも安定した衝突が可能である利点があるが、加速勾配やルミノシティに対する要求が高く、実現するには高い技術的な要求を実現する必要がある。

ルミノシティは反応レートを反応断面積で規格化したもので、リニアコライダーでは次の式で与えられる。

$$\mathcal{L} = \frac{fn_b N^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

ここで、 N はバンチの粒子数、 n_b はパルス内のバンチ数、 f はパルスの繰り返し周波数、 σ_x 、 σ_y はそれぞれ衝突点における x , y 方向のビームサイズである。 N, n_b, f はいずれもビーム電流に関する量である。ルミノシティはコライダーの性能を表す指標であり、できるだけ大きくする必要がある。リニアコライダーでは衝突後のビームはそのまま捨てられるため、ビーム電流を大きくすると必要な電力も大きくなってしまう。そのため、分子を大きくすることは得策ではない。その代わりに、分子を小さく、すなわちビームサイズをなるべく小さくすることでルミノシティを大きくする。しかし、単純な極小ビームではビーム間の望まない相互作用によってエネルギー幅の増大が生じてしまう。これは Beamstrahlung として知られる現象で、そのエネルギーの広がり ΔE は次の式で表されるようにビームサイズの和の二乗の逆数に比例する。

$$\Delta E \propto \frac{1}{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)\sigma_z}$$

ここで、 σ_z は z 方向のビームサイズである。 $\sigma_x \gg \sigma_y$ としてビームを極小化することで、ルミノシティを大きくし、Beamstrahlung を抑制できることがわかる。すなわち、制限内のビームパワーでビーム相互作用を抑制しつつ、十分なルミノシティを実現するには、低エミッタンスの非対称な超扁平ビームが必要である。

エミッタンスはビームの性能を表す重要なパラメータであり、位相空間でのビームの占める体積で定義される。エミッタンスの小さいビームは実空間だけでなく運動量空間でも揃っているため様々な面で扱いやすく、エミッタンスの小さいビームを生成すること、その増大を抑制することは、特に衝突型の加速器にとっては最も重要な要素と言っても過言ではない。

現在の ILC では、エミッタンス比で約 250 倍の超扁平ビームの生成に周長 3km に及ぶダンピングリングでの放射減衰を利用する方法が計画されているが、それに代わる方法としてエミッタンス交換が提案されている。エミッタンス交換に必要なビームラインは数十メートル程度であり、実現すれば大幅な構造の簡素化が期待できる。

具体的に ILC の設計では、衝突点でのビームサイズは $\sigma_x = 640\text{nm}$, $\sigma_y = 5.7\text{nm}$, エミッタンスは $\varepsilon_x = 10\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_y = 0.04\text{mm}\cdot\text{mrad}$ の超扁平ビームを衝突に用いる。これをエミッタンス交換で生成するには、まず、空間電荷効果を抑制するため、 $\varepsilon_{x,y} = 50\text{mm}\cdot\text{mrad}$ と大きなサイズのビームを生成し、RFBT(Round to Flat Beam Transformation)という方法で進行方向に垂直な x-y 平面内でエミッタンスを非対称に振り分け、y 方向のエミッタンスを $\varepsilon_y = 0.04\text{mm}\cdot\text{mrad}$ まで極小化する。これは衝突点での要求値である。しかしエミッタンスの積は保存されるため、この段階では初期ビームの大きさに対して ε_y を極めて小さくすると、x 方向のエミッタンスは $\varepsilon_x = 62500\text{mm}\cdot\text{mrad}$ と過大になる。そこで、次に TLEX(Transverse to Longitudinal Emittance eXchange)という方法によって、x-z エミッタンスを交換を行い、過剰な ε_x を進行方向のエミッタンス ε_z と交換する。初期ビームの z 方向のエミッタンスを $\varepsilon_z = 10\text{mm}\cdot\text{mrad}$ としておけば、TLEX 通過後のビームは $\varepsilon_x = 10\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_y = 0.04\text{mm}\cdot\text{mrad}$ という最終的な衝突点での要求をみたす。必然的に ε_z は大きなエミッタンスを引き受けるが、z に関する要求値は大きいため問題とならない。

エミッタンス交換による超扁平ビーム生成は ILC での実現に向けて KEK-STF での実証実験が計画されている。KEK-STF は KEK の超伝導リニアック試験施設であり、ILC に向けた各種の超伝導加速システムの実験施設である。これに向けたシミュレーションとして、論文[2]では RFBT 部に関して空間電荷効果を含めた詳細なシミュレーションが行われ、その結果として $\varepsilon_{nx} = 25.59\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{ny} = 0.1854\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$, エミッタンス比にして 159.6 の扁平ビームを生成している。今後は TLEX 部分と合わせて ILC 規格の超扁平ビームを生成する実証実験を予定していて、TLEX 部での詳細なシミュレーションが必要である。

本研究では、エミッタンス交換による超扁平ビームの生成を目的として、特に TLEX について二重極モード空洞を含めた粒子追跡シミュレーションを行い、その特性評価を行った。第 2 章でエミッタンス交換について詳しく説明するとともに、計算によりビームの運動を線形な力学で扱ったときでも生じてしまうエミッタンス増大の原因を調べ、それを最小にするような条件を示す。第 3 章ではそれをもとに行ったシミュレーションの概要について説明し、第 4 章では実際のシミュレーション結果について議論する。得られた結果からは、TLEX エミッタンス交換においては偏向磁石部分での非線形の寄与が支配的であるが、最

適なパラメータを選択することによってその増大は数%に抑えることができることが分かった。しかし、本研究で設計したビームラインでは、よりエネルギーが高く入射ビームの x - z エミッタンス比も大きい ILC 規格でのエミッタンス交換は成功しなかった。これを踏まえてその原因について議論を進め、第 5 章で結論を述べた。

第 2 章 エミッタンス交換

2.1 RFBT による x - y エミッタンス交換

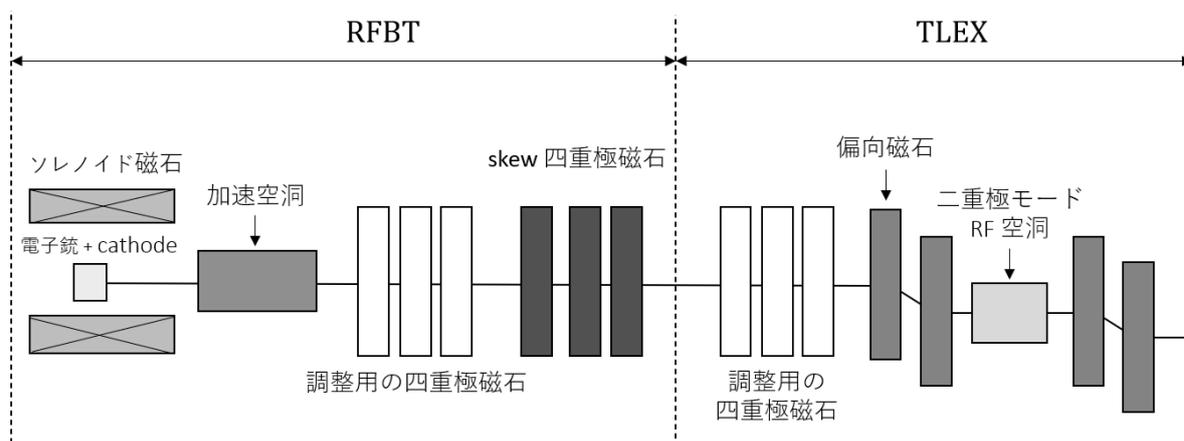


図 1 リニアコライダーのためのエミッタンス交換による超扁平ビーム生成に必要なビームライン。RFBT で非対称性をつくり、TLEX で余分なエミッタンスを z に押し付ける。

