

電子陽電子入射器

著者

栗木雅夫

(広島大学先進理工系科学)

2021年8月17日

目次

1	はじめに	1
第I部 電子入射器		3
2	ILC 電子入射器の基本コンセプト	3
3	電子発生の基礎と GaAs 光電陰極電子銃	5
3.1	物質内の電子分布と熱電子放出	5
3.2	光電子放出	9
3.3	NEA GaAs 陰極からのスピン偏極電子の発生	19
3.4	空間電荷制限流	22
3.5	光陰極 DC 電子銃	24
4	バンチング	25
4.1	線形ビーム力学と行列	25
4.2	輸送行列によるバンチングの表現	26
5	ブースター	27

6	スピンの制御	28
6.1	量子化軸の回転と減偏極	28
6.2	Spin Rotation in Solenoid Magnet	29
6.3	Spin Rotation in Bending Magnet	30
6.4	Wien filter	30
6.5	ILC 電子入射器における Spin manipulation	31
7	Energy Compressor Section	33
第 II 部 陽電子入射器		34
8	陽電子の生成	35
8.1	ガンマ線の生成と陽電子生成方式	36
8.2	電子ドライブ方式	37
8.3	アンジュレーター方式	39
8.4	レーザーコンプトン方式	42
9	横方向運動量の抑制	44
9.1	Quarter Wave Transformer	44
9.2	Adiabatic Matching Device	47
10	陽電子の RF 補足	49
11	ビームローディングの補償	50
11.1	補足ライナックにおける補償	50
11.2	ブースターライナックにおける補償	56
12	ILC 陽電子源	63
12.1	電子ドライブ方式	65
12.2	アンジュレーター方式	76

1 はじめに

物理学を学ぶ者であれば Leonhard Euler の偉大さを感じたことの無い者はいない。18 世紀における偉大な数学者であるとともに、その後の数学の抽象化を先取りした膨大な業績は、現代物理においてもそこかしこに見出すことができる。彼は旧プロイセン領のケーニッヒスベルグ（現在のロシア領カリーニングラード）の有名な橋の問題について、いわゆる一筆書きが不可能なことを証明した。この一筆書き問題はノード（節点）とエッジ（枝）で構成されるグラフについての数学理論として整理されている。グラフ理論を使えば、都市圏の JR で初乗り運賃でどれくらいの経路を乗車可能か（大回り乗車）*1、あるいは最も長い経路の片道切符*2、という複雑な問題も解くことができるだろう。この橋の問題がグラフ理論をはじめ位相幾何学の萌芽のひとつとなったことは有名な話である。

リニアコライダーにとって電子入射器と陽電子入射器はとても重要である。どんな加速器にとっても入射器は重要なのだが、リニアコライダーにとっては特に重要なのである。その違いは加速器のトポロジーにある。トポロジーとは

*1 JR 都市近郊区間においては、実際の乗車経路に関わらず、発駅から着駅までの最短経路で料金を計算するというルールがある。例えば、前橋駅から乗車し、上毛線、水戸線で友部駅、常磐線で上野駅、上野駅から高崎線に乗り、高崎駅に行き下車した場合、必要なのは前橋駅から高崎駅の 4 駅分の料金である。ただし、経路が重複した場合はその駅で下車したとみなされる。従って間違っても水戸線で水戸駅まで行っては行けない。友部駅と水戸駅の間は常磐線との重複区間となるので、そこで切符は打ち切りとなり、前橋ー水戸、そして水戸ー高崎という二枚の切符を購入する必要がある。

*2 通常の片道切符も同様に経路の重複が許されない。そのため、折返しなどの経路の重複が発生した段階で切符は打ち切りとなる。重複をしない最も長い経路はどこか、というのが最長片道切符問題である。これは宮脇俊三氏の発案と言われている。

連続変形しても保たれる性質に注目した概念である。すなわちトポロジーにおいて連続変形により同じ形となるふたつのものは区別しない。

ドーナツと取っ手のついたコーヒーカップは同じであるが、コーヒーカップとソーサーは別のものである。CP 対称性とは CP 対称性で結ばれる粒子を区別しないことであるが、それと同じである。トポロジーとは連続変形対称性のことである。

図 1 は線形加速器と円形加速器のトポロジーを示す。線形加速器ではビームを生成し、加速して、利用して、廃棄する。これを始点と終点をもつ線分で表してある。直線で結ばれているということは本質的ではなく、始点と終点があり、それがひとつの経路で結ばれているというのが本質的である。他方、円形加速器においては、ビームは生成され、加速され、リングに入射される。リングに入射してからさらに加速する場合とフルエネルギーで入射する場合があるが、トポロジー的には一緒である。リングにビームの出口というのは無い。

このようなトポロジーの違いが加速器に与える最大の違いが、利用されるビームの量と入射器から供給されるビームの量である。加速器はエネルギーの高い大量の粒子を供給する装置であるから、その能力は時間あたりの利用される粒子数で評価することができる。加速器で扱う粒子は荷電粒子だから時間あたりの電荷、すなわち電流で評価しよう。

線形加速器では次式が成り立つ。

$$I_{inj} = I_u \quad (1)$$

ここで I_{inj} は入射器から供給される電流、 I_u は終点で利用される電流である。すなわち、供給される電流と利用される電流は等しい。

一方、円形加速器の場合はすこし複雑である。円形加速器の入射にはいろいろな方式があるの

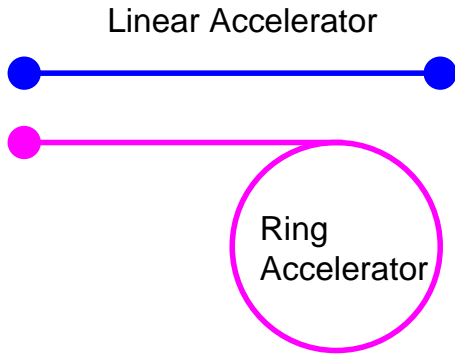


図1 線形加速器 (Linear Accelerator) と円形加速器 (Ring Accelerator) のトポロジー. 線形加速器は始点と終点を持つが, 円形加速器には始点だけあり, 終点がなく, 無限に続く軌道を持つ.

だが, ここでは注ぎたされると仮定しよう. 円形加速器ではビームが周回するがビーム電流 I_{ring} を決める微分方程式は

$$\frac{dI_{ring}}{dt} = -\alpha I_{ring} + I_{inj} \quad (2)$$

とあたえられる. ここで α はビームの損失を決める定数で, 確率的にビームの一部が失われる過程を表している. また右辺二項目は入射器から一定の割合でビームが供給されることをしめす. この解は $t = 0$ で $I_{ring} = 0$ とすると

$$I_{ring} = \frac{I_{inj}}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \quad (3)$$

となる. 時間が充分にたてば

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_{ring} = \frac{I_{inj}}{\alpha} \quad (4)$$

に漸近する. α はいろいろな条件で決まる定数だが, 例えば Super KEKB の場合は数千分の一くらいの数である. すなわち I_{ring} は I_{inj} の数千倍に漸近する. リングでは $I_{ring} = I_u$ であるから, 利用可能な電流は I_{inj} の場合の $1/\alpha$ 倍となる.

コライダーにおいて重心系エネルギーと並んで重要な指標はルミノシティである. ルミノシ

ティ L は反応断面積 $\sigma(\text{m}^2)$ あたりのイベントレート $N(\text{rm1/s})$ である.

$$N = \sigma L \quad (5)$$

となる. すなわち, ルミノシティが高ければ高いほど, 有用な事象の観測レートが上昇する. よく知られているように, コライダーにおけるルミノシティはビーム電流にほぼ比例する. つまりリングコライダーとリニアコライダーで同等のルミノシティを実現しようとするれば, リニアコライダーの入射器はリングコライダーの入射器の数千倍のビーム電流を供給しなければならない. いかに関線形コライダーの入射器への要求が高いかわかるだろう.

ILC は超伝導加速器による線形加速器のコライダーである. 超伝導加速器では一つの RF パルスでなるべく多くのバンチを加速するほうが有利となる. ILC の場合は 1300 個 (あるいは 2600 個) のバンチを一つの RF パルスで加速する. 一つのバンチには 3.2 nC の電荷の電子あるいは陽電子が含まれているが, 入射器では少し余裕をもってその 50% 増しの 4.8 nC をつくることになっている. ILC はこのパルスを 5Hz で運転するので, 一秒あたり 6500 個 (あるいは 13000 個) のバンチをつくることになる. 電荷としては $31.2 \mu\text{C}$ である. これは従来のリング型コライダーに比べて桁違いの量である.

この 0.2 秒ごとに必要となる 1300 バンチのビームは, 主加速器に送り込む前に Damping Ring(DR) と呼ばれるビーム周回軌道に蓄積しなければいけない. ルミノシティは衝突点におけるビームサイズに反比例する. リニアコライダーの基本設計は, 実のところビーム電流は小さく抑え, ビームサイズを小さくすることでルミノシティを最大化しているのだ. ビームサイズを小さくするにはビームエミッタンスと呼ばれる位相空間上の面積 (粒子の散らばり具合と

思って良い) を小さくする必要がある。DR の中でビームは冷却され、小さくまとまってくれるが、そのためには 0.1 秒程度は必要である。すなわちパルス間隔の 0.2 秒のうち、入射器が稼働できるのはその半分となる。

入射器として重要となるのは、0.2 秒ごとの 0.1 秒間の間にこの 1300 バンチをどのようにつくるのか、である。そのような視点をもって、読み進めてもらうと見通しがよくなるだろう。

第 1 部 電子入射器

電子入射器 (Electron injector) は電子ビームを生成し、それを主加速器へと送り込むのが役割である。このような定義によれば、ダンピングリングも電子入射器の一部と考えることもできるが、ここではダンピングリングを含まないことにする。すでに説明したが、ILC のパルス構造は 0.2 秒ごとに 1300 バンチを含む長さ 0.7ms のパルスである。じつは詳細な時間構造は電子と陽電子で異なっている*3。まずそれを説明しよう。図 2 は電子側のダイヤグラムで、ML は主加速器を、DR はダンピングリングを、EI は電子入射器を表す。異なる色の網掛けは、各々異なるパルスを表す。横軸は時間で、電子入射器は 0.7ms かけて 1300 バンチを生成し、DR へと入射する (赤の領域)。この時、ほぼ同時に主加速器は電子バンチを DR から取り出し、加速する (青い領域)。このように DR への入射と DR からの取り出しを同時に行うのは、ビーム負荷の変動をおこさないためである。ビーム負荷とは、ビームが加速空洞内で生成する減速

場に起因する現象で、負荷を含んだ消費電力と供給電力のバランスが崩れると加速電場の変動などやっかいな問題となる。DR を空にしてから新しい電子バンチを入射するとそのままでは加速電場が変動してしまうので、それをうまく調整してやる手間が生じる。同時に入射と出射を行えば、その必要はない。赤い領域のバンチは 199.3 ms DR に蓄積された後、取り出されて主加速器に送られる。この時同時に新しい陽電子 (マゼンタの領域) が DR に入射される。以上のことから、電子入射器の時間構造が厳密

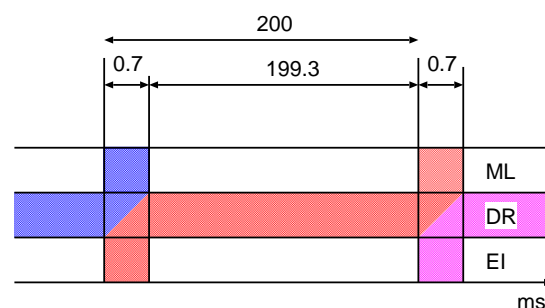


図 2 電子加速器側のダイヤグラム。ML は主加速器を、DR はダンピングリングを、EI は電子入射器を表す。異なる色の網掛けは異なるパルスを表す。DR において異なる色が斜めで示されているのは、DR で蓄積されているバンチを取り出しながら、新しいバンチを入射していることを示す。

に定義される。電荷量なども含めて表にまとめる。バンチ長、エネルギー広がり、横方向エミッタンスに対する要求は DR のダイナミックアパーチャーからの要請で、これから外れる粒子は DR に安定的に蓄積されないため、このアクセプタンス内に必要な量のビームを生成しないといけない。

2 ILC 電子入射器の基本コンセプト

ILC は線形加速器による電子・陽電子コライダーである。ILC では電子ビームはスピン偏極 (TDR[1] においては 80% 以上) していること

*3 陽電子の場合、入射器と主加速器のパルス構造は大きく異なる。

表 1 電子入射器に必要なパラメーター

Parameter	number	unit
Bunch charge	4.8	nC
Spin Pol.	> 80	%
Bunches in a pulse	1326	
Bunch sep.	6.15	ns
Pulse rep.	5	Hz
Bunch length	<35	mm
Energy spread	<0.75	%
Trans. emittance	< 0.035	m.rad

が条件となっている。電子はスピン 1/2 のフェルミ粒子であるから、 $\pm 1/2$ のふたつの固有状態が存在する。量子化軸として運動量の方向をとった場合、運動量と同じ方向にスピンの向いている状態を右巻き、反対向きの状態を左巻きと慣習的に呼んでいる。

スピンの異なる電子あるいは陽電子は、古典的には単に同じ粒子が逆向きに回っているだけであるが、量子電磁力学 (Quantum Electrodynamics, QED) と弱い相互作用 (Weak Interaction) の統一理論である電弱理論においては異なる粒子である。左巻きの電子（あるいは右巻きの陽電子）は弱い相互作用を行うが、右巻きの電子（あるいは左巻きの陽電子）は弱い相互作用をしない。カメラは電磁相互作用を利用して物質を検出する装置であるが、弱い相互作用を利用したカメラで電子を見れば、そこに見えるのは左巻きの電子のみである。相互作用をしない粒子は不要だから、左巻きの電子のみを含むビームが理想である。右巻き電子を加速するのにわざわざエネルギーを使うのは無駄であり、また雑音が増えるだけである。偏極度は次式で定義する

$$P \equiv \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R} \quad (6)$$

偏極度 100% はすべての電子が左巻きとなる。また、右巻きと左巻きが同数ならば偏極度はゼロである。

ILC がスピン偏極電子ビームを採用しているのは次の理由からである。

- 高偏極電子ビームをつくる技術が存在する。
- 偏極電子ビームが実験精度と効率を高める上で有効。

スピン偏極電子ビームは一般的なものではないが、ILC ではこの利用が事実上前提となっている。まったくの躊躇なく ILC がスピン偏極電子ビームを採用しているには、90 年台に稼働した世界初のリニアコライダーである SLC (SLAC Linear Collider)[2] の存在が大きい。SLC はスタンフォード線形加速器センターにあった S-band 常伝導加速器を利用した施設で、重心系エネルギー 90GeV で Z_0 ファクトリーマシンとして利用された。同時期に稼働した CERN の LEP (Large Electron and Positron collider, 円形の電子・陽電子コライダー) と競合関係にあり、SLC はルミノシティで大きく LEP に劣ったが、スピン偏極を利用した測定 (LEP は無偏極) により大きな成果を残した。スピン偏極は物理測定上パワフルである。

スピン偏極した電子ビームを生成する技術はいくつかあるが、80% 以上という高い偏極度を作れる技術は現在のところ超格子 GaAs 結晶による光陰極だけである。光陰極とは光を照射して電子ビームを発生させるデバイスのことで、要するに光電効果で電子を発生させる。GaAs 光陰極は RF 電場と相性が悪く、電子銃は静電場にせざるを得ない。偏極度は励起に使用するレーザーの波長に強く依存するため、波長可変な Ti:Sapphire レーザーを使わなくてははいけない。静電場による電子銃の電圧は高くできない

ため、ビーム電流は低くなり、4.8nC という大電荷のバンチを作るにはバンチ長が 1ns 程度と大きくなってしまふ。この長さは ILC で利用するメインの加速高周波である 1.3GHz の周期 770ps よりも大きいため、このバンチを短く圧縮する必要がある。

図 3 に ILC 電子入射器のレイアウトを示す。電子は静電型の光電陰極電子銃で生成され、ブースターで 5GeV まで加速されてから、DR へと入射される。以下、各コンポーネントの背景となっている物理過程についての説明を織り交ぜながら、その構成を見ていこう。

3 電子発生 の基礎と GaAs 光電陰極電子銃

ILC ではスピン偏極電子ビームが生成可能な GaAs 光電陰極を利用した電子銃を用いる。まず電子発生 の基礎からはじめ、GaAs によるスピン偏極電子ビーム生成と実際の電子銃を設計するのに関連する物理過程を説明する。

物質は分子あるいは原子の集まりである。原子は原子核と電子からなる。その電子を物質から引き剥がし、真空中へ取り出す装置が電子銃である。ここで真空とっているのは物質の外という意味であり、何もない空間という意味の真空ではない。例えばネオン管の中の放電現象はネオンガス雰囲気中への電子の放出現象であり、その電子と気体分子との衝突による発光がネオンサインとなる。

原子核と電子がバラバラにならずに物質が安定に存在しているということは、そのように保つ物理的なポテンシャルが存在しているということである。従ってそこから電子を外に連れ出すにはエネルギーが必要である。そのエネルギーの供給源や電子の放出過程などの違いにより、電子発生 の機構には次の四つがある。

- 熱電子放出:熱エネルギー
- 電界電子放出:電場のポテンシャル
- 光電子放出:光子のエネルギー
- 二次電子放出:荷電粒子のエネルギー

このうち電子銃の動作原理としてよく利用されるのは熱電子放出、電界電子放出、そして光電子放出である。二次電子放出は光電子増倍管における信号の増幅などに利用されている。

いずれの場合も電子を発生するデバイスとして物質を考える場合、その物質を陰極 (Cathode) という。これは二枚の金属電極に正と負の電圧をかけたときに、負の電圧をかけた極、すなわち「陰極」から電子が放出されるのが理由である。

3.1 物質内の電子分布と熱電子放出

物質を高温に熱すると物質中の電子が熱エネルギーを得て表面障壁を越えて真空中に放出されるようになる。この現象を熱電子放出 (thermionic emission) という。熱電子放出は ILC ではクライストロンの電子銃ぐらいにしか利用しないが、熱電子放出は電子放出を理解するうえで格好の教材なので、ここで取り上げる。

物質の中の電子の分布は

$$N(E) = D(E)f(E), \quad (7)$$

と表される。ここで $D(E)$ は状態密度であり、電子がとりうるエネルギー状態数をあらわしている。すなわち、物質中で電子がエネルギー ($E, E+dE$) の区間にある状態数は $D(E)dE$ で表される。電子はフェルミ粒子であるから、一つの状態には一つの電子しか入ることはできない。自由フェルミ気体モデルという、金属をもっとも単純化したモデルでは

$$D(E) = \frac{2m^3}{h^3}, \quad (8)$$

と与えられる。ここで m/h は速度空間を波数空

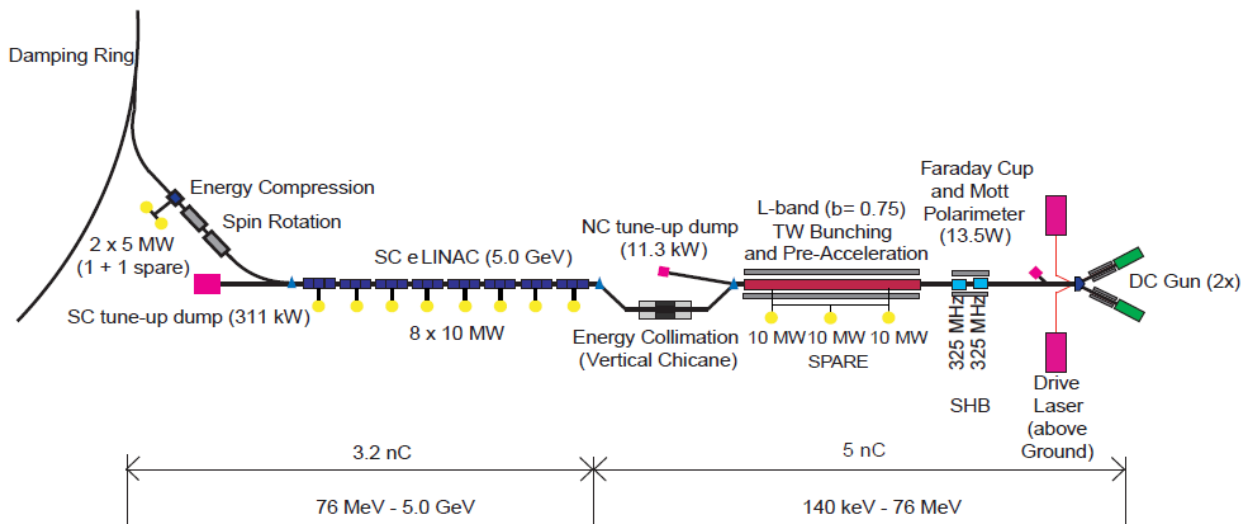


図3 電子入射器の全体レイアウト. 静電型の光電陰極電子銃から出たビームは325MHzのサブハーモニックバンチャーが二台, L-bandの前置加速器, シケインをはさんで超伝導加速器によるブースターで5GeVまで加速され, スピンローテーター, エネルギーコンプレッサーを経て, DRに入射される.