RFBT (Round to Flat Beam Transformation) は進行方向に垂直な x - y 平面内でエミッタンスを非対称に振り分ける技術で、P. Piot [3] らによって実験的に実証された。必要なビームラインは図 1 に示している。ソレノイド上で粒子を発生させると、磁場によってビームは角運動量を有する。これはベクトルポテンシャルによる正準運動量であり、ソレノイドの出口で運動学的な運動量に転化する。こうして発生した x - y 相関は 3 つの四重極磁石で構成される skew 四重極セクションを通過させることで取り除かれる。この過程でエミッタンスは非対称に振り分けられる。なお、skew 四重極磁石の前でビームの Twiss パラメータが x と y で対称である必要があるため、加速空洞と skew 四重極磁石の間には調整用の四重極磁石が置かれる。RFBT でのエミッタンス交換の詳しい原理については論文 [1] に説明されている。

2.2 EEX による x-z エミッタンス交換

x-z エミッタンス交換には図 2 に示すような EEX(Emittance EXchanger)と呼ばれるビームラインを使用する. 2 つの曲げ角の等しい偏向磁石からなる dogleg の間に TM110 モードの RF(高周波)空洞(図 3)を配置したものである. ただしここでも実際には偏向磁石の前に Twiss パラメータを調整するための四重極磁石が必要であり(図 1), その条件については 2.4 で述べる. TM110 モードは図 3 に示すように単純な加速電場である TM010 モードを並べたもので, 通過するビームに対して横方向のキックを与える. このビームラインによって, dogleg のビーム軌道面と平行な方向(ここでは x とする)のエミッタンス ε_x と進行方向のエミッタンス ε_z が交換する. すなわち x-z エミッタンス交換が実現する.

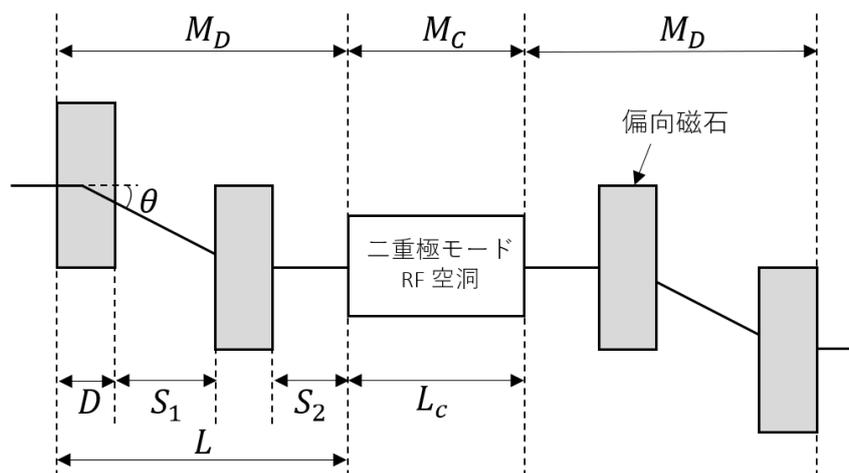


図 2 TLEX に必要な EEX ビームライン. 偏向磁石を並べた dogleg の間に二重極モードの RF(高周波)空洞を配置する.

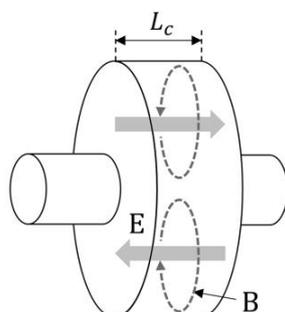


図 3 TM110 モードの RF 空洞. 加速電場である TM010 を並べたもので, ビームに対して横方向のキックを与える

これより EEX でのビーム輸送行列によりエミッタンス交換を示していく。ビーム輸送行列とは、粒子の位相空間における移動を線形近似し、特定のビームラインを行列により表示した物である。ビーム輸送行列においては、複数のビームラインによる輸送は、その積によりあらわされるため便利である。いま、x-z エミッタンス交換において無関係な y 方向は省略し、4次元位相空間 (x, x', z, δ) を定義する。ここで、 x' は x 方向の運動量 P_x を進行方向の運動量 P_z で規格化したもので、 δ は設計エネルギー E からのずれ ΔE の割合を表す。

図2で示したビームラインを設定すると、相対論的なビームでは dispersion function η と momentum compaction factor ξ は

$$\eta = S_1 \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \quad (1)$$

$$L = \frac{S_1}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\cos \theta} + S_2$$

$$\xi = S_1 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \theta \right) \quad (2)$$

と定まる[4]。 dispersion function はエネルギーの摂動により生じる x 位置の変化、 momentum compaction とは、エネルギーの摂動により生じる z 位置の変化を表すパラメーターである。これらのパラメーターを用いて dogleg の輸送行列 M_D は

$$M_D(\eta, \xi, L) = \begin{bmatrix} 1 & L & 0 & \eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

と表される。

偏向空洞の輸送行列を長さを0とした thin-lens 近似を適用すると、その輸送行列は

$$M_c(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

と表せる。ここで、 k は次のように空洞の周波数 f 、偏向空洞のピーク電圧 V 、光速 c 、およびビームエネルギー E を用いて定義される量である。

$$k = \frac{2\pi f e V}{c E}$$

ここから EEX 全体の輸送行列を求めると

$$M_{TLEX} = M_D M_c M_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{L}{\eta} & \eta - \frac{L\xi}{\eta} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\xi}{\eta} \\ -\frac{\xi}{\eta} & \eta - \frac{L\xi}{\eta} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\eta} & -\frac{L}{\eta} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

と求まる．ただし，ここでは整合条件と呼ばれる次の関係式を導入している．

$$1 + \eta k = 0 \quad (3)$$

このビームライン前後での粒子の変数の関係を試みる．入射するビームの変数を $(x_0, x'_0, z_0, \delta_0)$ ，通過後の変数を $(x_1, x'_1, z_1, \delta_1)$ として例えば x 方向に注目すると

$$x_1 = -\frac{L}{\eta} z_0 + \left(\eta - \frac{\xi L}{\eta} \right) \delta_0$$

$$x'_1 = -\frac{1}{\eta} z_0 - \frac{\xi}{\eta} \delta_0$$

と表される．ここから TLEX 通過後の x 位相空間の値は通過前のそれとは無関係に決まり，通過前の z 方向の変数にのみ依存することがわかる．また，のちに示すシグマ行列を導入した計算によってエミッタンスは入れ替わり，

$$\begin{aligned} \varepsilon_{z_1} &= \varepsilon_{x_0} \\ \varepsilon_{x_1} &= \varepsilon_{z_0} \end{aligned} \quad (4)$$

となることがわかる．

2.3 RF 空洞の thick-lens 近似

偏向空洞の長さを L_c と有限の長さにしたときの輸送行列を求める．これを thick-lens 近似という．このとき，空洞の輸送行列は次のように表せる [7]．

$$\hat{M}_c = \begin{bmatrix} 1 & L_c & \frac{kL_c}{2} & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & \frac{kL_c}{2} & Nk^2L_c & 1 \end{bmatrix}$$

ここで， N は空洞のセル数や形状で決まる量である．EEX 全体の輸送行列 \hat{M}_{TLEX} を求めると

$$\hat{M}_{TLEX} = M_D \hat{M}_c M_D$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & NL_c & -\frac{L_c + 2L - 2NL_c}{2\eta} & -\frac{L_c\xi + 2\xi L - 2\eta^2 + 2NL_c\xi}{2\eta} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\xi}{\eta} \\ -\frac{\xi}{\eta} & -\frac{L_c\xi + 2\xi L - 2\eta^2 + 2NL_c\xi}{2\eta} & \frac{NL_c\xi}{\eta^2} & \frac{NL_c\xi^2}{\eta^2} \\ -\frac{1}{\eta} & -\frac{L_c + 2L - 2NL_c}{2\eta} & \frac{NL_c}{\eta^2} & \frac{NL_c\xi}{\eta^2} \end{bmatrix}$$

と求まる。ただし、ここでも整合条件(3)を導入している。\$L_c = 0\$とすれば thin-lens 近似での \$M_{TLEX}\$ と等しくなることが確認できる。

次に EEX 通過後のエミッタンスを、シグマ行列を導入して実際に計算し、その増大因子について調べる。シグマ行列とは次のように定義される行列である。

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle & \langle xz \rangle & \langle x\delta \rangle \\ \langle x'x \rangle & \langle x'^2 \rangle & \langle x'z \rangle & \langle x'\delta \rangle \\ \langle zx \rangle & \langle zx' \rangle & \langle z^2 \rangle & \langle z\delta \rangle \\ \langle \delta x \rangle & \langle \delta x' \rangle & \langle \delta z \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{bmatrix}$$

初期状態で x-z 位相空間が無相関の時、1,3 成分や 3,2 成分などはゼロとなるから、\$\Sigma\$ は次のように書き換えられる。

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_x & 0 \\ 0 & \Sigma_z \end{bmatrix}$$

ここで、

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle x'x \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{bmatrix}, \quad \Sigma_z = \begin{bmatrix} \langle z^2 \rangle & \langle z\delta \rangle \\ \langle \delta z \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{bmatrix}.$$

さらに、ビームの Twiss パラメータを用いればこれは

$$\Sigma_x = \varepsilon_x \begin{bmatrix} \beta_x & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \gamma_x \end{bmatrix}$$

とも表せる。Twiss パラメータはビーム物理ではよく用いられるパラメータで、位相空間におけるビーム分布を表すパラメータである。中心極限定理により、位相空間内では粒子は多くの場合、図 4 で表されるように楕円状にガウス分布をするが、その形状を表すのが Twiss パラメータである。

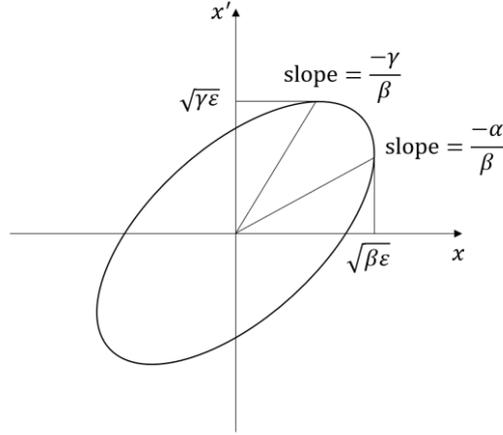


図4 Twiss パラメータのビームに対する位相空間での関係

エミッタンスは統計平均を用いれば

$$\varepsilon_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x x' \rangle^2} = \sqrt{|\Sigma_x|}$$

と表せるため、シグマ行列の要素を計算することによってエミッタンスを求められる。z についても同様である。

シグマ行列 Σ_0 で表される状態にあったビームが輸送行列 M によって Σ_1 になったとき、 Σ_1 と Σ_0 は以下の関係式で結ばれる。

$$\Sigma_1 = M \Sigma_0 M^T$$

いま、EEX の前後でこれを適用すれば、

$$\Sigma_1 = \widehat{M}_{TLEX} \Sigma_0 \widehat{M}_{TLEX}^T$$

さて、ここで

$$|\widehat{M}_{TLEX}| = 1$$

が成り立っていることを確認して論文[5]を参考に計算すると EEX 通過後の x エミッタンス ε_{x_1} , z エミッタンス ε_{z_1} は、EEX 通過前の x エミッタンスを ε_{x_0} , z エミッタンス ε_{z_0} として

$$\varepsilon_{x_1}^2 = \varepsilon_{z_0}^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_{x_0}}{\varepsilon_{z_0}} \lambda^2 \right)$$

$$\varepsilon_{z_1}^2 = \varepsilon_{x_0}^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_{z_0}}{\varepsilon_{x_0}} \lambda^2 \right)$$

と表せる。ここで、 λ^2 は具体的に次のように入射ビームの x 方向の Twiss パラメータ α_{x_0} , β_{x_0} および z 方向の Twiss パラメータ α_{z_0} , β_{z_0} とビームラインの設計で決まるパラメータを用いて表される無次元量である。

$$\lambda^2 = N^2 \frac{L_c^2}{\eta^2 \beta_{x_0} \beta_{z_0}} (1 + \alpha_{x_0}^2) [(\beta_{z_0} - \alpha_{z_0} \xi)^2 + \xi^2] \quad (5)$$

ここで L_c を 0 とすればエミッタンスの増大も 0 となり、thin-lens 近似の結果(4)を導くこ

とができた。

ここで定義した λ^2 は、空洞の輸送行列で長さを考慮したことによるエミッタンス増大の大きさを決める重要なパラメータであり、次節で詳しく評価する。

2.4 エミッタンス増大

前節では、EEX ビームラインにおいて RF 空洞部分の輸送行列を長さを考慮した thick-lens 近似を適用することによって、ビームの力学が線形でもエミッタンスが増大することを示し、その大きさは λ^2 と表される無次元のパラメータによって決まることを計算により導いた。ここではビームのエミッタンス増大を抑えるための最適な条件について検討する。

λ^2 は、エミッタンス増大の大きさを決めるパラメータで、もう一度かいておくと

$$\lambda^2 = N^2 \frac{L_c^2}{\eta^2 \beta_{x_0} \beta_{z_0}} (1 + \alpha_{x_0}^2) [(\beta_{z_0} - \alpha_{z_0} \xi)^2 + \xi^2]$$

これを最小とする入射ビームの Twiss パラメータを考える。まず、 α_{x_0} に関してはただちに

$$\alpha_{x_0} = 0$$

とするのがよいことがわかる。次に、 λ^2 を最小にするのは

$$\beta_{z_0} - \alpha_{z_0} \xi = 0$$

のときであり、これは

$$\alpha_{z_0} = \frac{\beta_{z_0}}{\xi} \tag{6}$$

の関係で書き換えられる。この条件は $z - \delta$ 位相空間分布がある傾きを持っていることを示しており、 $z - \delta$ 位相空間での相関としてエネルギーチャープ(energy chirp)を次のように定義する。

$$h \equiv -\frac{\langle z_0 \delta_0 \rangle}{\varepsilon_{z_0}}$$

これは Twiss パラメータを用いれば

$$\alpha_{z_0} = h \beta_{z_0}$$

であるため、(6)となるには

$$h = \frac{1}{\xi} \tag{7}$$

と求まり、ビームラインの設計で決まる ξ との関係が得られる。

実際に Twiss パラメータを調整することは図 4 からもわかるように、位相空間でビームの傾きを変えることであり、四重極磁石や加速空洞で調整可能である。

第3章 シミュレーション

3.1 シミュレーション方法

シミュレーションには C 言語で記述された荷電粒子トラッキングコードである米国 Argonne National Laboratory で開発された ELEGANT[6] (ELEctron Generation AND Tracking)を利用した。

まず, RFBT を通過してきたビームを想定し, パラメータを与えて粒子を生成する. ただし, ここでは RFBT セクションの後に調整のための四重極磁石などをはさみ, Twiss パラメータを 2.4 で与えられるように最適化したものとした. 次にそれを読み込み, ELEGANT で作成した目的の TLEX ビームラインを通過させトラッキングを行う. ELEGANT では偏向磁石や RF 空洞などのエレメントを組み合わせて目的のビームラインを作成することができるため, 各エレメントの設定を変えてトラッキングを行うことで, その結果を比較した.