間に変換する因子であり, 三乗は三次元空間をあらわしている. 因子2は電子がスピン自由度をもっており, ひとつのエネルギー準位にはスピンの異なる電子が入れる2つの部屋があることを表している.

$f(E)$ は Fermi-Dirac 分布関数であり, 特定のエネルギー状態に電子が存在する確率を表している. フェルミ分布は電子の統計性, すなわち電子がフェルミ粒子である (同じ状態にはひとつの電子しか入ることができない) を反映している. フェルミ分布は具体的には

$$f(E) = \left[e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1 \right]^{-1}, \quad (9)$$

ここで E は電子のエネルギー, E_F はフェルミエネルギー, k はボルツマン定数 ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$), T は温度 (T) である.

図4は熱電子放出の様子を模式的に表したものである. 縦軸はエネルギー準位, 横軸の右半分は陰極からの距離, 左半分は物質内での電子の状態密度およびそこの存在確率を表している.

金属中の電子はフェルミ統計に従い, 0

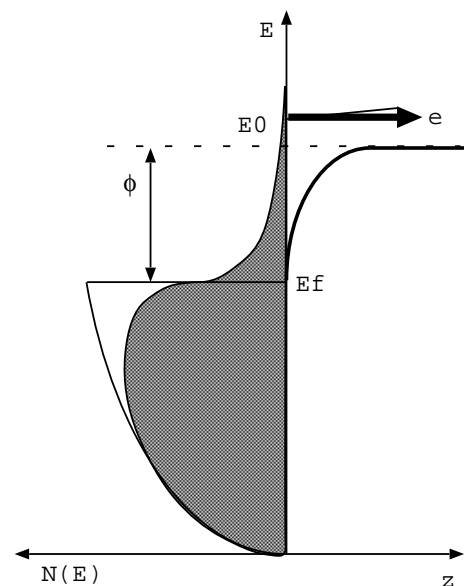


図4 カソードの電子分布と熱電子放出の様子. 縦軸はエネルギー準位, 横軸の右半分は陰極からの距離, 左半分は物質内での電子の存在確率を表している.

K(Kelvin) のときには, ちょうど井戸の中に溜まった水のように, 内殻からフェルミエネルギーまでの準位を満たしている. すなわち

$E < E_F$ で $f = 1.0$ すなわちフェルミエネルギー以下の準位は全て電子で満たされた状態であり, $E > E_F$ で $f = 0$ すなわちフェルミエネルギー以上の準位は全て空いている. 図では E_f を上辺とする円弧と直線で囲まれた範囲が $T = 0$ での電子の分布に相当する. 真空準位 E_0 との間にはエネルギー差 ϕ の障壁があり, これを金属の仕事関数 (work function) という. フェルミ準位にある電子は仕事関数 (もしくはそれ以上) に相当するエネルギーを得ることで真空中に放出される. 仕事関数は 0 K の金属から電子を取り出すのに必要な最小のエネルギーである.

有限温度 $T(K)$ では電子はフェルミエネルギー E_F を越える準位にも分布するようになる. フェルミエネルギー準位では常に $f = 0.5$ となり, 準位のうち半数が電子で, 半数が正孔で満たされた状態となる. 図では黒く塗られた雲型の部分が電子の分布状態をあらわしてる. 高温になると少なくない電子が真空準位 $E_0 = E_F + \phi$ よりも高いエネルギー準位に分布するようになる. そうすると電子は確率的に真空中に放出される. これが熱電子放出現象である.

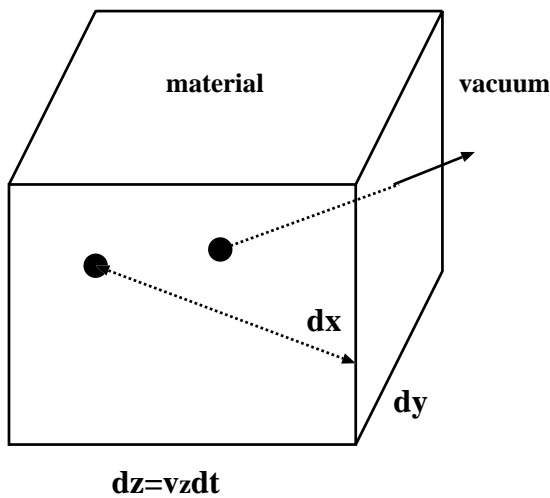


図5 界面から放出される電子の様子. 深さ方向は $v_z dt$ より浅い領域の電子のみが表めに到達できる.

今, 図5で表されている領域から放出される電子の量を考えよう. $dx - dy$ 面が真空との界面である. z 方向の運動を考えると, 時間 dt の間に表面に到達する電子は, 速度を v_z として $v_z dt$ の深さにいる電子までであり, それより深い場所にいる電子は表面まででてくることはできない. また, 図4に示しているように, 界面には真空障壁が存在し, ある程度エネルギーの高い電子しか真空中へとでることはできない. このふたつの条件から, z 方向の運動について

$$dz + v_z dt > 0, \quad (10)$$

$$v_z > \sqrt{\frac{2(\mu + \phi)}{m}} \equiv v_{z0}, \quad (11)$$

という条件がつく. 以上をまとめると, 今速度が (v_x, v_y, v_z) から $(v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z)$, 位置が (x, y, z) から $(x + dx, y + dy, z + dz)$, 時間が t から $t + dt$ の間に放出される電子数は

$$dN(E) = \frac{2m^3}{h^3} \frac{1}{1 + e^{\frac{E-\mu}{kT}}} dx dy dz dv_x dv_y dv_z, \quad (12)$$

と与えられる. ここで $dz = v_z dt$ と置くと, 時間についての因子が顕になる. 両辺を $dx dy dt$ でわると

$$\frac{dN(E)}{dx dy dt} = \frac{2m^3}{h^3} \frac{v_z}{1 + e^{\frac{E-\mu}{kT}}} dv_x dv_y dv_z, \quad (13)$$

単位面積あたり, 単位時間あたりに放出される電子数が得られる. 上式を速度について積分してやれば, ある温度における単位時間あたりの放出電子数が求められる. 積分を実行する前に, フェルミ分布を近似する. 一般的に金属の仕事関数は数 eV 程度であるから, 温度に換算すると数万 K にもなる. カソードの温度はせいぜい数千 K 程度であるから, $E - \mu \gg kT$ が成り立つ. これより $e^{\frac{E-\mu}{kT}} = 1/x$ ととると, $1/x \ll 1$ であるので, この x について Taylor 展開して,

一次までで近似すると,

$$f(E) = \frac{1}{1+1/x} = \frac{x}{x+1} \sim x = e^{-\frac{E-\mu}{kT}} \quad (14)$$

となる. この近似を用いて積分を表すと

$$N = \frac{2m^3}{h^3} e^{\frac{\mu}{kT}} \times \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z \int_{-\infty}^{\infty} dv_x dv_y v_z e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (15)$$

となる. ここでいうエネルギー E は運動エネルギーに他ならないから

$$E = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2), \quad (16)$$

とおけ, 積分の中身を直接計算できる. v_x, v_y に関する積分は $r^2 = v_x^2 + v_y^2$ において, 平面極座標上の積分に変換すると

$$I_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y e^{-\frac{mv_x^2 + mv_y^2}{2kT}} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} r dr e^{-\frac{mr^2}{2kT}} = \frac{2\pi kT}{m}. \quad (17)$$

また v_z に関する積分は

$$I_z = \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z v_z e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} = \frac{kT}{m} e^{-\frac{mv_{z0}^2}{2kT}} = \frac{kT}{m} e^{-\frac{\phi+\mu}{kT}}, \quad (18)$$

となる. ここで式 11 より $v_{z0}^2 = 2(\phi + \mu)/m$ を用いた. すべてをまとめると, 単位時間あたり単位面積から放出される電子数 n は

$$n = \frac{4\pi mk^2 T^2}{h^3} e^{-\frac{\phi}{kT}}, \quad (19)$$

と求められる.

放出電流密度 J は式 (19) に素電荷 e をかけて

$$J = en = AT^2 e^{\frac{\phi}{kT}}, \quad (20)$$

と与えられる. ここで A は

$$A = \frac{4\pi emk^2}{h^3} = 1.20 \times 10^6 [A/m^2 K^2], \quad (21)$$

と表記され, 熱電子放出定数 (thermionic emission constant) と呼ばれるものである. 式 (20) を Richardson-Dushman の式という.

陰極表面から放出された熱電子は熱運動を行っており, 位相空間でみると空間方向のみならず, 運動量方向にもあるひろがりをもっている. この熱運動によるエミッタンスを熱エミッタンスと呼んでいる. これを求めておこう.

熱エミッタンスをもとめるために, 横方向の運動エネルギーの平均値をもとめよう. そのため, まず放出される粒子の横方向の運動エネルギーの合計 E_{Tt} を式 (15) をもとに求める. この式の被積分関数に $E_x + E_y$ を掛け合わせることで, この値が求められる. 書き表すと

$$E_{Tt} = \frac{2m^3}{h^3} e^{\frac{\mu}{kT}} \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z \int_{-\infty}^{\infty} dv_x dv_y \times v_z (E_x + E_y) e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (22)$$

となる. v_z についての積分はすでに式 (18) で行ったように直接計算可能で,

$$I_z = \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z v_z e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} = \frac{kT}{m} e^{-\frac{\phi+\mu}{kT}}, \quad (23)$$

である. v_x および v_y についての積分は $v_x - v_y$ 平面を平面極座標に変換して $r^2 = v_x^2 + v_y^2$ とおくと,

$$I_t = \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y (E_x + E_y) e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2kT}}, = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} dr \frac{mr^3}{2} e^{-\frac{mr^2}{2kT}}, \quad (24)$$

となる. この積分は部分積分を利用して計算することができる. まず θ についての積分を実行

し, 続いて部分積分を行う.

$$\begin{aligned}
I_t &= 2\pi \frac{m}{2} \int_0^\infty dr r^2 r e^{-\frac{mr^2}{2kT}}, \\
&= m\pi \left[r^2 \left(-\frac{kT}{m} e^{-\frac{mr^2}{2kT}} \right) \right]_0^\infty \\
&\quad + m\pi \int_0^\infty dr 2r \frac{kT}{m} e^{-\frac{mr^2}{2kT}}, \\
&= 2m\pi \left[-\left(\frac{kT}{m} \right)^2 e^{-\frac{mr^2}{2kT}} \right]_0^\infty, \\
&= 2m\pi \left(\frac{kT}{m} \right)^2. \quad (25)
\end{aligned}$$

以上をまとめると, 放出される電子が持つ横方向エネルギーの総量 $E_{t-total}$ が次のように求められる.

$$E_{t-total} = 4\pi m \left(\frac{kT}{m} \right)^3 e^{-\frac{\phi}{kT}}. \quad (26)$$

この式を式 (19) で示されている放出電子数でわれば, 電子ひとつあたりの平均横方向運動エネルギー \bar{E}_t が求められる.

$$\bar{E}_t = \frac{E_{t-total}}{N} = kT, \quad (27)$$

この値は電子ひとつが持つ横方向エネルギーの合計である. デカルト座標系で考えると, x 方向あるいは y 方向のエネルギーはこの半分となり,

$$E_{x,y}^- = \frac{kT}{2}, \quad (28)$$

である. ここでビームは x と y に対して対称に分布していると仮定している.

ビーム力学では, 通常の運動量の定義に替えて無次元運動量を用いる. x 方向の無次元運動量 x' は次のように定義される.

$$x' = \frac{p_x}{p_s}, \quad (29)$$

ここで p_x および p_s は x 軸方向および s 軸方向の運動量である. p_x と \bar{E}_x の関係を古典的近似

を用いて求めると,

$$\bar{E}_x = \frac{p_x^2}{2m_0}, \quad (30)$$

無次元運動量は $p_s = \gamma m_0 \beta c$ を式 (29) に代入して

$$x' = \sqrt{\frac{2m_0 \bar{E}_x}{\gamma^2 \beta^2 m_0^2 c^2}} = \frac{1}{\gamma \beta} \sqrt{\frac{kT}{m_0 c^2}}, \quad (31)$$

と求められる. 位相空間におけるビームの分布に相関がないとすると, ビームの横方向エミッタンス ε_x は

$$\varepsilon_x = \sigma_x x' = \frac{R}{2} \frac{1}{\gamma \beta} \sqrt{\frac{kT}{m_0 c^2}}, \quad (32)$$

となる. ここで σ_x はビームの x 軸への射影の標準偏差であり, 半径 R の一様分布を仮定した場合, 式で示したように $R/2$ となる. このエミッタンスの定義はビームが位相空間で占める面積に相当し, 保存場における運動においては保存量となるなど, 物理的に非常に明確なものである. しかしビーム全体の加減速を考えると, $\gamma \beta$ に依存性にみられるように, 保存量とはならない. 加減速を含めて保存量となるのは次に定義する規格化エミッタンスである.

$$\varepsilon_{nx} = \gamma \beta \varepsilon_x = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{kT}{m_0 c^2}}, \quad (33)$$

3.2 光電子放出

物質が光子を吸収して電子を放出する現象は光電効果として知られている. この現象は物質内の電子が光子のエネルギー ($h\nu$) を受け取り, 物質内から真空障壁を越えて飛び出してくる現象として理解できる. この場合, 光電子を発生させる物質を特に光陰極 (Photo-cathode) と呼ぶ.

真空障壁を越えるためのエネルギー源が熱エネルギーか光子のエネルギーかという違いはあるが, 電子の放出機構としては熱電子放出とほ

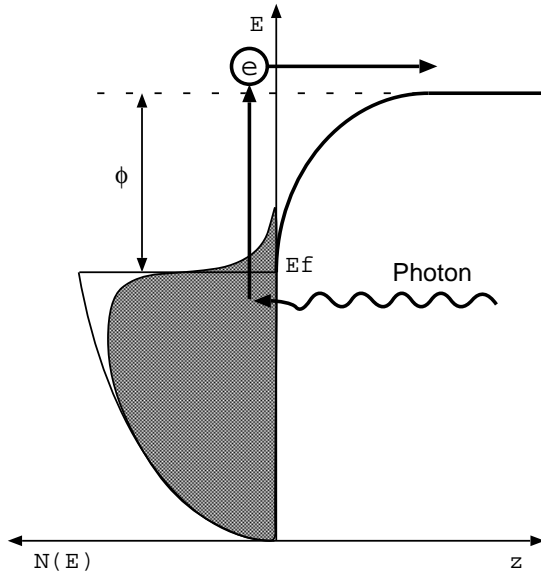


図6 光電子放出機構. 光子により励起された電子が真空中へ放出される. 定義等は図4と同様.

と同じである. しかし実際に光電子放出を利用した電子銃(光電陰極型RF電子銃など)を製作する場合, 陰極物質の選ぶ際の基準は熱電子銃の場合と全く異なる.

熱電子銃の場合は電子放出に用いられるエネルギーは供給される熱エネルギーに比べて無視できるような量であり, 陰極物質としては高温に耐えられるという条件が最も重要な性質である. 一方, 光電陰極の場合は光としてレーザー光のような操作性の高い光源を用いるのがふつうである. そのような操作性の高い光源を用いることで, 例えば小スポットから大電流の短パルス電子ビームを生成することが可能となり, 光電効果によるビーム生成の大きな利点である. そのためにはレーザー光にたいして効率良く電子を発生させるような物質が望ましい. すなわち光子あたりに発生する電子数を量子効率として定義し, この量子効率が高い物質が光電陰極として適当な物質である.

以下, 金属および直接遷移型半導体を例にとり, 光電子発生およびそのビーム品質について

説明する.

3.2.1 金属における光電子放出

今金属表面に波長 ν の光を照射したときに発生する電流を熱電子放出と同様に自由フェルミ気体モデルで考える. 電流が発生するためにはもともと電子がもっていたエネルギー E と光のエネルギー $\hbar\omega$ の和が真空準位 E_0 よりも高い必要がある. すなわち

$$E + \hbar\omega > E_0. \quad (34)$$

低温の極限で, 電子の持つエネルギー E の最大値はフェルミエネルギー μ に等しいので, $E \sim \mu$ とすると, 式(34)は

$$\hbar\omega > E_0 - \mu = \phi \quad (35)$$

である. この値は光電効果が生じる光の波長の閾値を与える. ここで, ϕ は仕事関数である.

今, $\hbar\omega$ の光による光電効果を考える. 式(34)より, 電子の z 方向の運動エネルギーは $E_z > E_0 - \hbar\omega$ の条件を満たさなければならない. これを速度に置き換えると

$$v_{z0} = \sqrt{\frac{2(E_0 - \hbar\omega)}{m}}, \quad (36)$$

となる. すなわち, 電子の z 方向の速度は v_{z0} よりも大きくなければならない. これを考慮すると, 光電効果による光電流は

$$J = Pe \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \times \frac{2m^3}{h^3} \frac{v_z}{1 + e^{\frac{E-\mu}{kT}}}, \quad (37)$$

と表される. ここで P は物質中の電子が光子により励起される確率である. 現実的ではないが, 仮にすべての電子が一斉にある波長の光子を吸収して励起状態に遷移したとすると, $P = 1$ であるから, 放出電流は熱電子放出と一致する. ただし熱運動のエネルギーに加えて, 光子がエネ

ルギーを電子に与えるので、積分範囲の下限が E_0 ではなく、 $E_0 - h\nu$ となり、同じ温度で比べれば放出電流は大幅に増加する。 v_{z0} が速度におけるその下限値。式 (37) において、まず $v_{x,y}$ についての積分を実施する。積分の公式

$$\int \frac{1}{1 + e^{-(ax+b)}} dx = \frac{1}{a} \log(1 + e^{ax+b}) dx \quad (38)$$

を使用すると

$$J = \frac{4\pi em^2 PkT}{h^3} \int_{v_{z0}}^{\infty} dv_z v_z \ln \left[1 + e^{\frac{\mu - E_z}{kT}} \right], \quad (39)$$

となる。積分変数を E_z に変更すると

$$J = \frac{4\pi emPkT}{h^3} \int_{E_0 - \hbar\omega}^{\infty} dE_z \ln \left[1 + e^{\frac{\mu - E_z}{kT}} \right], \quad (40)$$

ここで

$$y = \frac{E_z + \hbar\omega - E_0}{kT} \quad (41)$$

$$\sigma = \frac{\hbar\omega - \phi}{kT}, \quad (42)$$

と変数変換すると、式 (40) は

$$J = \frac{4\pi emPk^2T^2}{h^3} \int_0^{\infty} dy \ln [1 + e^{\sigma - y}], \quad (43)$$

となる。この式の積分は σ の関数と考えられるので、次のように $f(\sigma)$ とおこう。我々の関心はこの $f(\sigma)$ を求めることにある。

$$f(\sigma) \equiv \int_0^{\infty} dy \ln [1 + e^{\sigma - y}]. \quad (44)$$

まず $\sigma < 0$ の場合、すなわち光子のエネルギーが仕事関数よりも小さい場合について考えよう。この時 $e^{\sigma - y} \ll 1$ となるので、関数を次のように Taylor 展開する。

$$\ln(1 + x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}, \quad (45)$$

この式に $x = e^{\sigma - y}$ とおいたものを式 (44) に代入すると

$$f(\sigma) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} e^{n\sigma} \int_0^{\infty} dy e^{-ny}, \quad (46)$$

項別積分を行うと、次式を得る。

$$f(\sigma) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} e^{n\sigma} \quad (\sigma < 0) \quad (47)$$

$\sigma > 0$ の場合は次のように積分を分割する。

$$f(\sigma) = \left(\int_0^{\sigma} + \int_{\sigma}^{\infty} \right) dy \ln(1 + e^{\sigma - y}), \quad (48)$$

ここで、第一項目の積分については、 $\sigma - y = w$ と変数変換をおこない、

$$\begin{aligned} \int_0^{\sigma} dy \ln(1 + e^{\sigma - y}) &= \int_0^{\sigma} dw \ln(1 + e^w), \\ &= \int_0^{\sigma} dw \ln[e^w(1 + e^{-w})], \\ &= \int_0^{\sigma} dw [w + \ln(1 + e^{-w})], \end{aligned} \quad (49)$$