ビームは荷電粒子のため, 互いの斥力によって発散する. これを空間電荷効果というが, これはローレンツ γ の二乗に比例して小さくなる. 低エネルギーのビーム発生時にはこの空間電荷効果の影響を抑えることが重要である. しかし, RFBT 部の加速空洞によってビームのエネルギーが高くなるとその影響はかなり小さく無視できるとして, TLEX 部のシミュレーションには空間電荷効果を考慮していない.

3.2 比較の方法

エミッタンス交換を評価する指標として, エミッタンス増大率 R を次のように定義する.

$$R = \frac{\varepsilon_{nx_1} \varepsilon_{nz_1}}{\varepsilon_{nx_0} \varepsilon_{nz_0}}$$

ここで $\varepsilon_{nx}, \varepsilon_{nz}$ は規格化エミッタンスである. エミッタンスは線形力学では原理的に保存する (Liouville の定理) が, 加速などエネルギーの変化で増減してしまう. しかしこれは本質的ではないため, 通常はビームのエネルギーで規格化した値を規格化エミッタンスとして使用する. このエミッタンス増大率はビームの力学を線形に扱ったときには(5)より

$$R = \sqrt{\left(1 + \frac{\varepsilon_{nx_0}}{\varepsilon_{nz_0}} \lambda^2\right) \left(1 + \frac{\varepsilon_{nz_0}}{\varepsilon_{nx_0}} \lambda^2\right)} \quad (8)$$

とビームラインと入射ビームの設定から求められる. これとシミュレーションから得られ

た値を比較することで理論との比較ができる。

ELEGANT における偏向空洞の設定には、用途に応じていくつかのオプションがある。今回使用する TM モード(Transverse Magnetic Mode)では理想的には軸方向の磁場が存在せず、軸方向の電場から導かれる場によって通過するビームにキックを与えるが、現実的にはセル間をつなぐ接続部分の影響や通過する粒子によって誘起される Wake 場を原因とした不要なモードの影響で、動径方向に依存しない一様な力を受ける [8]。

そこで、ELEGANT のシミュレーションでは、RFTM110 と呼ばれる空洞の長さを考えずに理想的な TM 分布を与えるものと、RFDF という実際の設計に近い混在モードを再現するものが用意されている。したがって本研究では RF 空洞部分を RFTM110 と RFDF を用いて、理論との比較を行う。また、偏向磁石には sector 型と rectangular 型の磁石がある。sector 型では図 5 に示すように、実線であらわした基準粒子は磁極面に端部で垂直に入射および出射する。rectangular 型の場合は、図 5 で点線で示されているように、磁極面に対してある角度をもって入射、出射する。本シミュレーションでは偏向磁石は sector 型を用いた。

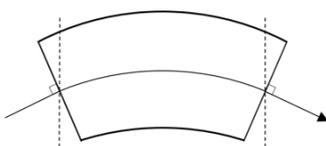


図 5 sector 型の偏向磁石. 端部はビームの中心軌道に対して垂直になる。rectangular 型では点線で示したように基準粒子と磁極は角度を持つ。

偏向磁石は、次数を設定することができる。偏向磁場の次数とは、偏向磁場が有する収束効果を求める次数で、本シミュレーションでは一次（線形）、あるいは二次まで計算に含めた。具体的な比較は以下のようにおこなった。

条件 I : 偏向磁石は線形, RF 空洞は thin lens 近似 (一次+RFTM110).

条件 II : 偏向磁石は線形, RF 空洞は thick lens 近似 (一次+RFDF).

条件 III : 偏向磁石は 2 次, RF 空洞は thin lens 近似 (二次+RFTM110).

条件 IV : 偏向磁石は 2 次, RF 空洞は thick lens 近似 (二次+RFDF).

3.3 パラメータの設定

シミュレーションに使用した各パラメータを示す. はじめに dogleg の設計に関する値を表 1 に示す.

表1 doglegの設計

偏向磁石の長さ	D	0.2	m
doglegの長さ	L	1.93	m
偏向磁石での曲げ角	θ	-20	deg
偏向磁石間の長さ	$S1$	1	m
偏向磁石とRF空洞の長さ	$S2$	0.3	m

これらのパラメータを式(1), (2)に代入することにより, η, ξ が決まり, 最適なエネルギーチャープの値も式(7)より求まる. さらに整合条件(3)より RF 空洞が満たすべき条件が決まる. これらの値を表 2 にまとめる.

表2 doglegの設計で定まるパラメータ

dispersion function	η	-0.462
momentum compaction factor	ξ	0.159
RF空洞のパラメータ	k	2.16
エネルギーチャープ	h	6.31

入射ビームとしては 100MeV の電子を想定し, 50000 粒子でトラッキングを行った. エミッタンス比 100 を設定し, 分布は全てガウス分布で与えた. 入射ビームのパラメータを表 3 にまとめる.

表3 入射ビームのパラメータ設定

ビームエネルギー	E	100	MeV
Twissパラメータ	α_{x_0}	0	
	α_{z_0}	6.31	
	β_{x_0}	10	m
	β_{z_0}	1	m
規格化エミッタンス	ε_{nx_0}	0.1	mm mrad
	ε_{nz_0}	0.001	mm mrad

ILCのメインライナックの周波数は1.3GHzであり、空洞の周波数はこれと同じで2セルからなる論文[7]の空洞を参考にした。このように設計した空洞では thick-lens 近似で与える輸送行列(2.3参照)で $N = 23/128$ で実験値とよく合うことが示されている。この設定で必要なピーク電圧は7.98 MVであり、現実的な値である。これらの値は表4にまとめる。

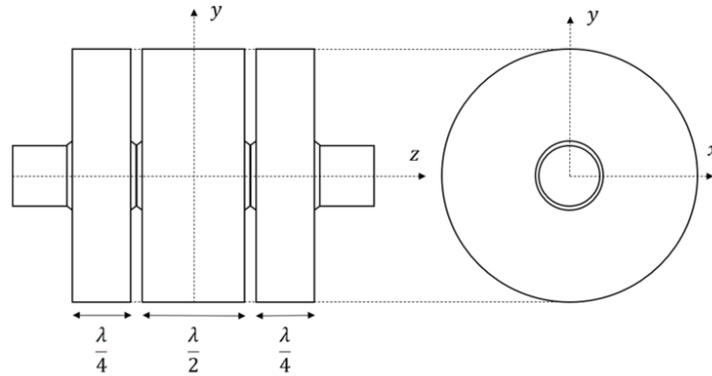


図6 シミュレーションで想定したRF空洞

表4 RF空洞の設計

空洞の周波数	f	1.3	GHz
ピーク電圧	V	7.98	MV
空洞の長さ	L_c	0.231	m

以上のパラメーターを用いて、式(8)によりエミッタンス増大率を求めると1%未満となる。式(8)では線形力学のみ考慮しているため、シミュレーションによりこの値を超える有意な増大率が求められた場合、非線形効果によりエミッタンス増大が生じたことがわかる。

第4章 結果と議論

4.1 RF 空洞による影響評価

ここでは偏向磁石は線形効果のみとして、RF 空洞を理想的な電磁場で与える RFTM110(条件 I)と実際の空洞を再現する RFDF(条件 II)とし、シミュレーションを行った。その結果を図7,および8に示す。図7はビームラインに沿ったビームの規格化エミッタンスの変化を示したもので、条件 I (a)および 条件 II (b)で設定したビームラインを通過したときの x 規格化エミッタンスと z 規格化エミッタンスの様子である。図8はビームの EEX 通過前後の位相空間分布の変化を示したもので、(a)と(b)は入射ビームの x および z 位相空間分布、(c)と(d)は条件 I で設定したときの EEX 通過後のビームの x および z 位相空間分布、(e)と(f)は条件 II で設定した EEX 通過後の x および z 位相空間分布である。