積分中の第一項は直接積分が可能である。また第二項目は $e^{-w} \ll 1$ として式 (45) と同様に展開してやると、

$$\begin{aligned} \int_0^{\sigma} dy \ln(1 + e^{\sigma - y}) &= \left[\frac{w^2}{2} \right]_0^{\sigma} + \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-nw} \right]_0^{\sigma} \\ &= \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-n\sigma} \end{aligned} \quad (50)$$

と求めることができる。次に第二項目の積分については $\sigma - y = -x$ として変数変換をおこなうと

$$\int_{\sigma}^{\infty} dy \ln(1 + e^{\sigma - y}) = \int_0^{\infty} dx \ln(1 + e^{-x}), \quad (51)$$

ここでも、式 (45) と同様に展開してやると、積分結果は

$$\int_{\sigma}^{\infty} dy \ln(1 + e^{\sigma-y}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} = \frac{\pi^2}{12}, \quad (52)$$

となる。この式 (50) と (52) の合計をとり、

$$f(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\pi^2}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-n\sigma} \quad (\sigma > 0), \quad (53)$$

と $f(\sigma)$ をもとめることができた。これまでをまとめると

$$J = \frac{4\pi em}{h^3} P k^2 T^2 f(\sigma) \quad (54)$$

ここで

$$f(\sigma) = \begin{cases} e^{\sigma} - \frac{1}{2^2} e^{2\sigma} + \frac{1}{3^2} e^{3\sigma} \dots & \sigma < 0, \\ \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \sigma^2 - e^{-\sigma} \dots & \sigma > 0, \end{cases} \quad (55)$$

である。 σ を再掲しておく、

$$\sigma = \frac{\hbar\omega - \phi}{kT}, \quad (56)$$

である。式 (55) を Fowler の式という。

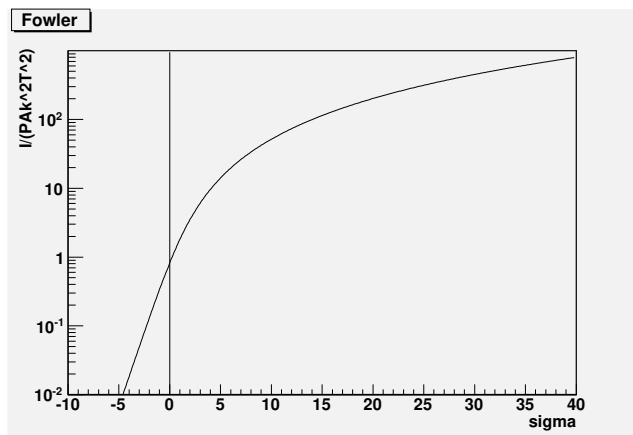


図 7 光電流を PAk^2T^2 で規格化し対数表示した、Fowler プロット。

図 7 に Fowler の式の値を示す。横軸は σ で、縦軸は光電流を PAk^2T^2 で規格化した値を対

数表示したものである。これより仕事関数に相当する $\sigma = 0$ で関数の様子に変化しているのがわかる。

Fowler の式 (55) の $\sigma = 0$ 付近での振舞を見てみよう。仕事関数以下の領域、すなわち $\sigma < 0$ では級数

$$f(\sigma) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{n\sigma}, \quad \sigma < 0 \quad (57)$$

となっている。この級数の値は $\sigma = 0$ で $\pi^2/12$ に収束し、 $\sigma < 0$ では図で示されているように急激に減少するが、ゼロにはならない。他方、 $\sigma > 0$ の領域では

$$f(\sigma) = \frac{\pi^2}{6} + \frac{\sigma^2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n\sigma}, \quad \sigma > 0 \quad (58)$$

となっている。級数は $\sigma = 0$ で $-\pi^2/12$ に収束するから、 $\sigma = 0$ での値はこの式でも $\pi^2/12$ へと収束し、 $\sigma < 0$ と連続であることがわかる。ついでに微分係数を比較してみても連続となっていることがわかり、Fowler の式は $\sigma = 0$ でちゃんと解析接続している。ところで、 $\sigma = 0$ 近傍の $\sigma > 0$ の領域での振舞は、級数が $-\pi^2/12$ に収束していることから

$$f(\sigma) \sim \frac{\pi^2}{12} + \frac{\sigma^2}{2}, \quad \sigma > 0, \quad (59)$$

となる。論文等で量子効率が $\eta \propto (\hbar\omega - \phi)^2$ と示している例がある。光の波長に対する量子効率は上記のように二乗の依存性をもっているが、定数項があり、完全な比例関係にあるわけではない。量子効率が二乗に比例しているというのは、定数項を無視した近似的な関係式であることを注意しておく。

3.2.2 金属光電陰極のエミッタンス

光陰極から放出された電子ビームは、レーザーなど光電効果に使用した光源の大きさと等しい実空間広がりを持つ。また、運動量空

間においても一定の広がりを持ち、それゆえ固有のエミッタンスを有する。ビームが発生時点で持っている固有のエミッタンスという意味では熱陰極における ϵ_{Th} , すなわち熱エミッタンスと同じであり、陰極から放出された電子が有している熱的な運動により生じるものである。陰極から光電効果により放出された電子は、熱エネルギーに加えて、レーザーによるエネルギーも運動エネルギーとして持っている。

光陰極における横方向空間のエミッタンスを評価する。熱電子の場合と同様に分布関数から求めよう。 ϵ_z を z 方向のエネルギー、横方向のエネルギー (x 方向と y 方向の和) を ϵ_r とおくと、

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{4\pi m}{Nh^3} \int_{W-h\nu}^{\infty} d\epsilon_z \int_0^{\infty} d\epsilon_r \frac{\epsilon_r}{e^{\frac{\epsilon_r - \mu}{kT}} + 1}, \quad (60)$$

ここで $\epsilon = \epsilon_z + \epsilon_r$ である。ここで $W = \mu + \phi$ は真空準位に相当するエネルギー、 $h\nu$ はレーザー光子のエネルギーである。積分を実行するためまず $T = 0$ とおくと式 (60) は

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{4\pi m}{Nh^3} \int_{W-h\nu}^{\mu} d\epsilon_z \int_0^{\mu - \epsilon_z} d\epsilon_r \cdot \epsilon_r \quad (61)$$

となる。 ϵ_z の積分範囲が μ までとなっているのは $T = 0$ では電子はフェルミ準位をこえる範囲には分布していないことを示している。この積分は簡単に実行可能で、結果は次のようになる。

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{4\pi m (h\nu - \phi)^3}{Nh^3 \cdot 6} \quad (62)$$

また放出電子数 N は同様の積分より

$$\begin{aligned} N &= \frac{4\pi m}{h^3} \int_{W-h\nu}^{\mu} d\epsilon_z \int_0^{\mu - \epsilon_z} d\epsilon_r \\ &= \frac{4\pi m (h\nu - \phi)^2}{h^3 \cdot 2}, \end{aligned} \quad (63)$$

と求められるので、これを式 (62) に代入すると結局 $\bar{\epsilon}_r$ は

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{h\nu - \phi}{3}, \quad (64)$$

と求められる。この結果は $T = 0$ として求めたもので、熱による寄与は含まれていない。一般的に光陰極は 300 K 程度の室温で使用されるので、熱エネルギーは $2.6 \times 10^{-2} eV$ となる。一方多くの光陰極では有限の量子効率を確保するためレーザーのエネルギーを仕事関数にたいして $0.1 - 0.5 eV$ 程度高くとるのが普通であり、レーザーのエネルギーの寄与の方が約十倍以上は大きい。従って $T = 0$ と仮定して求めた式 (64) は近似として充分有効である。

熱エネルギーだけの場合の横方向エネルギーへの寄与は式 (28) で表されているので、これを式 (64) に含めると次のようになる。

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{h\nu - \phi}{3} + kT \quad (65)$$

この値は、 x 方向と y 方向の運動エネルギーの和である。いずれかの方向の射影エミッタンスは

$$\epsilon_{x,y} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{(h\nu - \phi)}{3mc^2} + \frac{kT}{mc^2}}, \quad (66)$$

とあらわされる。ここで R はレーザーのスポットサイズである。仕事関数 ϕ は表面電場 E があると Schottky 効果により

$$\sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon_0}}, \quad (67)$$

だけ実質的に減少するので、電場が無い状態での仕事関数 ϕ_0 を用いると

$$\phi = \phi_0 - C_s \sqrt{E}, \quad (68)$$

となる。ここで $C_s = \sqrt{e/4\pi\epsilon_0} = 3.79 \times 10^{-5}$ である。式 (68) を式 (67) に代入すると

$$\epsilon_r = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{(h\nu - \phi_0 + C_s \sqrt{E})}{3mc^2} + \frac{kT}{mc^2}}, \quad (69)$$

となる。すなわち Schottky 効果により横方向エミッタンスへのレーザーエネルギーの寄与は更に増大する。

3.2.3 量子効率

光電陰極の性能を表す実用的なパラメータである量子効率 η というものを定義しよう。量子効率とは光子が物質に入射したときに、物質表面から光電子が放出される確率である。量子効率を用いて、放出電流は

$$J = e\eta N_{ph}, \quad (70)$$

とあらわされる。ここで N_{ph} は入射光子数である。量子効率は理論的に予測するのは一般的には困難であり、実際の測定値から求められる。

空間電荷制限領域に達していない場合、光電効果により得られるビーム電荷 Q は

$$Q = \frac{\eta e P_l \lambda_L}{hc}, \quad (71)$$

と与えられる。ここで η は物質の量子効率、 e は素電荷、 P_l はレーザーの出力、 λ_L はレーザーの波長、 h はプランク定数である。物理定数を代入し、実用的な単位で表示すると

$$Q[nC] = 8.08 \times 10^{-3} \eta[\%] P_l[\mu J] \lambda_L[nm], \quad (72)$$

となる。

3.2.4 直接遷移型半導体からの光電放出

最後に GaAs に相当する直接遷移型半導体からの光電放出を扱う。金属ではフェルミ面付近をふくむ全てのエネルギー領域で準位が連続して存在している。それに対して半導体および絶縁体ではフェルミ準位付近にエネルギー準位が存在しない領域、すなわちバンドギャップがあり、その上下で電子のエネルギーバンド構造が大きく変化している。物質内の電子は低い準位からフェルミ準位までを満たしているので、光電子放出に寄与するのは主にフェルミ準位付近の電子であり、フェルミ面付近の構造が重要となる。

典型的な例として、直接遷移型半導体の光電子放出を考える。このタイプの半導体のバンド

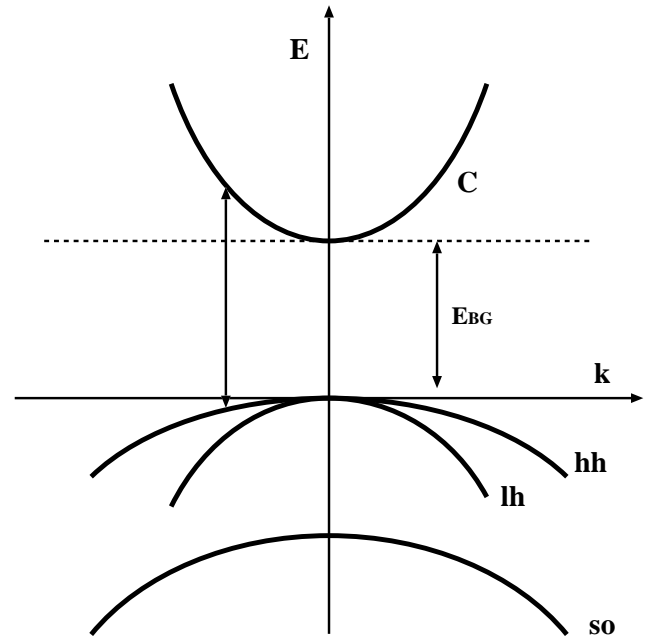


図8 GaAsのバンド構造を模式的に表したものの。縦の線は光子による直接遷移の例として、価電子帯から伝導帯にへ電子が励起されることを表している。

構造は図8に示すような形をしている。この図では縦軸は準位のエネルギーで基準は荷電子帯の上端にとっている。横軸は電子の波数 k である。原点より下のバンドは各々 heavy hole, light hole, そして spin orbit と呼ばれるバンド構造を表している。以下、バンド構造を有効質量により表す有効質量近似を用いて議論を進める。

光電効果の場合、価電子帯にある電子が伝導帯へと励起され、その電子が真空準位よりもエネルギーが高い場合に電子放出が生じる。価電子帯から伝導帯への励起確率は行列要素、状態密度、そして分布関数の積として表すことができる。より一般的に状態 i から状態 f への遷移確率は、Fermi の黄金律により次のように与えられる。

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 D(\hbar\omega) f(E), \quad (73)$$

ここで M は行列要素であり、始状態と終状態お

よび反応を表すハミルトニアンから求められる。 D が状態密度と呼ばれる量であり、反応に寄与する状態数を表している。そして $f(E)$ はフェルミ分布関数で、ある温度でその状態に電子が存在する確率を表す。

まず一般的に状態密度 D について考察する。ある波数の大きさ（スカラー量） k をもつ状態数は、三次元波数空間を考えると、

$$D(k)dk = 2 \frac{1}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk, \quad (74)$$

と求められる。右辺の頭の 2 はスピン自由度を考慮したものである。エネルギー E と波数 k との関係は、非相対論的電子を仮定すると

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (75)$$

である。ここで m^* は物質中での電子の有効質量を表す。自由空間においては電子の質量そのものに等しいが、結晶などの周期構造の中では電子の質量とは異なる。逆に、この電子の有効質量そのものが結晶の中における電子の波数 k とエネルギー E との関係、すなわち分散関係を与える。微分係数を求めると

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m^*}, \quad (76)$$

となる。これを用いて状態密度の変数を波数からエネルギーに変換すると

$$\begin{aligned} D(E) = D(k) \frac{dk}{dE} &= \frac{k^2}{\pi^2} \frac{m^*}{\hbar^2 k} \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}, \quad (77) \end{aligned}$$

となる。

さて、図 8 に示されている各々のバンド構造の分散関係は有効質量を用いて以下のように与

えられる。

$$E_c(k) = E_{BG} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}, \quad (78)$$

$$E_{hh} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}^*}, \quad (79)$$

$$E_{lh} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{lh}^*}, \quad (80)$$

$$E_{so} = -\Delta - \hbar^2 k^2 / 2m_{so}^*, \quad (81)$$

ここでは便宜的に有効質量を正にとり、分散関係に負号を付けている。光電子放出について考えるため、エネルギー $\hbar\omega$ の光子による価電子帯から伝導帯への遷移について考える。電子の波数を変化させない遷移を直接遷移、波数を変化させる遷移を間接遷移という。バンドダイアグラムでみると、直接遷移は垂直方向の遷移、間接遷移は斜め方向の遷移である。光子の波数は電子の波数に比べて桁違いに小さいことから、波数が増える遷移は光子の吸収に加えて、格子や他の電子との散乱などの複数の反応を経なければならず、その反応確率は小さくなる。結果として、光子による遷移は多くの場合、直接遷移が支配的となる。ある種の半導体では伝導帯の底と価電子帯の天井が異なる波数に相当し、バンドギャップ相当の光による遷移はエネルギー的に間接遷移しかゆるされないため、間接遷移のみが生じる場合もある。文献 [3] よると GaAs 内における電子の有効質量は表 2 のように与えられる。

直接遷移を仮定すると、光子のエネルギーと波数との関係は次のようになる。

$$\hbar\omega = E_{BG} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c^*} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}, \quad (82)$$

ここで、換算質量 μ^* を

$$\frac{1}{\mu^*} = \frac{1}{m_c^*} + \frac{1}{m_h^*}, \quad (83)$$

表2 GaAs内の電子の有効質量. 各々のバンドにおける値を自由空間での電子の質量を単位として示してある.

質量	理論値	測定値
m_c^*	0.078	0.067
m_{hh}^*	0.73	0.53
m_{lh}^*	0.08	0.08

と定義すると, 分散関係は

$$\hbar\omega - E_{BG} = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu^*}, \quad (84)$$

と与えられる. この分散関係から導かれる状態密度を結合状態密度という. この状態密度は, 通常の物質内部での電子状態を表す状態密度とは異なり, 始状態と終状態間の遷移の状態数をあらわしたもので, 結合状態密度と呼ばれる. エネルギー $\hbar\omega$ の光子による, 価電子帯と伝導帯との間の結合状態密度は

$$D(\hbar\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2\mu^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\hbar\omega - E_{BG}}, \quad (85)$$

と導かれる. ここで, μ^* は結合状態密度における有効質量で, 価電子帯および伝導帯での電子の有効質量から決まる量で, 式(83)で与えられる. E_{BG} はバンドギャップのエネルギー幅である. この時, 励起された電子のエネルギーは光子の波長により一意に決まり

$$E_e = E_c - E_{BG} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c^*} = (\hbar\omega - E_{BG}) \frac{\mu^*}{m_c^*}, \quad (86)$$

となる. ここで電子のエネルギー E_e は伝導帯の底を基準に表している. これを波数で表すと

$$E_e = \frac{(\hbar k_x)^2}{2m_c^*} + \frac{(\hbar k_y)^2}{2m_c^*} + \frac{(\hbar k_z)^2}{2m_c^*}, \quad (87)$$

となる. 今, E_e は光子のエネルギーに対して一意に決まるから, 波数空間での電子分布は半径

が一定の球殻に相当する. 電子の出射方向, すなわち界面の法線ベクトルを z 方向にとり, ポテンシャル障壁の高さを伝導帯の底を基準にして χ とする. ポテンシャル障壁における反射などの量子効果を無視すると, 電子が真空中に飛び出す確率は $E_z > \chi$ で 1, $E_z < \chi$ で 0 となる. ここで E_z とは, 運動エネルギーのうちの z 成分である. その閾値は $E_z = \chi$ として,

$$k_{z0} = \frac{\sqrt{2m_c^* \chi}}{\hbar}, \quad (88)$$

である.

今, 考えている波数空間において, $k_z > k_{z0}$ の領域の電子のみが真空中へと放出されるので, その数を求めよう. 三次元波数空間において, 電子は次のように球殻上に分布している.

$$\frac{2m_c^* E_e}{\hbar^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad (89)$$

このうち, $k_z > k_{z0}$ である領域は, 次の積分でもとめられる.

$$\begin{aligned} S(k_z > k_{z0}) &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\alpha d\theta \sin\theta \frac{2m_c^* E_e}{\hbar^2} \\ &= 2\pi \frac{2m_c^* E_e}{\hbar^2} (1 - \cos\alpha), \end{aligned} \quad (90)$$

ここで, $\alpha = \cos^{-1} \sqrt{\frac{\chi}{E_e}}$ であり, $k_z = k_{z0}$ となる頂角に相当する. これを代入すると

$$S(k_z > k_{z0}) = 2\pi \frac{\sqrt{2m_c^* E_e}}{\hbar} \left(1 - \sqrt{\frac{\chi}{E_e}} \right), \quad (91)$$

となる. 全体では電子の占める波数空間面積は $4\pi 2m_c^* E_e / \hbar^2$ なので, これを規格化すると伝導帯に励起された電子の放出確率 $P(\hbar\omega)$ が求められる.

$$P(\hbar\omega) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\chi}{E_e}} \right), \quad (92)$$

式(85)の結合状態密度 $D(\hbar\omega)$ と, この伝導帯から真空への脱出確率 $P(\hbar\omega)$ の積に, 入射光子

数, 光遷移確率, 行列要素, を掛け合わせると光電流が得られる. 量子効率 η は入射光子数で規格化した光電流なので, 単独のバンドからの遷移だけが生じる場合には量子効率は $D(\hbar\omega)$ と $P(\hbar\omega)$ の積に比例する. すなわち

$$\eta(\hbar\omega) \propto \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{2\mu^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \times \left(\sqrt{\hbar\omega - E_{BG}} - \sqrt{\chi \frac{m_c^*}{\mu^*}} \right). \quad (93)$$

実際の量子効率は温度による分布関数の影響, 不純物による状態密度の変化とそれによるフェルミ準位の変化, 複数のバンドからの遷移, 真空ポテンシャルでの量子力学的な反射等の効果, などにより複雑な振舞をみせるが, 定性的な性質はおおよそ上式で記述される.