入射ビームの初期エミッタンスは $\varepsilon_{nx_0} = 0.100\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_0} = 0.00100\text{mm}\cdot\text{mrad}$ で、条件 I,条件 II どちらの場合も EEX 通過後のエミッタンスは $\varepsilon_{nx_1} = 0.00100\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_1} = 0.100\text{mm}\cdot\text{mrad}$ となり、エミッタンス増大率は 1.00 とほぼゼロであった。適切なチャープを与えたビームに対して理論的に予想される R は 1.0001 でありこの結果と整合している。RF 空洞の thick lens 近似による非線形効果の影響は非常に小さいことが結論付けられる。

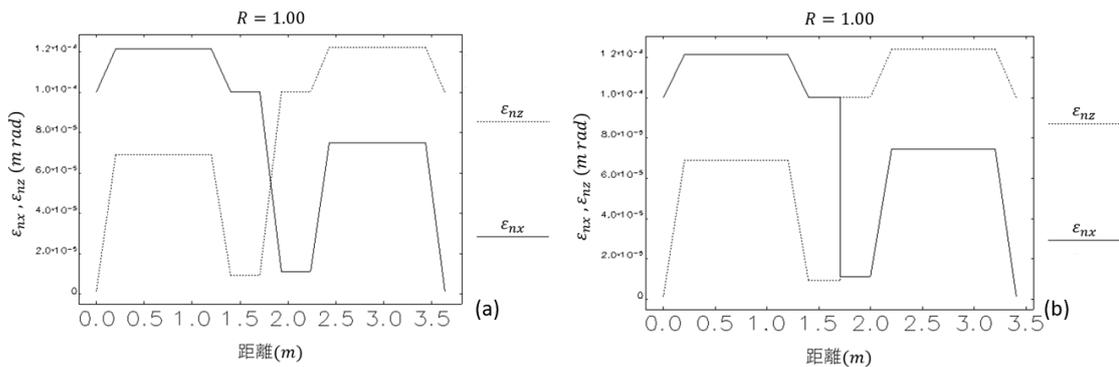


図7 EEX 前後での規格化エミッタンスの変化の様子。条件 I (a)条件 II (b)のどちらでもエミッタンス増大率は 0.5%以下となった。

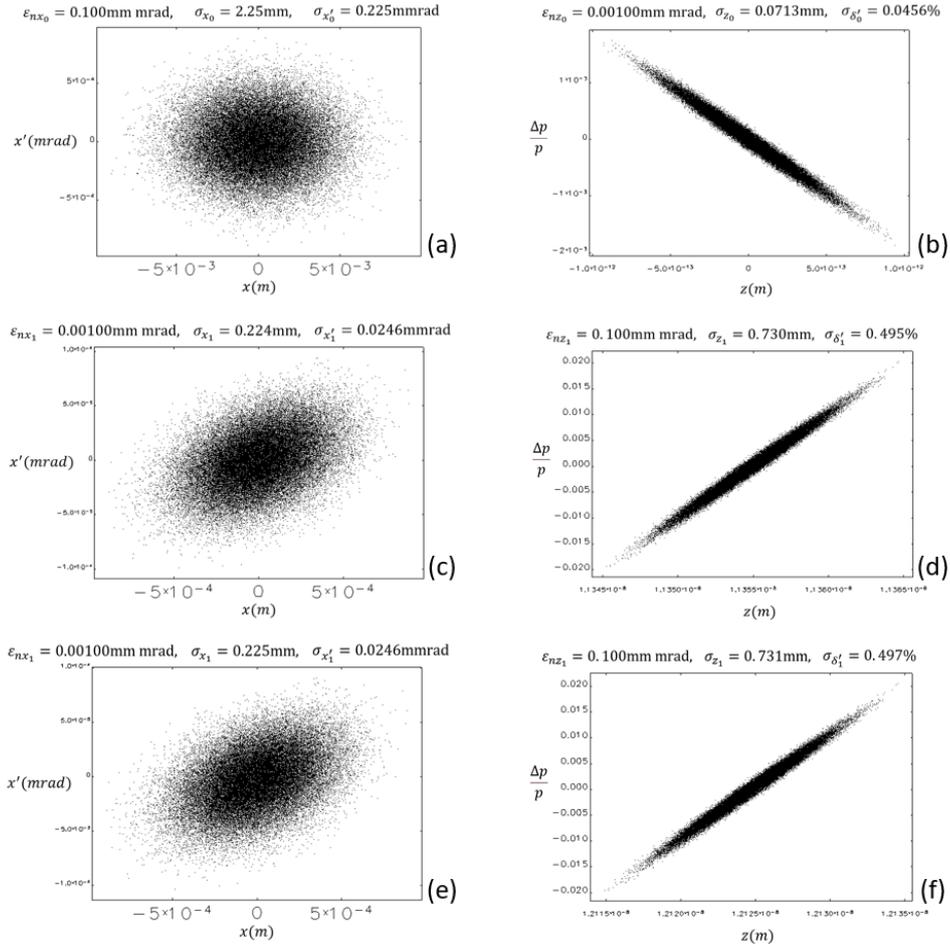


図8 EEX 前後での位相空間分布の変化の様子.入射ビームの (a)x および(b)z 位相空間分布. 条件 I による EEX 通過後の (c) x および(d)z 位相空間分布. 条件 II による EEX 通過後の (e)x および(f)z 位相空間分布.

4.2 偏向磁石の非線形効果

次に偏向磁石の収束効果を 2 次まで考慮したシミュレーションを行い, 条件IIIと条件IVで結果を比較した. その結果を図 9, および 10 に示す. 図 9 はビームの EEX 通過前後の位相空間分布の変化を示したもので, (a)と(b)は入射ビームの x および z 位相空間分布, (c)と(d)は条件IIIで設定したときの EEX 通過後のビームの x および z 位相空間分布, (e)と(f)は条件IVで設定した EEX 通過後の x および z 位相空間分布である. 図 10 はビームラインに沿ったビームの規格化エミッタンスの変化を示したもので, 条件III(a)および 条件IV(b)で設定したビームラインを通過したときの x 規格化エミッタンスと z 規格化エミッタンスの様子である.