3.2.5 半導体陰極における初期エミッタンス

半導体における光電子放出に続いて, 予想される平均横方向エネルギーおよびそれによるエミッタンスについて考察しよう. 伝導帯への励起までは前節においてすでに議論しているので, 横方向エネルギーの平均値 \overline{E}_t はすぐに求めることができる. 横方向エネルギーは

$$\overline{E}_t = \frac{\int dk^3 E_{xy}}{\int dk^3}, \quad (94)$$

ここで積分は考えている波数空間全体について積分をとることを表している. 今, 電子は波数空間において半径 $|k| = \sqrt{2m_c^* E_e}/\hbar$ の球殻上に分布している. また真空中へ放出される電子は, 式 (88) で与えられる k_{z0} を用いて $k_z > k_{z0}$ という条件を満たすものである. これに相当する波数空間で積分をとり \overline{E}_t を求めてやればよい. 分母となる規格化因子の積分は既に式 (91) でおこなっている. 分子となる積分は

$$I_{num} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\alpha d\theta \frac{2m_c^* E_e}{\hbar} \sin\theta E_{xy}, \quad (95)$$

と与えられる. E_{xy} は $k_z = |k| \cos\theta$ より

$$E_{xy} = E_e - E_z = E_e - \frac{(\hbar k_z)^2}{2m_c^2} = E_e(1 - \cos^2\theta), \quad (96)$$

を代入すると次式を得る.

$$I_{num} = 2\pi \frac{2m_c^* E_e^2}{\hbar} \int_0^\alpha d\theta \sin\theta (1 - \cos^2\theta). \quad (97)$$

積分を実行するために, $t = \cos\theta$ と置換すると, 結果として次式を得る.

$$I_{num} = 2\pi \frac{2m_c^* E_e^2}{\hbar} \times \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{3/2} - \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{1/2} + \frac{2}{3} \right]. \quad (98)$$

これらの結果より

$$\overline{E}_t = E_e \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{3/2} - \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{1/2} + \frac{2}{3}}{1 - \sqrt{\frac{\chi}{E_e}}}, \quad (99)$$

を得る. \overline{E}_t は横方向運動エネルギーの合計なので, 一軸あたりの平均のエネルギー $\overline{E}_{x,y}$ はこの半分であり

$$\overline{E}_{x,y} = \frac{E_e}{2} \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{3/2} - \left(\frac{\chi}{E_e} \right)^{1/2} + \frac{2}{3}}{1 - \sqrt{\frac{\chi}{E_e}}}, \quad (100)$$

である. この値から予測される横方向規格化エミッタンスは

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2\overline{E}_{x,y}}{m_0 c^2}}, \quad (101)$$

となる. およその大きさを評価するために $\chi = 0$ としてみると, エネルギーとエミッタンスは

$$\overline{E}_{x,y}(0) = \frac{1}{3} (\hbar\omega - E_{BG}) \frac{\mu^*}{m_c^*}, \quad (102)$$

$$\varepsilon_{x,y}(0) = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2(\hbar\omega - E_{BG})}{3m_0 c^2} \frac{\mu^*}{m_c^*}}, \quad (103)$$

のように求められる。この式から、エミッタンスはおよそ $\hbar\omega - E_{BG}$ の二乗根に比例するという金属カソードと同様の振舞をすることが予想される。図9に横方向運動エネルギー $\overline{E_{xy}}$ を χ/E_e の関数として示してある。 χ が増加するにしたがって $\overline{E_{xy}}$ が減少することが予想される。

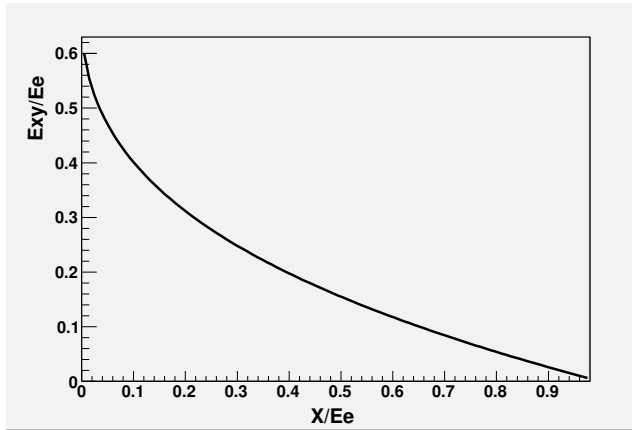


図9 E_e で規格化した平均横方向エネルギーを χ/E_e の関数として表したものの。

3.2.6 表面屈折の効果

半導体のバンド構造等は結晶構造，すなわち構成原子が規則的に配列していることから生じるものである。結晶構造は回転対称性や並進対称性を持っており，それらの性質から特徴的なバンド構造が作り出される。一方，光電陰極の電子発生面は物質と真空という異なる空間が接しており，このような面を界面といい，結晶構造の中に存在するような対称性は崩れている。界面をもつ物質の性質はそれだけでひとつの大きな学問分野となるため，それを包括的に扱うには筆者の手に余るが，ここでは電子の有効質量の変化のみに着目して，放出電子における影響を考察する。

有効質量は物質内部において電子の分散関係を定義する値であり，真空中での電子の質量とは異なる値をとる。電子が物質中から真空中へ放出される場合でも，横方向運動量およびエネ

ルギーはその前後で保存しなくてはならない。この原理から以下のように放出時における屈折法則が導かれる。

伝導帯でのエネルギー E_c は波数 k_c や有効質量 m_c^* を用いて

$$E_c = \frac{\hbar^2 k_{xc}^2}{2m_c^*} + \frac{\hbar^2 k_{yc}^2}{2m_c^*} + \frac{\hbar^2 k_{zc}^2}{2m_c^*} = (\hbar\omega - E_{BG}) \frac{\mu}{m_c^*}, \quad (104)$$

と記述される。同様に自由空間においてエネルギー E_f は

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_{xf}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_{yf}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_{zf}^2}{2m} \quad (105)$$

と記述される。横方向運動量の保存より

$$\hbar k_{xc} = \hbar k_{xf} \quad (106)$$

$$\hbar k_{yc} = \hbar k_{yf}, \quad (107)$$

またエネルギー保存より

$$E_c = E_f, \quad (108)$$

が成り立たなくてはならない。これらの条件より，自由空間での z 方向のエネルギー E_{zf} は

$$\begin{aligned} E_{zf} &= \frac{\hbar^2 k_{zf}^2}{2m} \\ &= \frac{\hbar^2 k_{zc}^2}{2m_c^*} + \left(\frac{1}{2m_c^*} - \frac{1}{2m} \right) (\hbar^2 k_x^2 + \hbar^2 k_y^2), \end{aligned} \quad (109)$$

となり，物質中での z 方向のエネルギー E_{zc} よりも増大する。電子放出の閾値として E_{zc} と E_{zf} のどちらを用いるべきかは明らかではないが，仮に E_{zf} が電子親和性 χ よりもおおきければ真空中への放出が生じると考えることにしよう。伝導帯での波数空間での z 軸からの角度を θ と定義し，伝導帯での波数の大きさを k_c とすると

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2 k_{zf}^2}{2m} &= \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m_c^*} - \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) \\ &= \frac{\hbar^2 k_c^2}{2} \left(\frac{1}{m_c^*} - \frac{1}{2m} \sin^2 \theta \right) \end{aligned} \quad (110)$$

という条件が成り立つ。電子が放出されるために θ の満たすべき条件は

$$\sin^2 \theta \leq \frac{m}{m_c^*} - \frac{2m\chi}{\hbar^2 k_c^2}, \quad (111)$$

となる。 χ の値が小さければ、 $m/m_c^* > 1$ より、波数空間のうち k_{zc} が正の値を持つ半球、すなわち $0 < \theta < \pi/2$ において電子放出が生じる。この臨界角を α とすると伝導帯電子の放出確率は

$$\eta = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\alpha d\theta \sin\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha), \quad (112)$$

アルファは次のように与えられる。

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{m}{m_c^*} - \frac{2m\chi}{\hbar^2 k_c^2}}. \quad (113)$$

この時、横方向エネルギーは次のように与えられる。

$$\begin{aligned} E_{xy} &= \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m} \sin^2 \theta \\ &= \frac{\mu}{m} (\hbar\omega - E_{BG}) \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (114)$$

この値は x と y についての和である。放出電子の平均をとると

$$\begin{aligned} \overline{E_{xy}} &= \frac{1}{4\pi\eta} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\alpha d\theta \frac{\mu}{m} (\hbar\omega - E_{BG}) \sin^2 \theta \\ &= \frac{\mu}{m} (\hbar\omega - E_{BG}) \frac{\frac{1}{3} \cos^3 \alpha - \cos \alpha + \frac{2}{3}}{1 - \cos \alpha}, \end{aligned} \quad (115)$$

となる。x あるいは y の平均はこの半分となるので、一自由度あたりの横方向エミッタンスは

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2E_{x,y}}{mc^2}} \\ &= \frac{R}{2} \sqrt{\frac{\mu}{m^2 c^2} (\hbar\omega - E_{BG}) \frac{\frac{1}{3} \cos^3 \alpha - \cos \alpha + \frac{2}{3}}{1 - \cos \alpha}}, \end{aligned} \quad (116)$$

となる。ここで比較のために $\chi = 0$ とおくと $\alpha = \pi/2$ なので、

$$\varepsilon = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2E_{x,y}}{mc^2}} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2\mu}{3m_0^2 c^2} (\hbar\omega - E_{BG})}, \quad (117)$$

という結果を得る。この値は式 (103) と比べると $\sqrt{m_c^*/m_0}$ だけエミッタンスを減少させる効果として表れる。

3.3 NEA GaAs 陰極からのスピン偏極電子の発生

1970 年代より SLAC において偏極電子源の開発研究が行われ、1970 年代には半導体陰極を用いた偏極電子銃が実用化 [4] された。偏極電子は核子のスピン構造の実験的解明 [5][6] や素粒子の標準模型の実験的検証のハイライトである SLAC Linear Collider, SLC[2] における Weinberg 角の精密測定 [7] など素粒子物理学に大きな役割を演じてきた。また、ILC においても、電子ビームのスピン偏極は重要な自由度である。

スピン偏極電子は GaAs という半導体結晶に円偏光したレーザー光 (Ti:Sa 波長 700 ~ 800nm) を照射することで得られる。GaAs 陰極からのスピン偏極電子発生には、角運動量保存が大きな役割を果たしている。

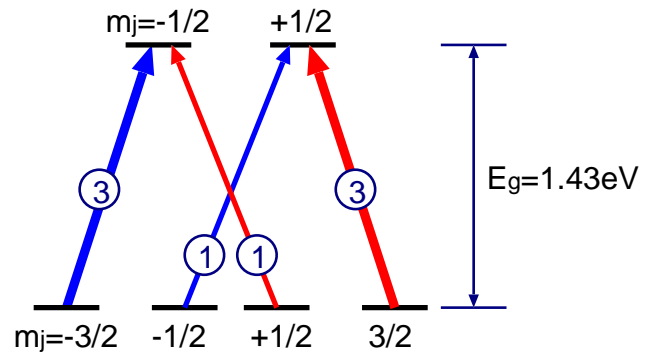


図 10 通常のパルク状態の GaAs のバンド構造と伝導帯への光子による励起の様子。

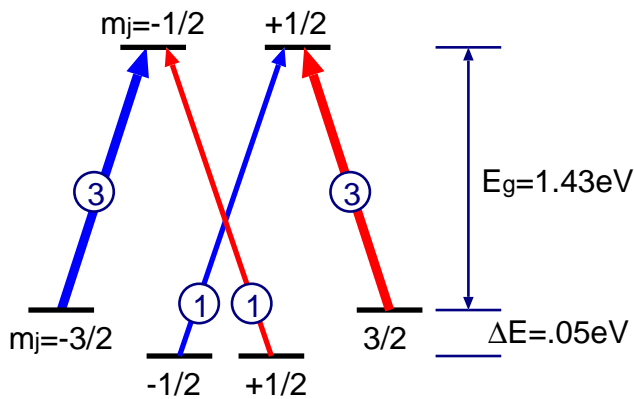


図 11 歪み超格子などにより縮退が解けた GaAs 結晶のバンド構造と伝導帯への光子による励起の様子. 価電子帯の $m = \pm 1/2$ の状態のエネルギーが 0.05 eV ほど引き下げられる. $\pm 3/2$ のみからの価電子帯への遷移がおこる波長で光電効果を起こすことにより, 50% を超える偏極度が実現される.

図 10 の GaAs 結晶のエネルギー準位を角運動量について示す. GaAs 結晶の価電子帯は角運動量 $3/2$ を持つ. 一方, 伝導帯は角運動量 $1/2$ をもつ. 円偏光した光子は角運動量 ± 1 を持つため, これらの準位間の可能な遷移は図に矢印で示された遷移のみである. 青線が右巻き光子, 赤線が左巻き光子である.

これらの遷移間の行列要素は Clebsh-Gordon 係数として求めることができる. その値は $m = \pm 3/2$ からの遷移は $\sqrt{3}/2$, $m = \pm 1/2$ からの遷移は $1/2$ となる. フェルミの黄金率より, 行列要素の二乗が遷移確率を与えるから, それらの遷移が起こる確率は

- $m = \pm 3/2 \rightarrow \pm 1/2 : 3/2.$
- $m = \pm 1/2 \rightarrow \mp 1/2 : 1/2$

となる. 例えば $+1$ の光子による遷移なら $m = -1/2$ の電子が $m = +1/2$ の電子の三倍多く得られる. この場合, ビームの偏極度は 50% となる. 図 10 の矢印に振られた数字は相対的な遷移確率を表している.

50% を超える偏極度は GaAs 結晶の対称性を破り, $J = \frac{3}{2}$ 状態の縮退を解くことによって得られる. SLAC[8] と名古屋大学 [9][10] によって歪み薄膜と超格子薄膜という二つの方法が縮退を解くための方法として開発された. 縮退が解けた状態の GaAs 結晶のバンド構造が図 11(b) に示されている. 縮退が解けたことにより $J = \frac{3}{2}$ の $m = \pm \frac{3}{2}$ と $m = \pm \frac{1}{2}$ との間にエネルギーギャップが生じ, 光子のエネルギーをあわせこむことにより $m = \pm \frac{1}{2}$ 状態からの遷移を抑制できることがわかる. 原理的には 100% の偏極度が可能であり, 現実のビームにおいても 90% 前後の偏極度が得られている [9].

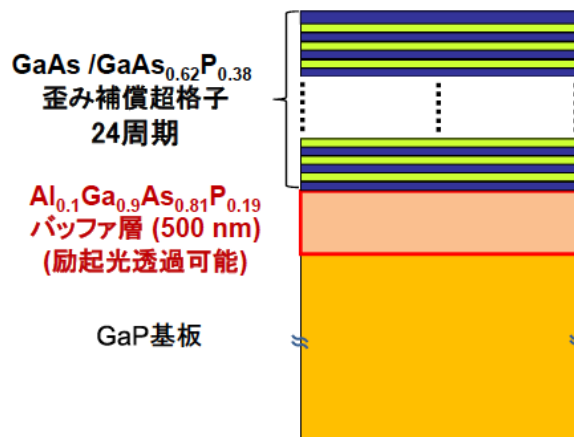


図 12 歪み補償型 GaAs/GaAsP 歪み超格子 GaAs カソード結晶の構造. GaP 基盤の上に AlGaAsP のバッファ層を 500 nm はさみ GaAs と GaAsP が層状に形成されている.

その後, 歪み補償型超格子 [11], DBR 型 GaAs 超格子 [12] が開発された. 歪み超格子は図 12 に示されているように格子定数の少し異なる GaAs と GaAsP という 2 つの結晶を積層形成した一次元結晶である. 格子定数が異なるため界面には強いストレスがかかり, 準位の縮退が解かれる. 量子効率を光子の吸収確率に比例するため, 高い量子効率とするためには層の数を増やすのが有効であるが, 歪み超格子

で層を増やすと歪みが積算され、結晶品質が劣化するという問題があった。金 [11] は歪みの方向を制御する技術を確立し、歪みがかかる方向を互い違いにすることで、界面に局所的にかかるストレスは維持しつつ、歪みの積算が起きない歪み補償型超格子構造を作成した。図 13 に歪み補償型超格子カソードの偏極度と量子効率の波長依存性を示す。量子効率 1.5%、偏極度 90% を実現している。また GaAs カソードに DBR (Distributed Bragg Reflector) という光を多重反射させ、実効的に光子の吸収確率を高める技術により 6% という高い量子効率 [12] を実現している。偏極度は 80% である。

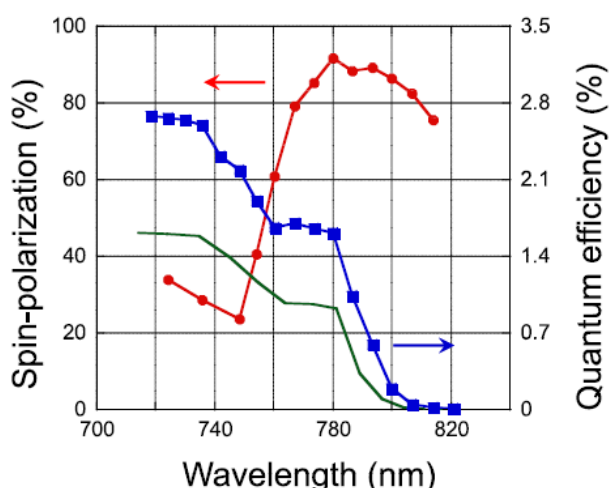


図 13 歪み補償超格子カソードの偏極度 (左縦軸, 赤丸) と量子効率 (右縦軸, 青四角) の波長依存性。780nm にて 90% の偏極度, 1.5% の量子効率が実現されている。

GaAs 陰極の表面は NEA (Negative Electron Affinity) という特殊な表面構造を形成しており、伝導帯よりも真空の準位が低くなっている。そのため伝導帯に励起された電子の多くが真空中へとでてくることのできる。この NEA 表面という性質は GaAs がもともと有しているものではなく、バルク GaAs 結晶に Cs と酸素を吸着させたある種の電気二

重層がつくりだすものである。光陰極物質の表面状態は、物質中の伝導帯の準位と真空の準位との大小関係により正および負の電子親和度 (Negative Electron Affinity, NEA) は、伝導帯の最低準位が真空の準位よりもエネルギーが高い状態である。それに対して正の電子親和度 (Positive Electron Affinity, PEA) は伝導帯の最低準位より真空準位のほうがエネルギーが高い状態のことである。

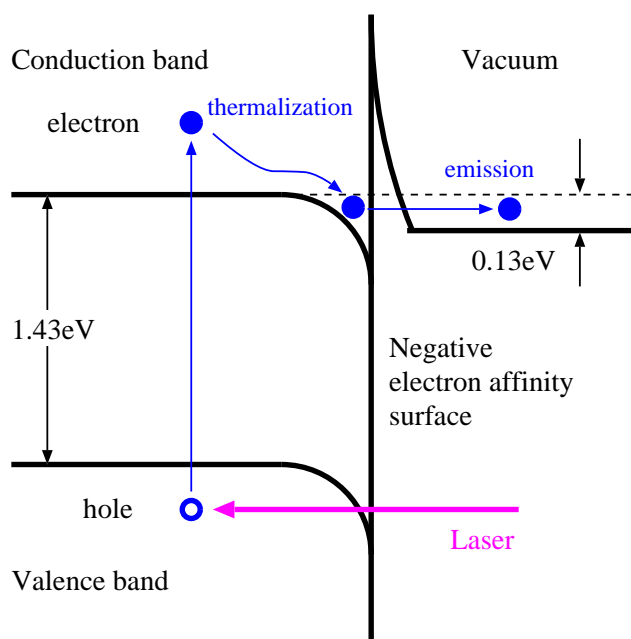


図 14 NEA GaAs 表面における光電効果による電子の励起と真空への放出の様子。

図 14 は NEA GaAs 陰極の電子準位と光電効果による電子放出の様子を表している。レーザーにより伝導帯に励起された電子は熱的にエネルギーを失いながら伝導帯のを伝搬していく。NEA 表面では伝導帯が真空よりも準位が高いので、これらの電子でも真空中へと放出され、比較的高い量子効率を得られる。スピン偏極電子の場合、エネルギー選択を利用しているため、電子はすべて伝導帯の底を這うようにして真空中に放出される。従って、スピン偏極電子ビームの

生成には NEA 表面は本質的に重要である。また、このように放出される電子は余分な運動量をほとんど持たないため極小エミッタンスビームが得られる。

3.4 空間電荷制限流

電子銃では陰極から電子が放出され、かけられている電場によりビームとして取り出される。その様子を図 15 に示す。(a) 空間電荷の存在しない場合陽極から出た電気力線は全て陰極へと到達し、電場は至るところで一定である。(b) 電子が増えてくると、電気力線の一部は電荷で終端され、陰極へと到達せず陰極近傍の電場は低下する。(c) さらに電子を増やしていくと、やがてすべての電気力線は電子で吸収され、陰極に到達するものは無くなってしまふ。電気力線の密度が電場を与えるから、陰極近傍の電場は消失しており、これ以上電子ビームを引き出すことはできなくなる。このような状態を空間電荷制限、その時の電流の状態を空間電荷制限流という。

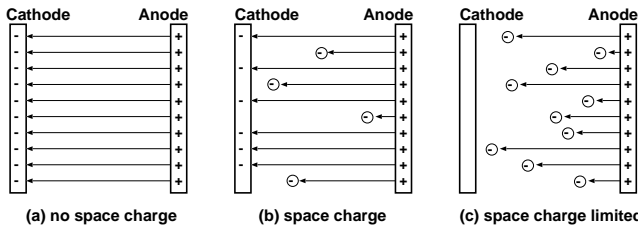


図 15 空間電荷による電場の低減の様子。(a) 空間電荷の存在しない場合陽極から出た電気力線は全て陰極へと到達し、電場は至るところで一定である。(b) 空間電荷が存在すると、電気力線の一部は電荷で終端され、陰極へと到達せず陰極近傍の電場は低下する。(c) 空間電荷制限電流では全ての電気力線は空間電荷で終端し、陰極へ到達せず、陰極表面での電場は消失する。

3.4.1 長いバンチの場合

まず、電子ビームのバンチが、電子銃の構造に比べて長い場合、すなわち個々の電子は常に

動いているが、次々と電子は陰極から発生しているために、ある部分には常に同量の電子が空間内に存在しているとみなせる場合について考えよう。空間電位 V と空間電荷密度 ρ をとり、これらが z のみの関数であるとする。 z 軸は陰極と陽極の法線方向にとり、陰極を $z = 0$, $V(0) = 0$ とする。ポワソンの方程式は

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} = -\frac{\rho(z)}{\epsilon_0}. \quad (118)$$

電流は電子の速度 v を用いて

$$J = -\rho v, \quad (119)$$

と表される。いま、電流が一定の準静的状態を仮定しているため、電流 J は一定である。陰極から出た電子は初速度を有していないとして、エネルギー保存により

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV, \quad (120)$$

である。式 (118), (119), そして (120) から v と ρ を消去すると

$$\frac{d^2V}{dz^2} = \frac{J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} V^{-\frac{1}{2}}, \quad (121)$$

を得る。両辺に $2(dV/dz)$ をかけると

$$2 \frac{dV}{dz} \frac{d^2V}{dz^2} = \frac{2J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} V^{-\frac{1}{2}} \frac{dV}{dz}. \quad (122)$$

左辺は $\frac{d}{dz} (dV/dz \cdot dV/dz)$ に等しいため、式 (122) を両辺 z で積分すると、

$$\left(\frac{dV}{dz}\right)^2 = \frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} V^{\frac{1}{2}} + C_1, \quad (123)$$

となる。 C_1 は積分定数であるが、 $z = 0, V = 0$ で $dV/dz = 0$, すなわち陰極表面で電場はゼロと仮定すると $C_1 = 0$ となるため、以降これを無視する。式 (123) の二乗根をとり、変形すると

$$V^{-\frac{1}{4}} \frac{dV}{dz} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}}, \quad (124)$$

を得る. 両辺を再び z について積分すると

$$\frac{4}{3}V^{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} z}, \quad (125)$$

となる. ここで陰極表面で $V = 0$ とした. 式 (125) を J について解くと, 空間電荷制限電流が次のように求められる.

$$J = \frac{4\epsilon}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{z^2}. \quad (126)$$

両極間の距離 d , 陽極の電位 V_A を式 (126) に代入すると, その電子銃における空間電荷制限電流の値が得られる.

$$J = 2.33 \times 10^{-6} \frac{V_A^{\frac{3}{2}}}{d^2} (A/m^2). \quad (127)$$

この式を二分の三乗則 (three-halves law) あるいはチャイルド・ラングミュアの法則 (Child-Langmuir law) という.

二分の三乗則における比例係数

$$P = \frac{J}{V_A^{\frac{3}{2}}} (A \cdot V^{-3/2}), \quad (128)$$

をパービアンسとよび, 電子銃の性質を表す量として用いる. パービアンスの高い電子銃は低い極間電圧で大きなビーム電流を得ることができる.

陰極面積を S とおくと, 平行ビームのパービアンスは式 (127) を変形し

$$P = 2.33 \times 10^{-6} \frac{S}{d^2} (A \cdot V^{-3/2}), \quad (129)$$

のように表される. つまりパービアンスは陰極面積に比例し, かつ陰極・陽極間隔の二乗に反比例する.

3.4.2 短いバンチの場合

次に電子ビームのバンチが電子銃の構造に対して短い場合を考えよう. 図 16 のように, カソード表面に短い電子バンチがパンケーキ状に

発生しており, 引き出し電場 E_{bias} がかけられているとする. 簡単のため電子の電荷をここでは正としよう. バンチの面積を S , 電荷量を Q とする. パンケーキの厚みは重要な指標ではないが, 十分に小さいとしておく. カソード表面での電場 E は, ガウスの法則より

$$E = E_{bias} - \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad (130)$$

となる. $E = 0$ となるのが制限状態であるから, この時の電荷密度 σ_{sc} は

$$\sigma_{sc} = \epsilon_0 E_{bias} \quad (131)$$

となる. すなわち発生できる電荷密度の上限が

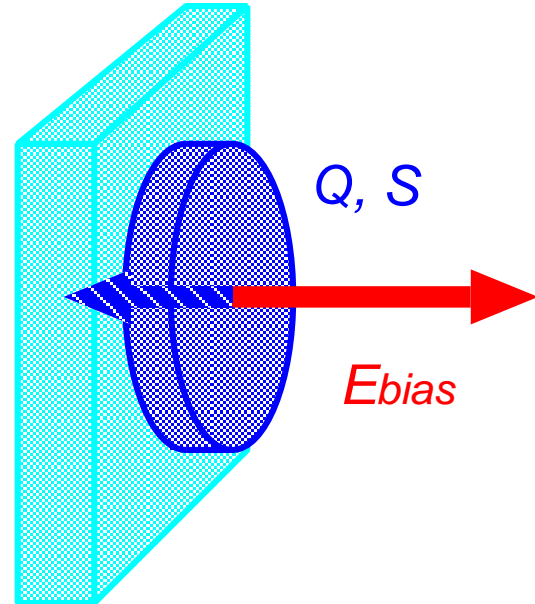


図 16 パンケーキ状の短い電子バンチがカソードで発生している様子.

存在し, その値は電場に比例する.

3.4.3 光電圧効果

空間電荷効果とは別に, NEA GaAs 陰極の開発過程において, 表面電荷制限という別の抑制現象が観測された. この現象は陰極からの電流密度を高くしてゆくと, 十分なパワーの光子を照射しても放出電流が飽和してしまう, というものであった. この現象は単独のバンチを出力

する場合は問題とならないが、ILC のように短いバンチ間隔で連続してマルチバンチ発生を行う場合などは、二番目以降のバンチ出力の低下および飽和という問題を引き起こす。

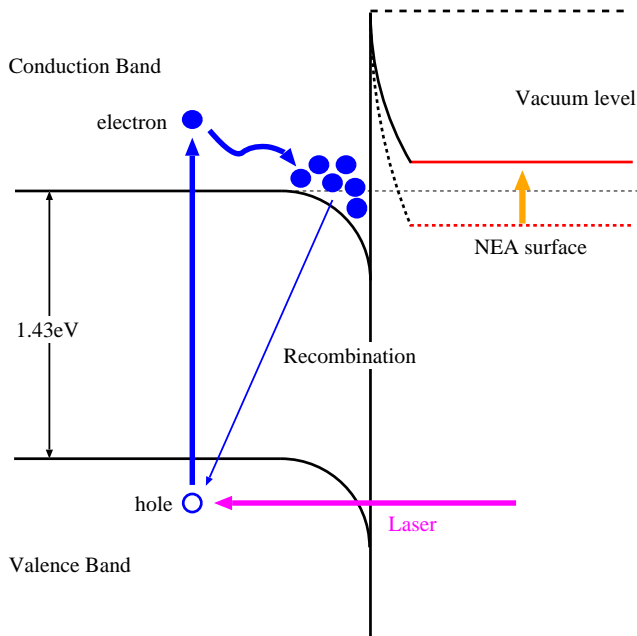


図 17 表面電荷制限現象の概念図. バンドベンディングによるギャップに捉えられた電子により実効的な真空準位は上昇し、電子放出は抑制される. 捉えられた電子は正孔と再結合することにより消滅する.

この現象は最終的に光電効果により伝導帯に励起された電子の一部が表面に捕獲され、ポテンシャルを形成する光電圧効果 (Photovoltage effect) が原因であることがあきらかとなった. ギャップに電子が捕獲されると真空準位が上昇し、電子が真空へとでて行きづらくなるのである. 捕獲された電子は正孔と再結合して消滅するが、電流密度が大きくなると、電子の正孔との再結合よりも捕獲される電子の数が上回るようになり、真空準位が徐々に上昇する. 真空準位が上昇すると電子はより捕獲されやすくなり、やがて電流密度が飽和するまで低下してしまう.

表面電荷制限をひきおこす捕獲された電子は正孔との再結合によりある寿命で、再結合によ

り消滅する. したがって再結合の確率を高めることにより、その寿命を短くして制限を克服し、飽和電流の向上がみこめる. そのため、陰極表面付近の GaAs には Zn を大量に添加し、正孔密度を向上させることで、表面電荷制限値を大幅に向上させることに成功している [13][14].

3.5 光陰極 DC 電子銃

陰極に NEA GaAs (GaAs-GaAsP 歪み超格子) を使用するとして、次に電子銃本体の構造を決定しなければならない. ビーム引き出し方式として DC 型と RF 型があるが、現在のところ、

NEA GaAs 陰極を RF 電子銃内で安定的に動作させた実績は存在しない. 唯一、ロシアにおいて NEA 陰極を RF 空洞内に装着し、ビーム発生を試みた例が存在するが、数発の RF パルスを印加した段階でビーム放出が失われてしまった [15]. おそらく理由は真空の急激な悪化であろうと思われる. RF 電子銃は RF 空洞を構成しなければならないため、その設計の自由度が小さく、真空を改善するために真空のコンダクタンスを大きくすることは困難である. また、RF 空洞内では表面電場が高いために、壁からのガス放出も大きい.

現在の設計では引き出し電圧は 200kV、バンチ電荷は 4.8nC である. エミッタンスに対する制限は殆どないので、カソード径を 1 cm、陰極陽極間距離を 5 cm とすると、Child-Langmuir 法則から決まるピーク電流は

$$I = 2.33 \times 10^{-6} \frac{(2.0 \times 10^5)^{3/2}}{0.05^2} \pi 0.005^2 \sim 6.6 \quad (132)$$

と、6.6A となる. 4.8 nC のバンチ電荷を引き出すには、730 ps という時間がかかる. 加速に用いる 1.3 GHz の周期は 770 ps であるから、およそ RF の周期に等しい時間であり、このままでは RF 加速を行うことは困難である. より低週波の空洞をサブハーモニックバンチャーとし

て利用してバンチの長さを縮小する必要がある。

4 バンチング

光陰極からの発生した電子バンチはおよそ 730 ps 程度と長い。このバンチを高周波加速器で加速するには、この長さを高周波の周期にくらべて十分に小さくする必要がある。この操作をバンチングという。以下、線形ビーム光学について簡単に説明し、バンチングについて説明する。

4.1 線形ビーム力学と行列

加速器ではビームの輸送を行列で表す。行列は線形演算を表す方法であるから、行列による表現はビーム力学を線形に扱うことと同値である。他の物理現象と同様に、本質的にはビーム力学も非線形であるが、ほとんどの場合は線形であると近似できる。線形であると物事はとても単純になり、理解しやすくなる。例えば、体重の重い人は食べる量も多そうだが、「一日の摂取カロリーは体重に比例する」という法則が成り立っていれば、日本の全国民が年あたり摂取するカロリー GDC(Gross Domestic Calories) は

$$GDC = kPW \times 365.25 \quad (133)$$

と簡単に求まる。 k は比例定数、 P は人口、 W は平均体重、365.25 は一年の日数である。これが「一日の摂取カロリーは体重の二乗根に比例する」となるとこうはいかない。線形モデルでは、体重 200kg の相撲が 10 人と、体重 20kg の小学生 100 人では全く同じ値となるが、非線形モデルでは異なる値になってしまうからだ。

日本の食料事情にとって GDC は重要指標だが、加速器にとってはどうでもいい。しかし線形力学はとても重要、かつ便利である。ある地点 s_1 で位相空間の任意の場所に居た粒子が、別の地点 s_2 に移動したときどこに移動したのかわかれば、加速器の中の粒子の運動を理解した

ことになる。粒子の位置は位相空間で表す。位相空間とは位置と運動量で構成される空間のことで、例えば (x, p_x) の組のことである。加速器では運動量 p_x のかわりに

$$x' \equiv \frac{p_x}{\gamma\beta mc} \quad (134)$$

という値を用いる。 γ はローレンツのガンマ因子で、 β はローレンツのベータ因子、 m は粒子の質量、 c は真空中の光速で、特殊相対論の因子たちである。しかしここで尻込みする必要はまったくない。この値は書き換えると

$$x' = \frac{p_x}{\gamma\beta mc} \sim \frac{p_x}{p_z} \quad (135)$$

と、進行方向の運動量と横方向運動量の比である。なんのことはない、単なる進行方向に対する傾きを表しているだけである。 (x, x') は、粒子のいる場所と、基準の方向からどれくらい傾いた方向を向いているか、を表している。粒子の運動が線形力学に従う場合は、次のように行列であらわされる。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix}_{s_2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}_{s_1} \quad (136)$$

加速器が複数のセクションで成り立っている場合、全体の輸送行列は個々のセクションの行列の積となる。

$$M = \prod M_i \quad (137)$$

これにより、加速器全体の見通しがよくなり、またその振る舞いも格段に理解しやすくなる。

バンチングで扱う位相空間は縦方向に相当するもので、次のように定義される。

$$\begin{pmatrix} z \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s - \bar{s} \\ \frac{E - \bar{E}}{E} \end{pmatrix}, \quad (138)$$

ここで \bar{s} と \bar{E} は基準粒子の s 方向の位置とエネルギーである。以上のように定義された空間

における粒子の輸送は、横方向位相空間と同様に線形近似のもとで

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}\mathbf{r}_1, \quad (139)$$

と行列で表示できる。ここで \mathbf{r}_i は二次元ベクトル、 \mathbf{M} は 2×2 行列である。この行列はビーム輸送行列とよばれ、設計により決まるものである。

4.2 輸送行列によるバンチングの表現

バンチングをおこなうためには、バンチの長手方向位置 (z) に依存したエネルギー変調をかけ、ビーム内に相対運動を生じさせる必要がある。速度 β が光速に比べて充分小さい領域では、速度 β はエネルギー変調により変化するので、ビームにエネルギー変調をかけることで相対運動を生じさせることができる。これを速度バンチング (velocity bunching, あるいは ballistic bunching) という。それにたいして、 β が光速に近い領域では速度変調が生じないので、速度バンチングを用いることはできない。それに代る方法として、magnetic bunching がある。この方法ではエネルギー変調をかけた後、dispersion(粒子のエネルギーにより生じる行路差) を有する経路を通過させることで、ビーム内に相対運動を生じさせる。以上のように粒子のエネルギーにより異なる方法が用いられる。ここでは進行方向のビーム輸送の一般論を論じた後、バンチングについて論ずる。

s_1 から s_2 までのビーム輸送を考える。この時、基準粒子 (β, γ) がたどる道のりを L とする。必要な時間 t は

$$t = \frac{L}{\beta c}, \quad (140)$$

である。基準粒子からエネルギーが $\delta \equiv \Delta\gamma/\gamma$ だけずれた粒子では、この時間 t の間に基準粒

子に対して

$$\Delta z_{vel} = tc \left(\frac{\partial \beta}{\partial \gamma} \delta \gamma \right) = \frac{L}{\gamma^2 \beta^2} \delta, \quad (141)$$

だけずれが生じる。ここで粒子の運動を基準粒子とともに移動する座標系でみる。すなわち基準粒子を $z = 0$ として、バンチ内での進行方向の相対位置を z であらわすことにする。、 $s = s_1$ において基準粒子に対して $z = z_1$ にあった粒子が δ の変調を受けたとすると、 $s = s_2 (= L)$ では

$$z_2 = z_1 + \frac{L}{\beta^2 \gamma^2} \delta, \quad (142)$$

に移動する。すなわち、エネルギーの大きい粒子は速度が大きいので、同じ時間内により遠くまで移動し、バンチ内での相対位置でみると前方に移動することを表している。

速度差以外にも粒子の進行方向位置を変化させるものが dispersion である。単純な周回軌道の場合、エネルギーの大きい粒子は軌道半径が大きく、大回りをすることで長い距離を走ることになる。それだけ粒子は遅れることになる。この距離は

$$\Delta z = - \int \frac{\eta}{\rho} ds \delta, \quad (143)$$

と表される。ここで η が dispersion で、 ρ は軌道半径である。dispersion は相対的な運動量のずれによる軌道のずれを表す係数で

$$\eta \equiv \frac{x}{\Delta p}, \quad (144)$$

と定義される。以上ふたつの効果をまとめると、エネルギー変調 δ により生じる粒子の進行方向の移動量は

$$\Delta z = \left(L \frac{1}{\beta^2 \gamma^2} - \int \frac{\eta}{\rho} ds \right) \delta, \quad (145)$$

右辺第一項が速度変調による寄与で、第二項が dispersion による寄与である。

これを行列で表すと

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{\beta^2\gamma^2} - \int \frac{\eta}{\rho} ds \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad (146)$$

となる. この表記から, エネルギーの基準粒子からのズレによって, 粒子の位置が変化するのがよくわかる.

順序が逆になったが, 振幅が次のように表される RF 加速空洞を考えよう.

$$V = V_0 \sin \omega t, \quad (147)$$

ここで加速空洞の長さは無限小として近似している. また, 基準粒子が $t = 0$ で空洞を通過するものとしよう. すると, 基準粒子に対して $z = z_1$ にある粒子は $t = -z_1/(\beta c)$ に空洞を通過するので

$$\Delta E = eV_0 \sin \left(-\frac{\omega z}{\beta c} \right), \quad (148)$$

というエネルギー変調をうける. 位相が小さいとしてテイラー展開して一次のみとると

$$\Delta E = -\frac{eV_0\omega}{\beta c} z, \quad (149)$$

となる. $\delta = \Delta E/\bar{E}$ なので, これを行列で表すと

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{eV_0\omega}{E\beta c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad (150)$$

となる.

Velocity bunching においては, 加速空洞により z に依存したエネルギー変調をかけ, そのビームをドリフトさせることによりバンチ圧縮をおこなう. これを行列で表すと, エネルギー変調を表す行列 (150) と (146) をかければいから

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_{65} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + R_{56}R_{65} & R_{56} \\ R_{65} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (151)$$

となる. ここで $R_{56} = L/(\beta^2\gamma^2) - \int (\eta/\rho) ds$, $R_{65} = -eV_0\omega/(\bar{E}\beta c)$ である. この時, 初期状態として (z_1, δ_1) 分布に相関が無いと仮定すると, 輸送後の z_2 の値を最小化する条件は

$$1 + R_{56}R_{65} = 0, \quad (152)$$

である. 今 $\eta = 0$ として純粋な速度バンチングを仮定する. 式 (150)(152) を代入すると,

$$1 - \frac{L}{\beta^2\gamma^2} \frac{eV_0\omega}{E\beta c} = 0, \quad (153)$$

を得る. これがバンチングのための条件となる.

ILC の電子入射器においては, 電子銃からのバンチ長が 730 ps 程度となるから, バンチングが必要となる. TDR[1] の設計においては, 325 MHz のサブハーモニックバンチャー二台を利用し 200ps 程度まで圧縮し, さらに $\beta \sim 0.75$ の進行波型 L-band バンチャーにより 20ps 程度まで圧縮をおこなう. さらに下流に $\beta = 1$ の 8.5 MV/m という加速勾配を持つ常伝導 L-band 進行波型加速管を二台配置し, その出口でエネルギーは 76 MeV となる. このエネルギーのローレンツガンマはおよそ 150 となり, クーロン発散力は静止時に比べて 50 万分の 1 程度となるので, 再びクーロン力によりバンチ長が伸びてしまう心配もない.