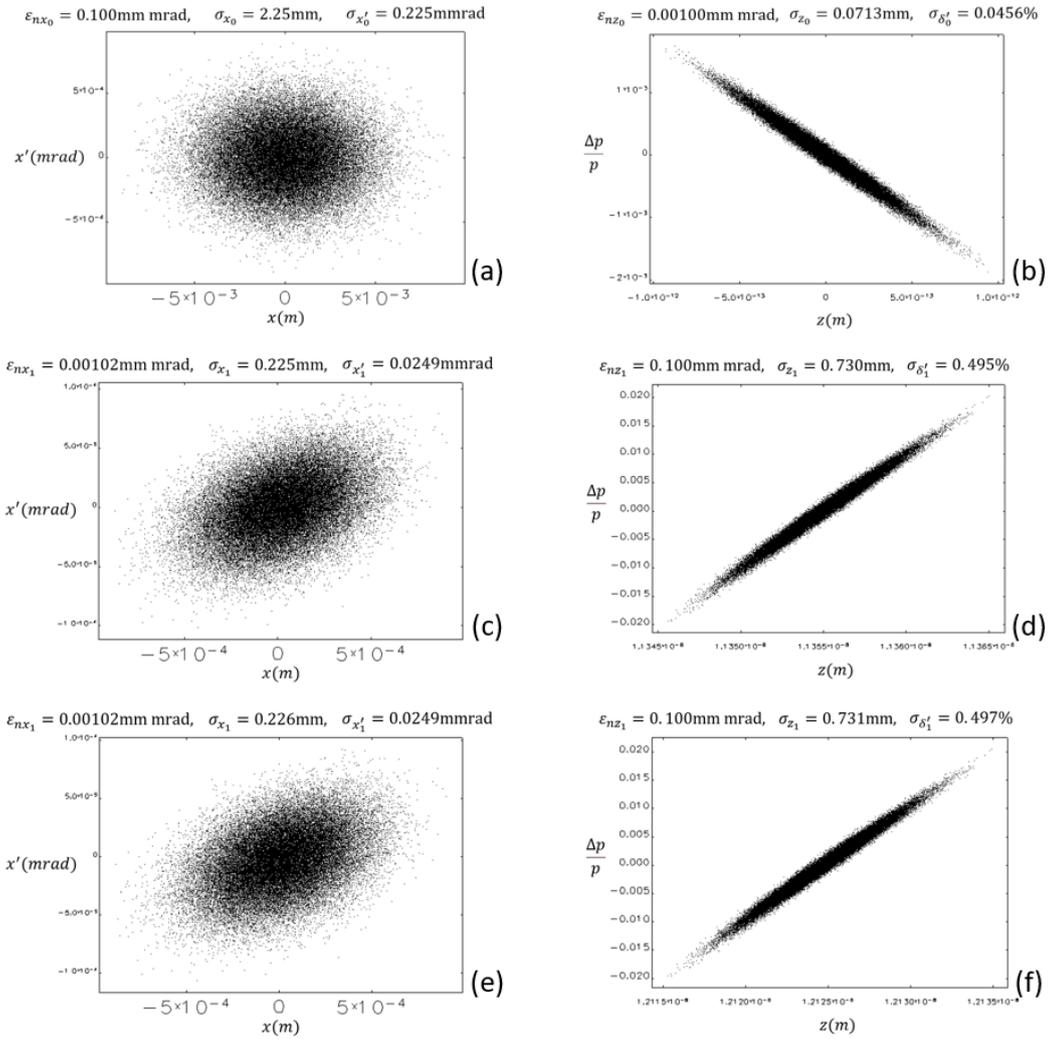


図9 EEX 前後での位相空間分布の変化の様子. 入射ビームの (a)x および(b)z 位相空間分布. 条件IIIによる EEX 通過後の (c) x および(d)z 位相空間分布. 条件IVによる EEX 通過後の(e)x および(f)z 位相空間分布.

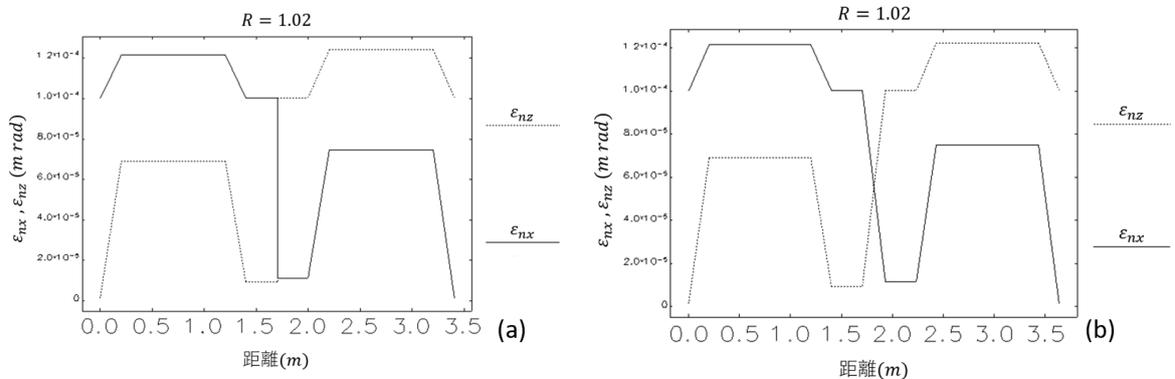


図10 EEX 前後での規格化エミッタンスの変化の様子. 条件III(a)および条件 IV(b)のどちらでもエミッタンス増大率は2%程度となった.

入射ビームの初期エミッタンスは先ほどと同じ $\varepsilon_{nx_0} = 0.100\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_0} = 0.00100\text{mm}\cdot\text{mrad}$ だが, 条件III,条件IVいずれの場合も EEX 通過後のエミッタンスは $\varepsilon_{nx_1} = 0.00102\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_1} = 0.100\text{mm}\cdot\text{mrad}$ となり, エミッタンス増大率 1.02 と 2%程度の増大が認められた.

4.3 エネルギーチャープの比較

次に, 2.4 で導いたエネルギーチャープの妥当性を調べるため, 与えるチャープを変化させてエミッタンス増大率を調べた. エネルギーチャープは RF 空洞の長さを考慮したことによるエミッタンス増大を最小にするものであるから, 条件 II と IV でシミュレーションを実施した. ただし, β_{z_0} は固定し $\alpha_{z_0} = h\beta_{z_0}$ の関係を保ったままチャープを変化させたため, これは α_{z_0} を操作したことと同じである. 実際に z 方向の初期ビームの位相空間分布をみると, 図 11 で示すようにエネルギーチャープによって傾きが変化していることがわかる. 図 11 の(a), (b), および(c)は各々 $h=-5$, $h=0$, そして $h=5$ における z 位相空間分布である.

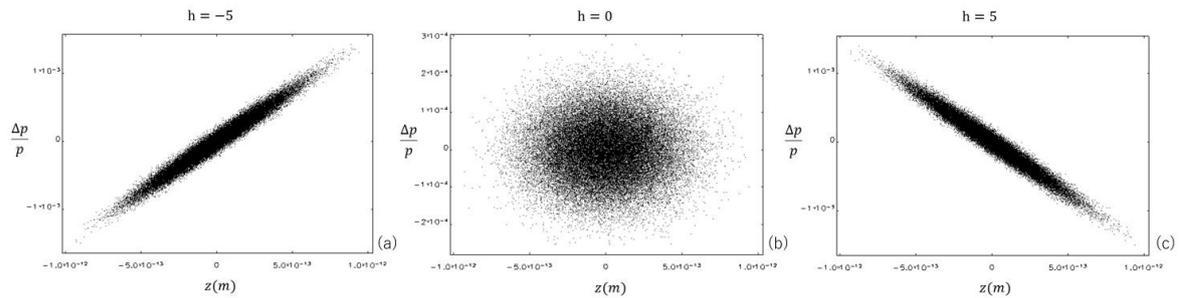


図 11 エネルギーチャープ h を変化させたときの(a) $h=-5$, (b) $h=0$ そして(c) $h=5$ における z 位相空間分布. エネルギーチャープによってビームの傾きが変わる.

図 12 に示した結果から, 偏向磁石を線形に扱ったとき(条件 II)のシミュレーションから得られる値は, 理論的に予想されるものとよく一致していることがわかる. さらに偏向磁石の 2 次の項を考慮したとき(条件IV)もエミッタンス増大率を最小にするエネルギーチャープの値は理論とよく一致していて, このことから最適なエネルギーチャープの値は非線形項を考慮したときも有効であることがわかった.