5 ブースター

ブースターは入射部で作られた電子バンチを 5GeV まで加速する. 用いられる加速器は基本的に主加速器と同じ 1.3GHz 超伝導加速器で, 24 台のクライオモジュールからなる. エネルギーにして 1.7 GeV までのセクションは, 一つのクライオモジュールに 8 台の超伝導加速器を収納し, ビームを収束させるためのひとつの Quadrupole 磁石を設置する. 後半のセクションではクライオモジュール 2 台に一台の

Quadrupole 磁石を設置している。断熱減衰効果によりエネルギーの二乗根でビームサイズが減少していくから、エネルギーが低い場所では収束を強くしている。

6 スピンの制御

6.1 量子化軸の回転と減偏極

量子力学においては、スピンは粒子に固有の磁気モーメントである。電子の場合、スピンの大きさは $\hbar/2$ であり、スピン量子化軸に対して、全ての電子は $+\hbar/2$ あるいは $-\hbar/2$ どちらかの状態をとる。多数の電子を考えた時、ある量子化軸に対して各々 $+\hbar/2$ あるいは $-\hbar/2$ の状態にある電子数を N_+ および N_- とすると、偏極度 P は

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}, \quad (154)$$

と定義される。すなわち全ての電子が量子化軸と平行なスピンを持つ状態を偏極度 1.0 (100%)、反平行な場合を -1.0 (-100%) とする。偏極に偏りが無い状態、すなわち半数の電子スピンが平行、残りの電子が反平行な場合、偏極度はゼロとなる。

量子化軸はスピンを理解する上で重要な概念であるのでここで説明する。量子化軸を z 軸にとったとする。個々の電子はスピンの $+z$ 方向か、 $-z$ 方向の値をとり、中間の値をとることはできない。

一方で、スピンは磁気モーメントの一種であるから、磁場中を運動すると歳差運動を起こす。

離散的な2つの値しかとれないスピンという物理量が、歳差運動、すなわち連続的なすりこぎ運動をすることはどういうことか？ この問題には、アインシュタインをも悩ませた量子力学特有の概念が潜んでいる。^{*4}

量子力学でもっとも重要な概念は観測である。古典力学では粒子は決まった物理量を有しており、観測はただそれを正確に測ることであるが、量子力学では観測とは状態=粒子の射影演算である。観測量は観測した結果として得られるものであり、一般的には統計的に分布しており、必ずしも状態=粒子が固有の値を持っているわけではない。観測するとかならず決まった値が得られる場合があり、これを固有状態という。 $+z$ 方向に偏極した電子の z 方向のスピンを観測すると必ず $+\hbar/2$ という値が得られるが、これは固有状態である。試しに同じ電子の y 方向のスピンを観測すると、観測するたびに $+\hbar/2$ あるいは $-\hbar/2$ という値のスピンが同じ確率で得られる。この電子は z のスピンの固有状態にあるが、 y のスピンの固有状態にはない。

古典的には個々の電子が歳差運動をおこなうという理解でよいが、量子力学的には量子化軸が歳差運動を起こすと考えたほうがわかりやすい。例えば z の固有状態にある電子を磁場を通過させ、量子化軸が y 方向を向いたとしよう。この時、電子は y の固有状態にあるので、 y 方向のスピンを測定するとある決まった値が得られるが、 z のスピンを測定しても $\pm\hbar/2$ という2つの状態が等確率で現れる。

また減偏極という問題がある。減偏極とは、偏極度が減少してしまう現象のことであり量子化軸のズレによってもおこるが、歳差運動の周期が γ に依存していることから、ビームのエネルギーの広がりによって生じる。いったんこのような形で減偏極が起こってしまうと、エネルギーをより分けて、エネルギーに依存したスピ

測される値は粒子特有の値として事前に決まっており、観測はそれを知るための操作に過ぎないと主張していた。アインシュタインのこのような主張は1990年台に行われた量子もつれの実験において否定されている。

^{*4} アインシュタインは最後まで量子力学においても観

ンの歳差運動を起こして、合わせこむような操作をしないと偏極度は回復しない。減偏極を起こさないことである。

偏極度の値を持ち、量子化軸の方向を向いたベクトルを偏極ベクトル (Polarization Vecotr) と定義して、その運動を考える。偏極ベクトル \mathbf{P} の運動は Thomas-BMT equation により記述されることが知られている。

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{P}, \quad (155)$$

ここで $\boldsymbol{\Omega}_0$ は電磁場により定義されるベクトルであり、

$$\boldsymbol{\Omega}_0 = -\frac{Ze}{m\gamma} \left[(1 + G\gamma) \mathbf{B}_\perp + (1 + G) \mathbf{B}_\parallel + \left(G\gamma + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}}{c} \right] \quad (156)$$

である。 G は異常磁気能率 (anomalous magnetic moment) であり、磁気能率比 (gyromagnetic ratio) g によって次のように表される。

$$G = \frac{g - 2}{2}. \quad (157)$$

電子の場合の異常磁気能率は 0.00116 である。電磁場による加速が無い場合、速度ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の運動は次のように記述される。

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_c \times \boldsymbol{\beta}, \quad (158)$$

ここで $\boldsymbol{\Omega}_c$ は電磁場により次のように記述される。

$$\boldsymbol{\Omega}_c = -\frac{Ze}{m\gamma} (\mathbf{B}_\perp) + \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \frac{\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}}{c}. \quad (159)$$

式 (155) は実験室系における偏極ベクトル \mathbf{P} の運動を表している。また式 (158) は速度ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の運動を表している。両者の差をとることにより、 $\boldsymbol{\beta}$ を基準とした偏極ベクトルの運動を表すことができる。これを \mathbf{P}_β と表示すると、

$$\frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{P}_\beta, \quad (160)$$

ここで $\boldsymbol{\Omega}$ は

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{Ze}{m\gamma} \left[G\gamma \mathbf{B}_\perp + (1 + G) \mathbf{B}_\parallel + \left(G\gamma - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}}{c} \right], \quad (161)$$

である。すなわち粒子の進行方向を基準として偏極ベクトルの運動は式 (160, 161) により記述される。容易にわかるように、偏極ベクトルは磁場、あるいは進行方向に対する横電場成分により歳差運動を行う。

6.2 Spin Rotation in Solenoid Magnet

まず、磁場が粒子の進行方向に対して平行な場合を考えよう。これは調度ソレノイド磁場内での運動に相当し、式 (160) は次式のようになる。

$$\frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} = -\frac{Ze}{m\gamma} (1 + G) \mathbf{B}_\parallel \times \mathbf{P}_\beta. \quad (162)$$

角運動量の変位方向は常に偏極ベクトルおよび磁場ベクトルと垂直だから、それらの相対角度 θ は不変であり、回転は磁場 \mathbf{B}_\parallel のまわりに図 18 のように生じる。 \mathbf{B}_\parallel と偏極ベクトルのなす角を θ とすると、歳差運動の回転角 ϕ は

$$\phi \equiv \int \frac{1}{P_\beta} \left| \frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} \right| dt = \int \frac{1}{P_\beta} \left| \frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} \right| \frac{1}{\beta c} ds, \quad (163)$$

となる。あらわに書き下すと、

$$\phi = -\frac{Ze}{m\gamma\beta c} (1 + G) \sin \theta \int B_\parallel ds, \quad (164)$$

となる。すなわち回転角の大きさは磁場の軌道に沿った積分値 (Tm) および $\sin \theta$ に比例する。これより、 \mathbf{B}_\parallel により偏極ベクトルを回転させる場合、最も回転角が大きくなるのは磁場に対して偏極ベクトルが直角になっている場合である。偏極ベクトルが磁場に対して直角で、磁場が一定の場合、偏極ベクトルの回転角度は

$$\phi = -\frac{Ze}{m\gamma\beta c} (1 + G) B_\parallel L \quad (165)$$

となる。

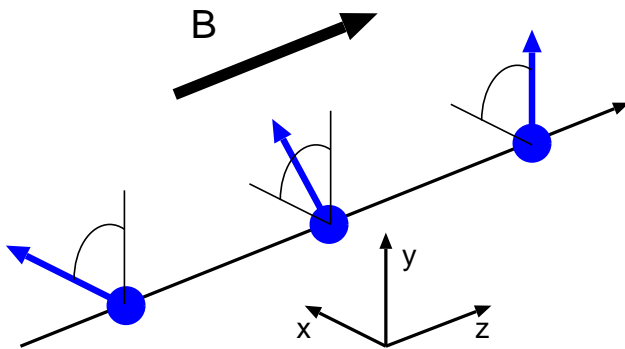


図 18 Solenoid 磁場中のスピン量子化軸の運動. 磁場方向を中心として歳差運動を行う。

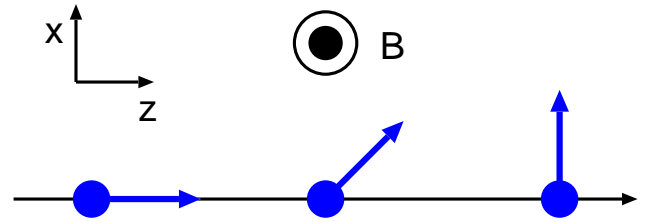


図 19 二重極磁場中のスピン量子化軸の運動. 粒子は運動方向を変えながら, そのスピン量子化軸は磁場周りに歳差運動を行う. 図では曲線となる軌道を直線として表し, 運動方向に対する相対的なスピン量子化軸の回転を表している。

6.3 Spin Rotation in Bending Magnet

次に Bending magnet に相当する, 粒子の進行方向に対して垂直な磁場 B_{\perp} での偏極ベクトルの運動を考えよう. この場合, 偏極ベクトルとともに, 粒子の運動方向も変化する. 例えば, 実験室系からみれば, 周回軌道を回転する粒子は, 一周ごとにその進行方向を 2π 変化させるが, およそ等しい回転速度で偏極ベクトルも回転する. しかしその回転速度が少しずれており, 我々はそのずれがどの程度なのかに興味がある.

そこで粒子の運動方向を基準とした系からみた偏極ベクトルの運動を調べよう. そのためには式 (160, 161) において, B_{\perp} 以外の電磁場の成分をゼロと置く. すると次式を得る.

$$\frac{d\mathbf{P}_{\beta}}{dt} = -\frac{Ze}{m}G\mathbf{B}_{\perp} \times \mathbf{P}_{\beta}. \quad (166)$$

よく知られているように, 粒子の運動方向の回転とスピン量子化軸の回転に差が生じるのは異常磁気能率 G の存在による. 逆に, この角度を精密に測定してやれば以上磁気能率の値を知ることができる. 磁場と偏極ベクトルがなす角度を θ とすると, 式 (166) から偏極ベクトルの回転角度 ϕ は

$$\phi = -\frac{Ze}{m\beta c}G \sin \theta \int B_{\perp} ds, \quad (167)$$

となる. 回転角が最大となるのはやはり偏極ベクトルと磁場が垂直な場合である. そのような場合で, かつ磁場が区間 L で一定の場合, 回転角は次のように表される.

$$\phi = -\frac{Ze}{m\beta c}GB_{\perp}L, \quad (168)$$

図 19 に二重極磁場中のスピン量子化軸の運動の様子を示す. 粒子は運動方向を変えながら, そのスピン量子化軸は磁場周りに歳差運動を行う. 図では曲線となる軌道を直線として表し, 運動方向に対する相対的なスピン量子化軸の回転を表している.

6.4 Wien filter

Wien filter は粒子の進行方向に対して互いに直交する電場と磁場を設け, ローレンツ力がゼロとなる条件を利用して速度分析を行う機器である. ローレンツ力は

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \beta c \times \mathbf{B}) \quad (169)$$

である. 電場を x 方向, 磁場を y 方向, 粒子の進行方向を z とすると, $E_x = -\beta c B_y$ のとき, ローレンツ力はゼロとなる. すなわち

$$\beta c = -\frac{E_x}{B_y} \quad (170)$$

を満たすようにすれば、粒子は直進する。この時、スピン量子化軸は

$$\Omega = -\frac{Ze}{m\gamma} \left[G\gamma \mathbf{B}_y + \left(G\gamma - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\mathbf{E}_x \times \boldsymbol{\beta}}{c} \right], \quad (171)$$

により歳差運動を行う。 $\mathbf{E}_x \times \boldsymbol{\beta}$ は \mathbf{B}_y 方向を向いているから歳差運動の回転軸は y 軸となる。すなわち軌道は変わらず、 y 軸まわりの量子化軸の回転だけが生じる。Wien filter は磁場と電場による打ち消しを用いるため、 β が大きくなると必要な電場が大きくなり実用上困難となる。

6.5 ILC 電子入射器における Spin manipulation

これまでに見たように磁場や電場の中を運動すると、スピンの量子化軸はその方向を変えていく。発生時点では量子化軸は z 方向であるが、きちんとした量子化軸への考慮をせずに加速器を設計した場合、衝突点に至った時に量子化軸がどちら向きなのかは明らかではない。仮にそれが y 方向だったとすると、 z 方向のスピンを測定すると完全な無偏極という結果を得る。望む方向に量子化軸を制御する設計が必要となる。

また、エントロピー的に偏極度が減少してしまう現象も生じる。この原因となるのはビームのエネルギー広がりである。偏極ベクトルの回転角は式 (165) あるいは (168) で示されているように磁場のみならず γ や β など個々の粒子のエネルギーや速度に依存する。すなわちビームに含まれる粒子がエネルギー広がりをもっていると、偏極ベクトルの回転角度も広がりをもち、最初は個々の粒子でそろっていた偏極方向がずれてくる。この効果は量子化軸を粒子ごとにランダム化してしまうので、その回復は原理的には可能だが現実には不可能だ。

このような量子化軸のランダム化が問題となるのは蓄積リングである。蓄積リングの滞在時間は 200ms 弱であり、電子はカソードで生成されてから衝突点にいたるその人生の 99% 以上を Damping Ring 中で過ごす。蓄積リングにおける量子化軸の運動を考えよう。結論を先にいうと、ビームはエネルギー広がりをかならず持っているから、量子化軸がリング中で回転すると、かならずランダム化、すなわち減偏極が生じる。式 (168) で示されているように、回転軸は磁場方向、すなわち鉛直方向である。式 (168) には β が含まれているので、ビームが γ においてエネルギー広がり $\Delta\gamma$ を有している場合、生じる偏極ベクトルの角度広がり（ばらけ具合）は、

$$\Delta\phi = \frac{eG}{m\gamma^3\beta^3c} nBL\Delta\gamma, \quad (172)$$

となる。ここで n は周回数、 BL は一周あたりの磁場の積分値である。このように偏極ベクトルの広がりには周回数にしたがって増加し、 π になると、ほぼ等方的となり、偏極度がゼロとなるから、偏極ベクトルは意味をなさなくなる。

このような減偏極の効果を無くすには、磁場に対して偏極ベクトルを平行にし、歳差運動の振幅をゼロにしてやればよい。式 (167) に示されているように、偏極ベクトルの回転速度は磁場と偏極ベクトルのなす角の正弦 $\sin\theta$ に依存するので、平行ならば偏極ベクトルの回転速度はゼロとなり、減偏極も生じない。そのため、電子蓄積リングへの入射時にはスピンはビーム周回軌道に対して鉛直方向、すなわち偏向磁場と平行な方向にしてやればよい。

また電子陽電子コライダーのような物理実験においては、衝突現象を生じさせるさい、偏極度および偏極方向が初期状態を決める重要なパラメーターのひとつとなる。そのため、衝突点において任意の偏極状態を作れるように、偏極ベ

クトルの方向をやはり操作してやる必要がある。

以上のように、減偏極の抑制と物理実験上の必要性から、偏極ベクトルの方向を操作してやる必要が生じる。偏極ベクトルの回転などの操作を意図したビーム輸送ラインをスピンローテーター (Spin rotator) という。Spin rotator にはソレノイド磁場を用いたもの、偏向磁場を用いたもの、また電場と磁場の組み合わせによるもの (Wien Filter) などがある。偏向磁場を用いた Spin rotator は偏極ベクトルとともに粒子軌道も変化させてしまうため実用上制限が大きい。Spin manipulation を理解するため、ここではソレノイド磁場と偏向磁場を仮定しよう。

原理的に三つのソレノイド磁場と偏向磁場によるスピンローテーターを用意することで、任意の方向を向いた偏極ベクトルを、任意の方向に回転させることができる。二つでも充分であるように見えるが、最初の偏極ベクトルの方向が磁場と平行な場合、スピンローテーターのうちのひとつは偏極ベクトル回転にまったく使用できないことになり、実質的にひとつのスピンローテーターしか使えないことになる。初期状態として任意の方向を仮定すると必要なスピンローテーターは三つとなるのである。

スピンのランダム化を防ぐために、DR へはスピン量子化軸を立てて y 方向 (DR の軌道面の法線ベクトル) にしなくてはならない。ビームの発生時点での量子化軸は z 方向なので、これを y 方向に向ける必要がある。そのために最低限必要なのは図 20 のように Bending Spin rotator とソレノイド rotator である。Bending spin rotator はスピンとともに軌道もつくってしまうので設計自由度が限られている。

加速器の設計軌道により bend の配置は基本的に決まってしまう。この時、量子化軸の回転角が $\pi/2$ であればいいが、そこからずれていた

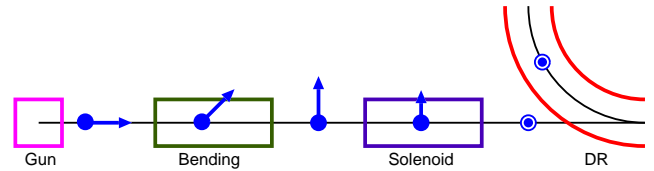


図 20 電子銃から DR までのスピン輸送の模式図。電子銃で z 方向の量子化軸を bend と solenoid により y 方向に向けて、DR に入射する。DR 蓄積中の歳差運動の振幅はゼロとなる。

らどうしたらいいだろうか。このような場合は、途中に反転するスピンローテーターをはさみ、bending による回転角を調整する。他に Wien

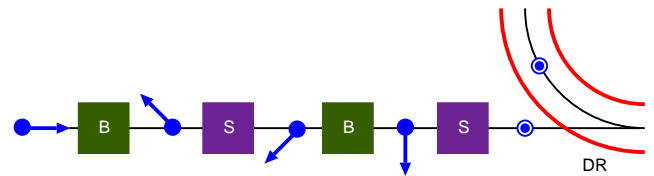


図 21 電子銃から DR までのスピン輸送の模式図。Bending による回転角が $\pi/2$ からずれていた場合、途中 solenoid rotator をはさみ、回転角を調整する。

filter を用いる方法がある。

ILC の電子入射器においては、ブースターまでは量子化軸は進行方向を向いている。5GeV の電子はベンディング磁石において軌道が 7.9° 曲がる時にその方向を 90° 回転させるため、量子化軸を $\pm x$ の方向に向けるには 7.9° の奇数倍の角度曲げれば良い。当初は $23.7^\circ (n=3)$ としていたが、TDR[1] の設計は $7.9^\circ (n=1)$ である。図 3 のブースター下流に示されたアーク部の角度は 7.9° となっており、ここで量子化軸は進行方向から 90° 回転し、 $+x$ 方向を向く。その後 solenoid スピンローテーターを用いて、量子化軸を z 軸方向に 90° 回転して、 $+y$ 方向に直立させる。ソレノイドスピンローテーターの必要な磁場積分は 26.2 T-m である。

7 Energy Compressor Section

ブースターで 5GeV まで加速された電子は DR へと入射される。DR ではおよそ 0.2 秒間蓄積された後に主加速器に送られるが、DR に安定的に蓄積されるためには次の力学口径 (Dynamic Aperture, 安定的に蓄積される位相区間領域) 内に電子バンチが収まっている必要がある.[1]

$$\gamma A_x + \gamma A_y < 0.07 \text{ [m.rad]}$$

$$\left(\frac{z}{35 \text{ [mm]}}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{0.75 \text{ [%]}}\right)^2 < 1 \quad (173)$$

ここで γ はローレンツ因子で $A_{x,y}$ は x,y 位相空間におけるアクションと呼ばれる原点からの距離に相当するエミッタンスに比例する量である。 z および δ は進行方向位相区間を表し、実空間で全幅で 70 mm 以内、相対的なエネルギー全幅で 1.5% 以内に入っている必要がある。ECS はエネルギーを DR の力学口径に入るように圧縮するのが役目である。