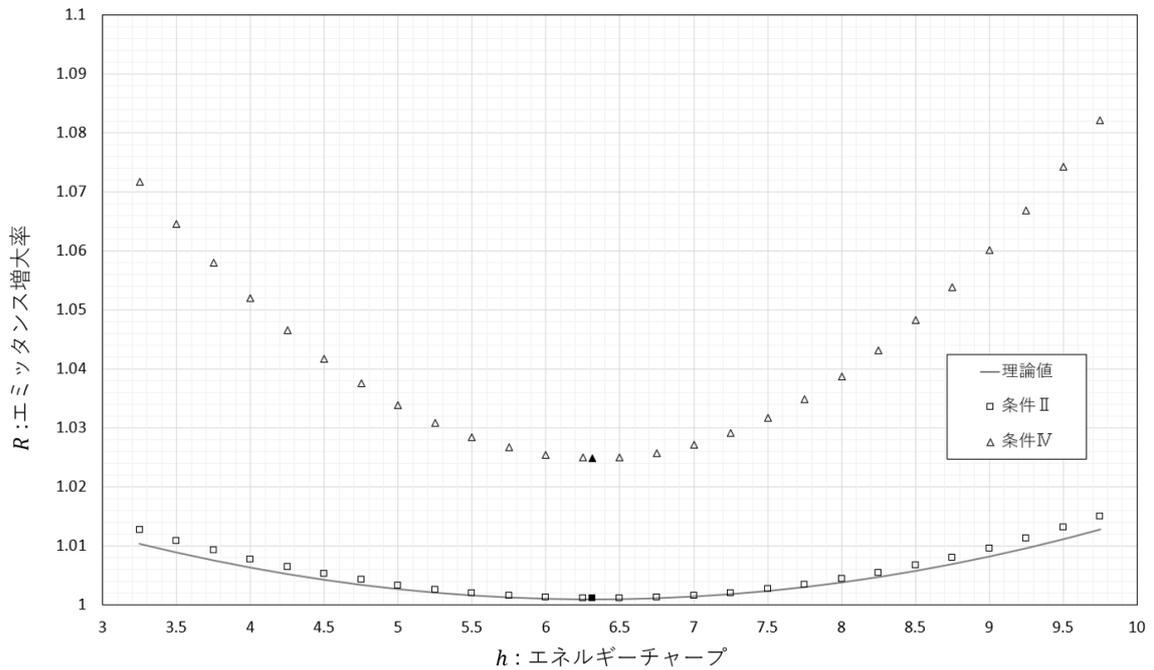


図 12 エネルギーチャープを変化させたときのエミッタンス増大率. 横軸はエネルギーチャープ h , 縦軸はエミッタンス増大率 R . □は条件II, △は条件IVの設定で得られた値で, 曲線は理論値である. 黒く塗られた点は理論的に求めた最適な h での値.

4.4 ILC 規格ビームへの拡張

本研究で設計した EEX ビームラインで, ILC 規格のビームに対してもエミッタンス交換が成功するかを試した. ILC 規格のビームはエミッタンス比を 6250 とし, エネルギーは 400MeV を想定した. ビームパラメーターを表 5 にまとめる.

表5 ILC規格の入射ビームのパラメータ設定

ビームエネルギー	E	400	MeV
Twissパラメータ	α_{x_0}	0	
	α_{z_0}	6.31	
	β_{x_0}	10	m
	β_{z_0}	1	m
規格化エミッタンス	ε_{nx_0}	6.25	mm mrad
	ε_{nz_0}	0.001	mm mrad

ビームエネルギーを高くした理由は、ビームの規格化エミッタンスが同じ値でも幾何的なビームの大きさがビームエネルギーを大きくすることで減少するためである。ビームの z 方向の長さ（バンチ長）が大きすぎると、RF により加速を行った場合エネルギー幅が大きくなり過ぎてしまうからである。ビームのエネルギーを高くしたことで、必要な RF 空洞のピーク電圧も高くなる。同じ設定の空洞では必要なピーク電圧は 30MV を超えてしまい現実的ではないため、周波数を 3.9GHz へ変更し、2 セルからなるピーク電圧 10.6MV の空洞を設定した。これらの値は表 6 にまとめる。

表6 ILC規格ビームに対するRF空洞の設計

空洞の周波数	f	3.9	GHz
ピーク電圧	V	10.6	MV
空洞の長さ	L_c	0.0769	m

4.1 および 4.2 でエミッタンス交換に影響を及ぼすのは主に偏向磁石の非線形効果だとわかったため、今回は条件 II と条件 IV でどちらも実際の空洞を再現する RFDF を使い、偏向磁石の次数の設定を変更することで比較を行った。シミュレーションの結果は図 13,14 に示す。図 13 はビームの EEX 通過前後の位相空間分布の変化を示したもので、(a)と(b)は入射ビームの x および z 位相空間分布、(c)と(d)は条件 II で設定したときの EEX 通過後のビームの x および z 位相空間分布、(e)と(f)は条件 IV で設定した EEX 通過後の x および z 位相空間分布である。図 14 はビームラインに沿ったビームの規格化エミッタンスの変化を示したもので、条件 II (a)および 条件 IV (b)で設定したビームラインを通過したときの x 規格化エミッタンスと z 規格化エミッタンスの様子である。

入射ビームの初期エミッタンスは $\varepsilon_{nx_0} = 6.25\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_0} = 0.00100\text{mm}\cdot\text{mrad}$ で、条件 II のとき EEX 通過後のエミッタンスは $\varepsilon_{nx_1} = 0.00108\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_1} = 6.25\text{mm}\cdot\text{mrad}$, 条件 IV のときは EEX 通過後のエミッタンスは $\varepsilon_{nx_1} = 0.00337\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $\varepsilon_{nz_1} = 6.62\text{mm}\cdot\text{mrad}$ となった。