ECS は Energy Compressor System の略で、エネルギー幅を圧縮することができる。ECS はちょうど Bunch Compressor の逆過程である。その様子を図 22 に示す。縦軸は δ で相対的なエネルギー、横軸は z である。BC の場合、横長の分布を 90 度回転し、縦長の分布へと変換している。EC はその逆で、縦長の分布を横長に変換する。いずれの場合も、分布を線形変換により回転しているだけであるから、面積は変わらない。EC の場合も、エネルギー分布は圧縮されるが、そのぶん長さは伸びるのである。

電子銃の下流の EC で 90 度回転して、縦長にしておきながら、ブースターの出口でまた横長に戻すのは不思議に思うかもしれないが、その理由は途中でビーム加速が含まれているからである。電子銃下流で BC を行うのは、長いバ

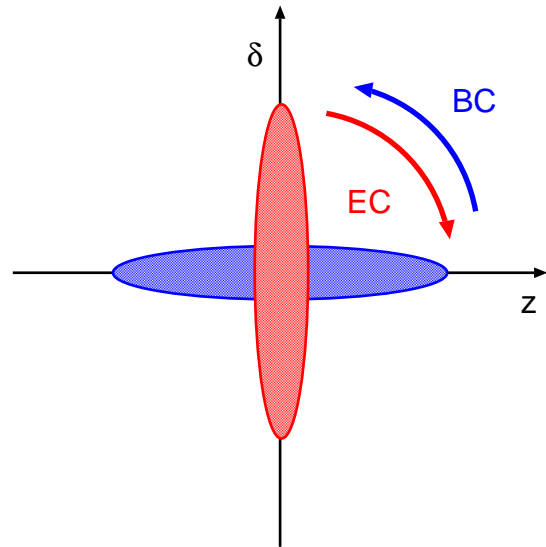


図 22 BC と ECS における位相空間におけるバンチの回転。BC では横長のバンチを縦長に、EC では縦長のバンチを横長に回転する。いずれの場合も、面積は変わらない。

ンチのまま RF 加速を行うと、RF の曲率由来のエネルギー広がりが大きくなるためである。図 23 は 電子銃 (E-Gun)、Buncher(BC) および

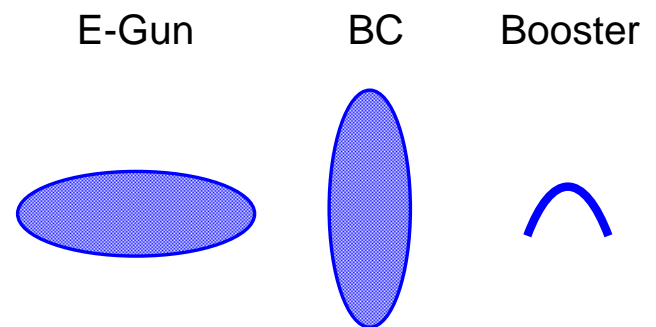


図 23 電子銃 (E-Gun)、Buncher(BC) およびブースター出口における縦方向位相空間分布のイメージ。電子銃から出てきたバンチは空間電荷制限により長い、一方エネルギー広がり小さい。そこで 90 度回転し BC によりバンチ長を短くする。ブースター (Booster) 出口では、加速により相対的にエネルギー広がり圧縮されるが、RF の曲率に由来するエネルギー広がりが新たに発生する。

ブースター出口における縦方向位相空間分布のイメージを表している。電子銃から出てきたバ

ンチは空間電荷制限により長い、一方エネルギー広がり小さい。そこで90度回転しBCによりバンチ長を短くする。この時のローレンツガンマを γ_1 、エネルギー広がりを δ_1 、バンチ長を Δz とする。ブースター出口でローレンツガンマは γ_2 まで加速された時のエネルギー広がり δ_2 は

$$\delta_2^2 = \left(\frac{\delta_1 \gamma_1}{\gamma_2}\right)^2 + (\gamma_2 - \gamma_1)^2 \left(\frac{\omega^2 \Delta z^2}{4 c^2 \beta^2}\right)^2 \quad (174)$$

となる。右辺の第一項目はバンチがもともと持っていたエネルギー広がり成分で加速によって大幅に抑制される。第二項目はRFの曲率に由来するエネルギー広がり成分で二次まで展開した半分の値を広がりとしている。第一項目はほとんど無視できるので

$$\delta_2 \sim (\gamma_2 - \gamma_1) \left(\frac{\omega^2 \Delta z^2}{4 c^2 \beta^2}\right) \quad (175)$$

となり、 δ_2 は δ_1 にほとんど依存せず、 Δz で決まる。これがBCで Δz を圧縮した理由でもある。

ブースター入り口でのバンチ長はFWHMにして、1.3GHzの周波数の9°に相当する[1]。この時、粒子の99%が含まれる 3σ の領域を考えるとエネルギー広がり全幅で2.1%となり、DRの力学口径の1.5%を上回っている。またバンチ長さは7.5mmであり、DRの要求値の1/10程度である。このバンチ長さにおける余裕を利用して、ECSでエネルギー幅を圧縮することで、DRの力学口径にバンチ全体を収めることが可能だ。

エネルギー圧縮はBCの逆過程であるから、図24のようにまず R_{56} で表されるシケインやアークでエネルギーに依存した行路差をつけてやり、その後 R_{65} で表されるエネルギー変調をおこなう。整合条件は $R_{56}R_{65} = -1$ である。

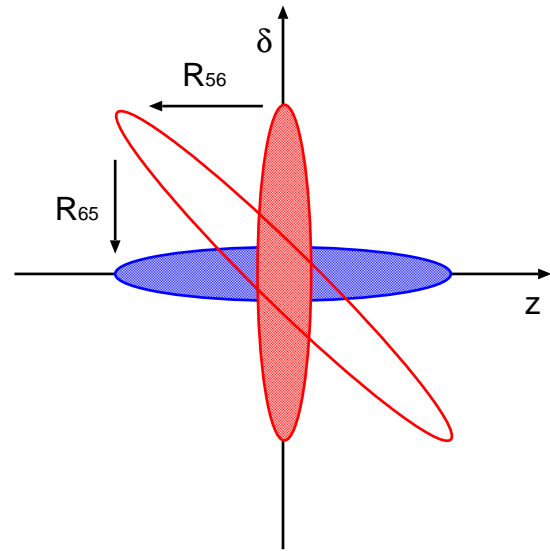


図24 ECSでの位相空間におけるバンチの回転。縦長のバンチをアークやシケインなどの R_{56} 成分により傾け、つづいてRF加速空洞のゼロクロス位相を通過させ、バンチ位置による加減速を行い横長分布に変換する。 $R_{56}R_{65} = -1$ の時に回転角は90度となる。

ILCの電子入射器3では、ブースターからDRへの輸送路を見るとアーク部で軌道を曲げられ、その下流にスピンローテーター、そしてEnergy CompressorのためのRF空洞が置かれている。このうち、アーク部ではdispersionが発生するので、この部分で R_{56} 成分が発生する。アーク部での R_{56} の値は -0.75 ± 0.40 mの範囲で調整可能となっている。また下流に設置されたRF空洞は9台の超伝導加速器からなり、全長は12.3mで加速電圧は225 MVで、ゼロクロスにビームを乗せることで R_{65} 成分に相当するエネルギー変調が与えられる。 R_{65} は

$$\frac{\omega}{c\beta} \frac{eV}{E_0} \quad (176)$$

と与えられるが、225 MVのフルパワーで運転した場合には1.22 1/mという値となる。

第II部

陽電子入射器

陽電子は電子の反粒子(半物質)であり、電荷以外はほとんどの性質が電子と同じである。陽電子は電子と違い不安定で有限の寿命であるという誤解があるが、陽電子の寿命は無量大で、安定な粒子である。陽電子が不安定で寿命の短い粒子と思われているのは、電子と出会うと次の反応により消滅し、2つのガンマ線になってしまうからである。

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma \quad (177)$$

この反応では陽電子とともに電子も消滅しており、陽電子と電子が同じ性質を持つペアであることがよくわかる。電子と出会わなければ、陽電子は永遠に生き続ける。

陽電子入射器の機能は基本的に電子入射器と同じであり、陽電子を生成し、バンチングなどを行い、加速し、DRに入射することである。物理法則はほぼ対称だが、この世界は物質(電子)と半物質(陽電子)についての対称性は大きく破れている。電子は物質内にたくさんあるので、そこから取り出すだけでよいが、半物質は天然には存在しないため、陽電子は何らかの方法で生成する必要がある。この事実が陽電子入射器を複雑なものにする。以下、陽電子生成の基礎過程から陽電子入射器の基本コンセプト、各コンポーネントを説明していく。

8 陽電子の生成

陽電子は天然には存在しないので、何らかの方法で生成する必要がある。それには大きくわけて二つの方法がある。

一つめは β^+ 崩壊を利用するものである。 β^+ 崩壊は放射性原子核中で陽子が中性子、陽電子、

そしてニュートリノに崩壊する反応である。放射性物質は陽子シンクロトロンからの陽子ビームを標的に衝突させるなどして人工的に生成することができる。現在、先進的な医療診断装置として普及が進んでいるPET(Positron Emission Tomography)では、そのような方法で人工的に生成した β^+ 崩壊を行う少量の物質を体内に送り込み、その物質が体内でどのように移動するかを観測することにより、診断を行う。体内で β^+ 崩壊が生じると、発生した陽電子は電子と対消滅し、特性ガンマ線を放射する。このガンマ線を観測することにより、体内での物質の分布の密度を測ることができる。この密度から例えば癌細胞の存在などを測ることができるのである。

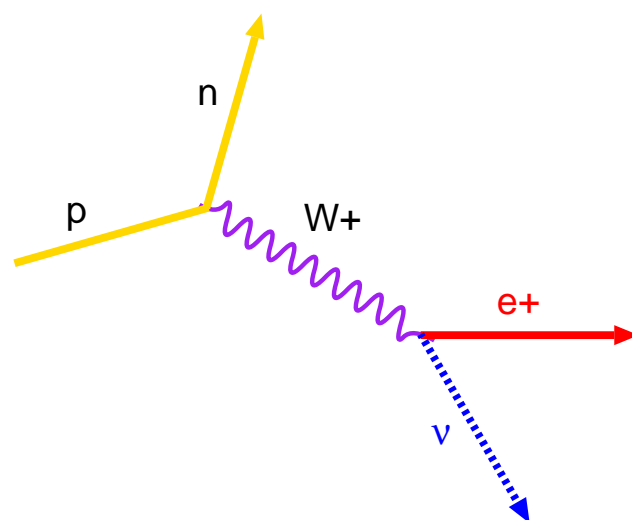


図 25 ベータ+崩壊のダイアグラム。放射性原子核中で陽子が弱い相互作用を通じて陽電子とニュートリノを放出し、中性子へと変化する。

しかしこの方法はバンチ化された陽電子ビームを得るといった目的には適してはいない。なぜなら原子核崩壊は純粋に確率的反応であり、その反応を制御することは原理的に不可能であり、時間的に連続して陽電子が発生するからである。また崩壊が進行するにつれてその強度は指数関

数的に減少するため、ビーム密度を一定にたもつことが困難である。

陽電子ビームを得るには二つめの方法は、図 26 で示されている高エネルギーガンマ線による対生成反応である。電子と陽電子の静止質量は $0.51\text{MeV}/c^2$ であるから、対生成を生じるためには少なくとも静止質量の二倍である $1.02\text{MeV}/c^2$ の質量相当のエネルギーが必要である。また、運動量保存から原子核などなんらかの外場との相互作用が必要となるため、なにも無い真空中では対生成反応は生じない。対生成反応を起こすには高エネルギーのガンマ線を物質内に入射する必要がある。ヘリシティ保存から高エネルギーガンマ線が偏極（円偏光）していると、発生した電子と陽電子も偏極するため、偏極した陽電子の生成も原理的に可能となる。

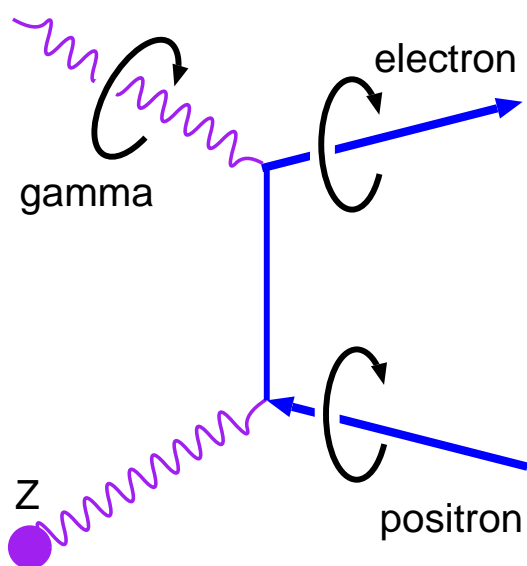


図 26 対生成反応のダイアグラム。高エネルギーのガンマ線は原子核などの外場との相互作用を得て、電子と陽電子を発生する。外場との相互作用は四元運動量の保存から必要となる。従って真空中では対生成反応は生じない。この反応ではヘリシティ保存から高エネルギーガンマ線が偏極（円偏光）していると、発生した電子と陽電子も偏極している。

図 27 は光子と物質との相互作用の断面積をエネルギーの関数として示したものである。低いエネルギーでは光電効果 $\sigma_{p.e.}$ やレイリー散乱 $\sigma_{Rayleigh}$ が、 1MeV 付近ではコンプトン散乱 $\sigma_{Compton}$ が支配的である。対生成反応 κ_{nuc} および κ_e は 1MeV 近辺から立ち上がり、 10MeV を超えると支配的となる。 $\sigma_{g.d.r.}$ は原子核の巨大共鳴である。これより効率的に対生成反応をおこすためには 10MeV 以上のエネルギーのガンマ線が必要となるのがわかる。

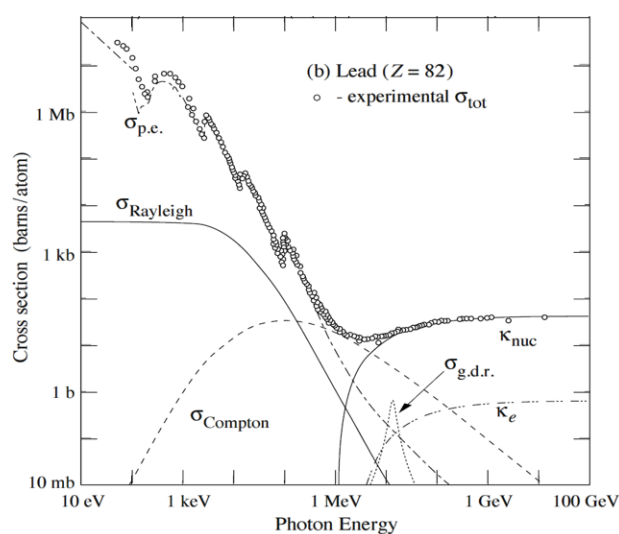


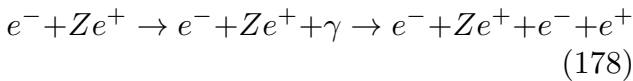
図 27 横軸に光子のエネルギー、縦軸に物質との相互作用の断面積を表したもの。低いエネルギーでは光電効果 $\sigma_{p.e.}$ やレイリー散乱 $\sigma_{Rayleigh}$ が、 1MeV 付近ではコンプトン散乱 $\sigma_{Compton}$ が支配的である。対生成反応 κ_{nuc} および κ_e は 1MeV 近辺から立ち上がり、 10MeV を超えると支配的となる。 $\sigma_{g.d.r.}$ は原子核の巨大共鳴である。[16]

8.1 ガンマ線の生成と陽電子生成方式

さて、高エネルギーのガンマ線の物質内での対生成により陽電子ビームが得られる、ということがわかった。しかし高エネルギーのガンマ線をつくるのは容易ではない。高エネルギーのガンマ線の生成方式により、次のように陽電子の生成方式として次の3つの方式が提案されている。

8.2 電子ドライブ方式

加速された電子を物質に入射すると、物質内の電磁場により制動を受ける。荷電粒子が加減速されるとかならず輻射が発生するので、物質による制動力でも輻射が発生する。この現象を制動輻射 (Bremsstrahlung) という。発生したガンマ線は対生成反応を起こすので、電子を物質に入射すると



という一連の反応が生じる。発生した電子および陽電子は、エネルギーが高ければ再び制動放射を起こしてガンマ線を発生する。その他にもガンマ線が物質中の軌道電子をコンプトン散乱により叩き出すなどの反応が生じる。以上のように電子ビームを物質中に入射する、様々な反応が連鎖的に生じ、大量の電子、陽電子、ガンマ線が発生する。このような一連の反応のことを電磁シャワーと呼ぶ。

電磁シャワーの生成について、単純なモデルを仮定して考察しよう。あるエネルギーの電子が物質に入射し、制動輻射や発生したガンマ線の対生成などの反応を起こすたびにエネルギーが等分されるとしよう。その様子を図 28 に示す。反応をが起こるたびに電子やガンマ線のエネルギーは半減していく。このときの各ステップにおける粒子数を求めてみよう。各ステップにおける荷電粒子とガンマ線の数 N_{e_i} , N_{γ_i} としよう。すると次の漸化式が成り立つ。

$$\begin{aligned} N_{e_{i+1}} &= N_{e_i} + 2N_{\gamma_i} \\ N_{\gamma_{i+1}} &= N_{e_i} + N_{\gamma_i} \end{aligned} \quad (179)$$

この漸化式を解くと式 (180) を得る。これより n ステップ後の粒子の増倍率は $2^{n-1} \sim 2^n$ の範囲にあることがわかる。

この反応はどこまでつづくのであろうか。γ線のエネルギーが低減し、1.02 MeV を下回る

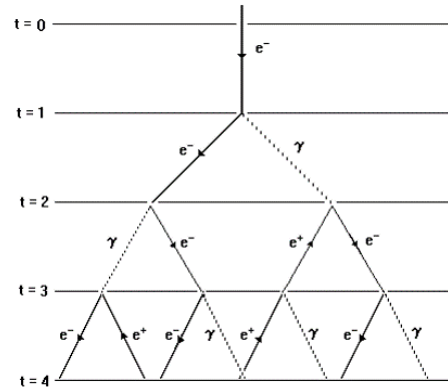


図 28 電磁シャワーのモデル。制動輻射や対生成などの反応のたびにエネルギーが等分されると考える。

と対生成は原理的に起こらない。また荷電粒子の制動輻射がどこまで続くのかを知るには、電子の物質内での反応を知る必要がある。鉛を例にとり電子の物質内での反応をエネルギー損失として表したのが図 29 である。この図から、ある臨界エネルギー E_C より高いエネルギーでは制動輻射が支配的であり、低いエネルギーではイオン化 (Ionization) が支配的であることがわかる。これより、荷電粒子のエネルギー $E_e < E_C$ となるまで、この反応が続くことがわかる。このエネルギーは 10MeV 程度であるから、ガンマ線の対生成のしきい値よりも大きく、電磁シャワーの発達には制動輻射の臨界エネルギーで制限されることがわかる。臨界エネルギーは実験的に

$$E_c = \frac{800}{Z + 1.2} [MeV] \quad (181)$$

であることが知られている。各ステップでエネルギーは半減するから

$$E_n = \frac{E_0}{2^n} \quad (182)$$

一方、放射長 X_0 はエネルギーが $1/e$ となる長さとして定義される。 n ステップは長さとして

$$\begin{pmatrix} Ne_n \\ N\gamma_n \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}(1+\sqrt{2})^n + \sqrt{2}(1-\sqrt{2})^n & 2(1+\sqrt{2})^n - 2(1-\sqrt{2})^n \\ (1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n & \sqrt{2}(1+\sqrt{2})^n + \sqrt{2}(1-\sqrt{2})^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ne_0 \\ N\gamma_0 \end{pmatrix} \quad (180)$$

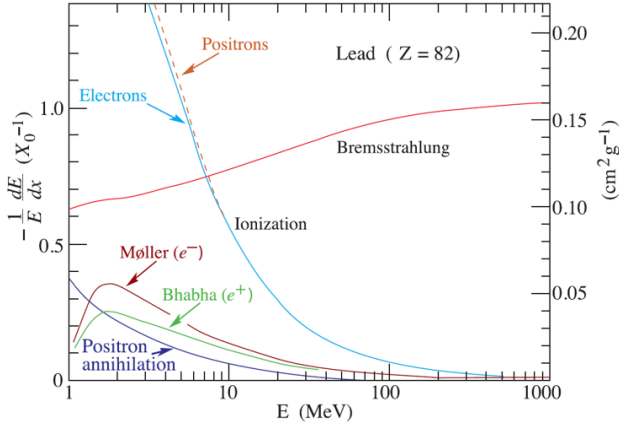


図 29 横軸に電子のエネルギーをとり、鉛中における各反応による放射長あたりの規格化されたエネルギー損失を表したもの。高いエネルギーでは制動輻射 (Bremsstrahlung) が支配的であるが、臨界エネルギーを境としてイオン化 (ionization) が支配的となる。