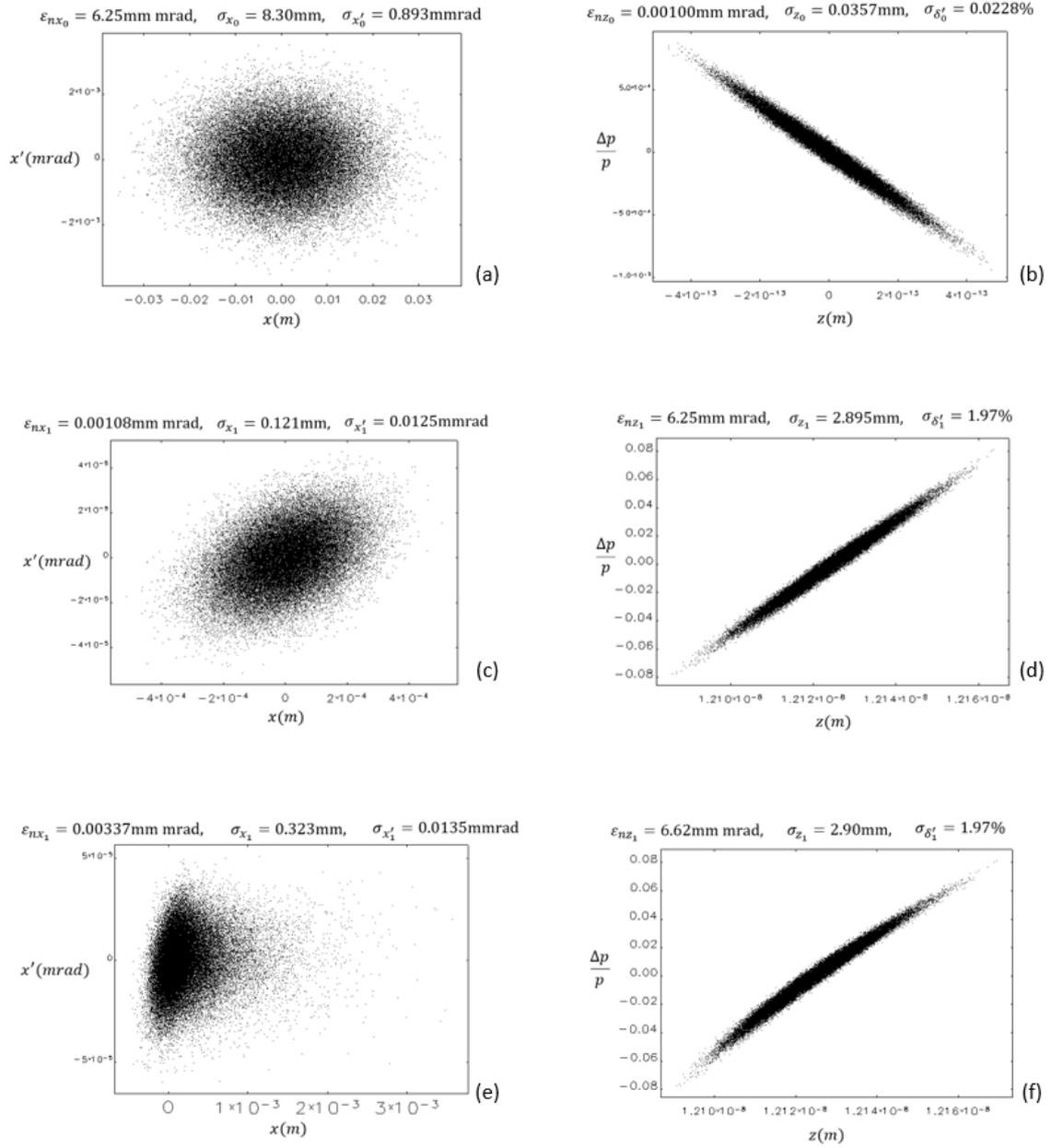


図13 EEX 前後での位相空間分布の変化の様子. 入射ビームの (a)x および(b)z 位相空間分布. 条件IIによる EEX 通過後の (c) x および(d)z 位相空間分布. 条件IVによる EEX 通過後の(e)x および(f)z 位相空間分布.

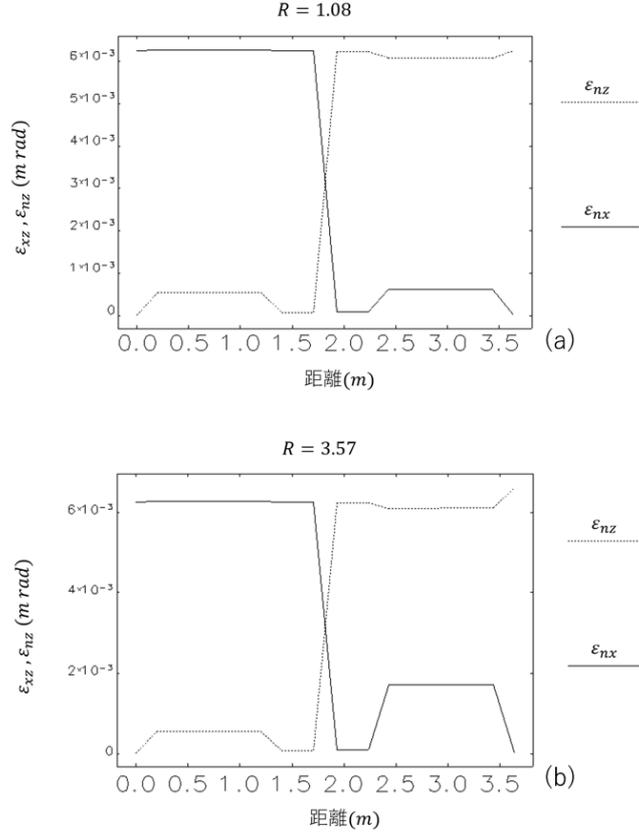


図 14 EEX 前後での規格化エミッタンスの変化の様子. 条件 II (a)条件 IV(b)を比較すると RF 空洞通過後の様子が異なることがわかる.

偏向磁石を線形で扱ったとき(条件 II)はエミッタンス増大は 8%となった. 偏向磁石で非線形項を入れる(条件 IV)とエミッタンス増大率は 357%となった.

偏向磁石の非線形項の影響でエミッタンス増大が生じたと考えられるが, 論文[4]によれば, 偏向磁石での 2 次の影響によるエミッタンス増大 $\Delta\varepsilon_n$ は

$$\Delta\varepsilon_n \propto \gamma a \left(\frac{l_b}{\eta} \right)^2 \quad (8)$$

で表される. ここで γ はビームの相対論的な質量因子, a は偏向磁石の長さに関する特性スケール因子, η は(1)と同じ dispersion 関数であり, l_b は電子のバンチ長である. dispersion は偏向磁石の長さに対して大まかに線形と考えられるから, エネルギーの高いビームに対しては偏向磁石の大きさなど全体のスケールを大きくする必要がある. 本研究で設計したビームラインは, ILC 規格のビームを扱うには偏向磁石の長さが短すぎたことが考えられる. 図 14 を見てみると, RF 空洞を通過した後のビームの振る舞いが大きく異なることがわかる. これは初期ビームの大きな ε_x を z 方向に引き受けたことでバンチ長 l_b が大きくなり, (8)で表されるように偏向磁石の非線形効果によりエミッタンスが大きく増大したと考えられる.

第 5 章 結論

本研究ではリニアコライダーでの超扁平ビーム生成を目的に TLEX と呼ばれる x - z エミッタンス交換手法の特性を調べるため、二重極モードの RF 空洞を含めたビームラインを設計してシミュレーションを行った。得られた結果からは、TLEX エミッタンス交換においては偏向磁石部分での非線形の寄与が支配的であるが、最適なパラメータを選択することによってその増大は数%に抑えることができることが分かった。しかし、本研究で設計したビームラインでは、よりエネルギーが高く入射ビームの x - z エミッタンス比も大きい ILC 規格でのエミッタンス交換では要求される性能は実現できなかった。その理由は偏向磁石での非線形効果が非常に大きくなったことであり、これは入射ビームの規格が本研究で想定したビームと大きく異なっていたことが影響すると考察できる。よって ILC 規格のビームに適したビームラインの設計が今後の課題である。

謝辞

本研究を行うにあたって、指導教員の栗木雅夫教授をはじめ、加速器物理学研究室の方には大変お世話になりました。使用したプログラムに関しては、同じ研究室の先輩である荒本さんと、ビーム物理研究室の田村さんに非常に多くのご支援をいただきました。この場を借りて感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 栗木雅夫, “位相空間回転によるエミッタンス振り分けとその応用”, 加速器, 53Vol.15, No.3, p108-116(2018)
- [2] Ryohei Tamura, Masao Kuriki, Hitoshi Hayano, Naoto Yamamoto, Xiuguan Jin, Yuji Seimiya, “Generation of low emittance flat beam in KEK-STF”, in Proceedings of the 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan July 31, Kyoto, Japan(2019)
- [3] Y.-E Sun, P. Piot, A. Johnson, A. H. Lumpkin, T. J. Maxwell, J. Ruan, and R. Thurman-Keup, Phys. Rev. Lett. 105, 234801 (2010)
- [4] Bruce E. Carlsten, Kip A. Bishofberger, Steven J. Russell, and Nikolai A. Yampolsky, Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 084403 (2011)
- [5] M. M. Cornacchia and P. Emma, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 084001 (2002)
- [6] M. Borland, “ELEGANT: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation,” Advanced Photon Source LS-287, 2000 (unpublished)
- [7] P. Piot, Y.-E Sun, J. G. Power, and M. Rihaoui Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 022801 (2011)
- [8] https://ops.aps.anl.gov/manuals/elegant_latest/elegant.html
- [9] P. Emma, Z. Huang, K.-J. Kim, and P. Piot, Phys. Rev. ST Accel. Beams 9, 100702 (2006)
- [10] Jinhao et al., AIP Report No. 978-0-7354-0853-1, 2010; A. Johnson, J. Ruan, H. Edwards, T. Koeth, A. Lumpkin, P. Piot, J. Santucci, Y.-E. Sun, and R. Thurman-Keup, in Proceedings of the 2010 International Particle Accelerator Conference IPAC10, Kyoto, Japan, 2010 (ICR, Kyoto, 2010)
- [11] T. W. Koeth, “An Observation of a Transverse to Longitudinal Emittance Exchange at the Fermilab A0 Photoinjector”(Doctoral Dissertation), Rutgers University, Piscataway, NJ.(2009)