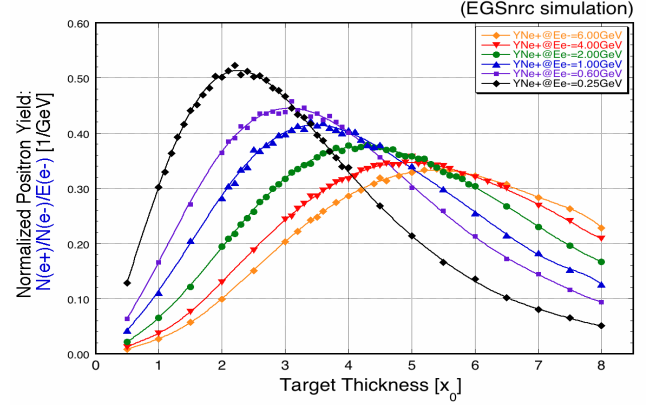


図 30 横軸に標的厚さを放射長であらわした陽電子生成数。異なる入射エネルギーの曲線を描いている。KEK 紙谷氏より提供。

は $n \ln 2 X_0$ となる。エネルギーが E_C となるまでシャワーが発達するとそのステップ数 n_{max} は

$$n_{max} = \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right) / \ln 2. \quad (183)$$

またその時の長さ x_{max} は

$$x_{max} = X_0 \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right) / \ln 2. \quad (184)$$

となる。

ビームが物質に入射してから x_{max} までは陽電子数は増えていくが、これ以降はイオン化が支配的となるので、陽電子数は増えず、さらに生成された陽電子のエネルギーはイオン化により減少し、停止すると対消滅してしまう。得られる陽電子の数を最大にするには、標的物質の長さを x_{max} にするのが最適である。

図 30 は横軸に放射長を単位とした長さをと

り、縦軸に入射電子数あたり生成される陽電子数を表したものである。異なる電子ビームエネルギーのデータを比較するために、各々の値は電子ビームのエネルギー (GeV) で規格化してある。エネルギー 6 GeV において n_{max} はおよそ $5X_0$, 2GeV では $4X_0$, そして 1 GeV において $3X_0$ 付近となっている。 n_{max} の入射エネルギー依存性がゆるやかなものであることがわかる。またある決まったエネルギーにおいて、陽電子の収量の放射長依存性も緩やかなものである。一方、入射エネルギーによる電子あたりの陽電子の収量はエネルギーにより大きく変化している。その依存性はほぼ線型であることが知られている [17]。図 30 で規格化された陽電子数が低エネルギーほど大きいのは、放射長が短いほうが散乱の回数が小さいため位相空間分布が狭くなり陽電子が補足されやすいからである。

標的としては原子番号が大きく、密度が高く、かつ融点の高い物質としてタングステンがよく用いられる。タングステンは原子番号 74 の常

温で固体の金属で、密度 19.3g/cm^3 、放射長は 6.76g/cm^2 、融点は 3695K であるので、一放射長は 0.35cm となる。したがって数 GeV のドライブ電子ビームを、例えば $4X_0 \sim 1.4\text{cm}$ 厚のタングステン標的に入射することで効率的に陽電子を生成することができる。実際の陽電子生成は陽電子捕獲にもよるが、ドライブ電子ビーム 3 GeV において 4 放射長のタングステン標的を用い、陽電子捕獲に AMD を採用したばあい、入射電子あたり 1.2 の陽電子が得られる [18]。

8.3 アンジュレーター方式

Undulator 方式の基本構成は図 31 に示されているように、高エネルギーの電子ビームを通過させガンマ線を生成するためのアンジュレーター、ガンマ線を対生成過程を通じて陽電子に変換する生成標的、発生した陽電子を加速許容領域に捕獲するための陽電子捕獲セクションからなる。

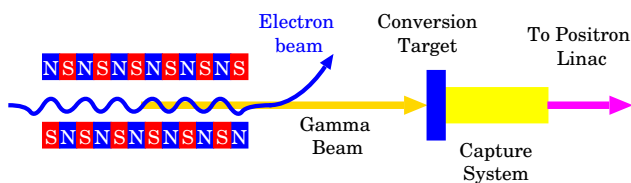


図 31 Undulator 方式の概念図。高エネルギー電子ビームがアンジュレーターを通過することでシンクロトロン放射によりガンマ線が発生する。そのガンマ線が生成標的の中で対生成により陽電子、電子対に変換され、陽電子捕獲セクションによりビームとして形成される。

電子などの荷電粒子が加速運動を行うと必ず双極電磁場が放射される。電子の静止系からみると、加速ベクトルで定義される平面からの角度を θ' とすれば、その強度分布は $\cos^2 \theta'$ とトーラス状になる。これを磁場中を運動する電子に当てはめてみると、磁場中での運動においては、常に運動方向と加速方向は垂直であるか

ら、トーラス状の電気双極子放射は、電子の運動方向、すなわち加速軸に対して垂直方向に大きくブーストされることになる。実験室系においてこの放射を観測すると、その放射強度は

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta'}{\gamma(\cos \theta' - \beta)}, \quad (185)$$

となる。 θ は実験室系において、ブースト軸からの角度である。この式で、 $\theta' = \pi/2$ とおいてみると、 $\tan \theta \sim \theta \sim 1/\gamma$ となる。すなわち実験室系でみると、放射場のほとんどはブースト軸から $1/\gamma$ 程度の角度広がりの中にはいつていることになる。これから、高エネルギーで移動する電子が磁場により加速される場合に放射される双極子場は電子の移動方向に極めて集中した指向性のよい放射場となることがわかる。この放射現象をシンクロトロン放射という。

シンクロトロン放射は当初は電子シンクロトロンの副産物として偏向磁場において観測されたが、その後この現象を光源として積極的に利用する立場から周期磁場によるデバイスが開発され使用されている。周期磁場として

$$B_y(s) = -B_0 \sin \left(\frac{2\pi s}{\lambda_u} \right), \quad (186)$$

を仮定する。 B_0 は最大磁場、 s は長手方向の座標、 λ_u は磁場の周期長、そして y 成分以外の磁場はゼロとする。すると電子のジグザグ運動は x 方向のみに生じ、その角度変化は [19]

$$\dot{x}(s) = \frac{K}{\gamma} \cos \left(\frac{2\pi s}{\lambda_u} \right), \quad (187)$$

となる。 K は強度パラメーターで

$$K = 93.4 B_0 [T] \lambda_u [cm]. \quad (188)$$

シンクロトロン放射は電子の進行方向、すなわち式 187 で示される方向に $1/\gamma$ の広がり度で放射されるから、得られる光の特性は K によっ

で大きく異なる。なぜなら式 187 から角度広がり
が K/γ であるから、 $K < 1$ であれば異なる位
相から放射された光の干渉が観測される。それ
にたいして $K \gg 1$ の場合、異なる位相から
出て来た光は重ならないので、各々の位相で放
射された光がその放射角度に応じて観測される。
 $K \gg 1$ の場合をウイグラー磁場、 $K \leq 1$ をア
ンジュレーター磁場と呼ぶ。

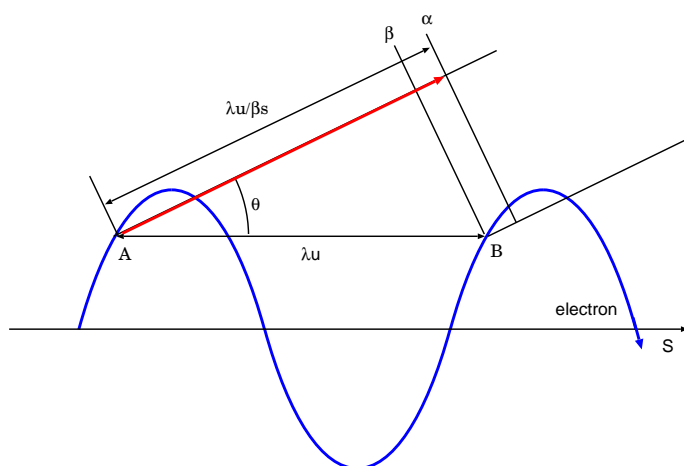


図 32 アンジュレーター内の電子軌道と放射。
電子は三角関数の軌道を通るので、となりの同
位相の地点 (A と B) から各々放射された光
の波面は一致しない。B に電子が到達しそこ
で光が放射される時点で、A で放射された光の
波面はすでに α まで到達している。

アンジュレーター内で電子はジグザグ運動を
行うので、その s 方向の移動速度は相対論的な
電子であっても光速よりも遅くなる。その様子
が図 32 に示されている。磁場の周期長だけ異
なる地点からの放射場の波面はこの効果により
ずれることになるが、このずれの大きさが波長
の整数倍になっていれば、干渉によりその波長
の放射は強められる。したがってアンジュレー
ターからの光の波長は以下の条件を満す [19]。

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \theta^2 \gamma^2 \right), \quad (189)$$

ここで λ は放射光の波長、 n は調和数であり、

波面のずれの長さを波長で量子化した値、 θ は
放射光が観測される角度である。これより、ア
ンジュレーターから得られるガンマ線のエネル
ギー $E_{ph}[eV]$ は次のように表される。

$$E_{ph}[eV] = 950 \frac{nE^2[GeV]}{\lambda_u[cm] \left(1 + \frac{1}{2}K + \theta^2 \gamma^2 \right)}, \quad (190)$$

ここで E は電子エネルギー (GeV)、 λ_u はアン
ジュレーターの周期長を cm で表したもの、 B_0
は最高磁場 [T] である。

アンジュレーターによりガンマ線を生成し、
そこから陽電子を得るためには、ガンマ線のエ
ネルギーが対生成のしきい値は勿論のこと、物
質中での断面積において対生成が支配的となる
エネルギーである必要がある。10MeV を下回
るエネルギーにおいてはコンプトン散乱が支配
的であるから、ガンマ線のエネルギーは 10MeV
あるいはそれ以上でなければならない。電子
ビームのエネルギーを 150GeV、磁場の特性パ
ラメーター $K = 1$ 、最高磁場 $B_0 = 1.0T$ 、周
期長を $\lambda_u = 1.0cm$ とすると、得られるガンマ
線のエネルギーは一次調和周波数でおよそ 10
MeV となる。すなわちアンジュレーターから
のガンマ線で陽電子を生成するにはドライバー
電子ビームのエネルギーは 150GeV 以上である
必要がある。

今までの実現された電子ビームの最高エネ
ルギーは CERN-LEP のおよそ 100 GeV であ
る。またリニアックによる最高エネルギーは
SLAC-SLC のおよそ 50 GeV である。つまり
いままで陽電子生成に必要な高エネルギー電子
ドライバービームが存在しなかったのが、アン
ジュレーター方式により陽電子生成が行われな
かった理由である。

電子ビーム駆動方式の入射電子ビームのエネ
ルギーは数 GeV であるから、アンジュレーター

方式でドライブビームとなるガンマ線のエネルギーは三桁近く低い。この事は生成標的内における物質との反応において著しい違いを生ずる。電子ビーム駆動方式においては、入射電子は電磁シャワーを成長させ、入射電子数で規格化した陽電子生成数はおおよそ 0.1 - 1.0 のオーダーである。一方、10MeV 程度のガンマ線の入射では対生成により発生した電子と陽電子はせいぜい数 MeV 程度のエネルギーしかもたないので、制動放射によるガンマ線は発生せず電磁シャワーはほとんど成長しない。1 放射長程度の標的を用いると発生した電子や陽電子がイオン化などによりエネルギーを失い、物質に捕獲されてしまう確率が増える。従って MeV レベルのガンマ線の入射によるアンジュレーター方式においては、電子ビーム駆動方式よりもかなり薄い標的が用いられる。

このことは「副産物」として、対生成反応に寄与するガンマ線は入射したもののうちほんの一部であるという低生成効率と、複雑なシャワーの成長という過程を経ないために陽電子が直接に入射ガンマ線による対生成反応からできるという反応の単純さ、という二つの特性をもたらす。

一つめの低生成効率のため、入射するガンマ線は必要な陽電子に比べて二桁ほど多くする必要があり。そのためにはアンジュレーターを通過する電子数を増やすか、アンジュレーターの長さを伸ばし、一つの電子から放射されるガンマ線数を増やさなくてはならない。

二つめの特性は、入射するガンマ線の特性により生成される陽電子を制御できることを表す。例えばガンマ線が円偏光（ヘリシティ ± 1 ）の状態であればヘリシティの保存により生成される電子と陽電子ともに偏極することになる。このため何らかの方法により偏極ガンマ線をつくる

ことができたならば、偏極陽電子ビームの生成が可能となる。

またシャワーの成長がなく、反応に寄与しなかったガンマ線はそのまま通過してしまうため、電子ビーム駆動方式とくらべて陽電子生成数あたりの標的での熱の発生量が大幅に低下するというメリットもある。一方で、ほとんどのガンマ線は使われずに通過してしまうため、放射線防護などの安全管理の面から下流に専用の光子ダンプを設置する必要がある。この光子ダンプというのが実はかなりやっかいなものであることは後述するが、その理由はガンマ線を制御するのが困難であることに起因する。ガンマ線には光学素子が存在しないので、曲げたり、収束・発散させることができない。ダンプでは適切な材料にガンマ線を照射しそのエネルギーを吸収して熱に変換するがパワーは数 10kW 程度と大きくは無いが、高エネルギーの非常に絞られたガンマ線をダンプに照射すると、その負荷が小さい領域に集中することとなり、溶融・破壊・放射線損傷などが容易におこる。ガンマ線の広がり $1/\gamma$ に比例するが、150GeV のドライブビームだと $\gamma \sim 3 \times 10^5$ となり角度広がり 3×10^{-6} と極めて小さい。例えば電子ビームダンプでは加圧水を容器に閉じ込め、そこに電子ビームを打ち込むが電子ビームをスイープさせることで容器の窓への負荷を分散する。当初は光子ダンプも同様の方式を検討していたが、パワーは桁違いに低いもののスイープできずに極小スポットに負荷が集中するために、放射線損傷のため窓材の寿命は 2 日程度となり、課題が指摘された。

以上、アンジュレーター-方式についてまとめると以下のようなだろう。アンジュレーター-方式で陽電子生成に必要な高エネルギーのガンマ線を生成するには強い磁場と短い周期長のアンジュ

レータ-に 150 GeV 以上という高エネルギーの電子を使用する必要がある。また薄い標的を用いるためにガンマ線の陽電子への変換効率が低いため、陽電子あたりのガンマ線数は多くしなければならない。そのためアンジュレータ-を長くしてガンマ線の収量を上げる必要がある。またシャワーが成長しないために、偏極ガンマ線により偏極陽電子の生成が可能であり、かつ陽電子生成数あたりの標的での熱の発生量が低く抑えられるというメリットがある。一方で、光子ダンプは負荷の分散が困難であり、電子ビームダンプとは異なる設計思想が必要である。

8.4 レーザーコンプトン方式

Compton 方式とはレーザー光と電子ビームのコンプトン散乱により生じるガンマ線を用いて陽電子生成を行う方法である。日本が中心となり推進されてきた GLC 計画などにおいて検討がなされてきた [20]。そのスタディをベースとして、2005 年の米国、スノーマスにおける ILC WS においてこの方式をベースとした ILC の陽電子源が提案された。さらに、1TeV を超える重心系エネルギーにおける電子陽電子衝突による高エネルギー実験をめざす CLIC(Compact Linear Collider) 計画における偏極陽電子源として、コンプトン方式をベースとすることが検討、提案されている [23]。

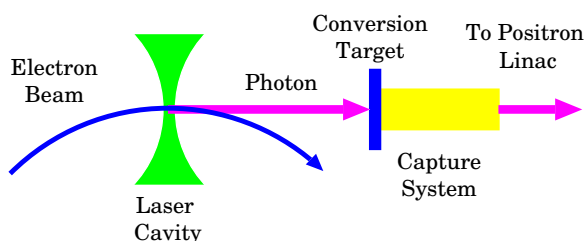


図 33 コンプトン方式による陽電子生成の原理をしめしたものの。電子ビームとレーザー光の散乱により発生したガンマ線を標的に入射し、対生成反応により陽電子を生成する。

図 33 にその基本構成が示されている。電子ビームとレーザーのコンプトン散乱により高エネルギーのガンマ線が生成される。そのガンマ線を生成標的で対生成過程を通じて陽電子に変換し、捕獲セクションでビームとして取り込む。

コンプトン散乱によるガンマ線生成の有利な点は、高エネルギーのガンマ線を得やすいという点にある。アンジュレーター方式においてはドライブのための電子ビームに 100GeV 以上という極めて高いビームエネルギーが要求されたが、コンプトン方式ではせいぜい数 GeV というエネルギーで充分である。この違いは電磁場の周期長の違いにある。アンジュレーター-の場合は周期長を磁極の並びでつくるので、大きな磁場を作るという制限もあり、せいぜい 1cm 前後が限界かと思われる。それに比べてレーザーの場合は波長がアンジュレーター-の場合の周期長に相当し、典型的な値は $1\mu\text{m}$ であり、桁にして四桁ほど小さい。周期長が小さいということは、それに比例して発生する光子の波長も短くなり、高いエネルギーのガンマ線を得やすいということである。コンプトン散乱の位置関係をを図 34 のように定義すると レーザーコンプトン散乱から

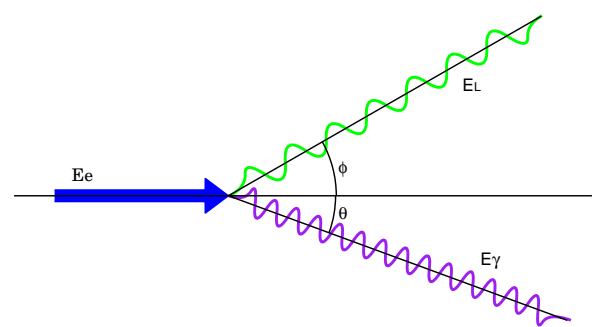


図 34 コンプトン散乱の位置関係の定義。軸上を進行する電子ビームに対してレーザー光は角度 ϕ で入射し、角度 θ 方向に散乱される。

発生するガンマ線のエネルギー E_γ は式 (191) のように与えられる。ここで γ と β は電子ビー

$$E_\gamma = \frac{\gamma^2 mc^2 (1 + \beta \cos \phi) (1 - \beta^2) E_L}{mc^2 (1 - \beta \cos \theta) + (1 - \beta) (1 + \cos \beta) (1 + \beta \cos \phi) \gamma E_L}, \quad (191)$$

のローレンツ因子と光速で規格化した速度, ϵ_L はレーザー光子のエネルギー, ϕ は衝突角, θ は散乱角, mc^2 は電子の静止エネルギーである. ここで ϕ と θ をゼロと仮定し, $\beta \sim 1$ とおくと,

$$E_\gamma \sim \frac{4\gamma^2 mc^2 E_L}{mc^2 + 4\gamma E_L}, \quad (192)$$

と近似できる. レーザーの波長は $1\mu\text{m}$ 付近であるから, およそ 1eV となる. 電子ビームとして 1GeV 付近を考えると $\gamma \sim 2000$ となるから, 分母は電子の静止質量の項が支配的となるので, 結局

$$E_\gamma \sim 4\gamma^2 E_L \quad (193)$$

と近似できる. すなわちレーザー光子が電子と衝突することによりそのエネルギーを $4\gamma^2$ 倍とするのである. $\gamma \sim 2000$, $E_L \sim 1\text{eV}$ とすれば 16MeV のガンマ線が得られることになる. この値は陽電子生成には十分なものである.

またレーザーコンプトン散乱では, レーザーを円偏光にしておけば発生するガンマ線も円偏光するので, 偏極陽電子が得られる [21][22].

その一方で, アンジュレーター方式ではアンジュレーター長を長くすることでガンマ線の生成数を増やすことができるのに対して, レーザーコンプトンにおいては同様の方法をとることは困難である. なぜならレーザー場は光速で移動してしまうから, 電子との「接触時間」を増やすことができない. したがってレーザーコンプトン方式においてはガンマ線数をいかに稼ぐか, ということが課題となる. コンプトン散乱の断面積は Klein-Nishina の式から求めることができる. またこのときガンマ線の収量 Y は近似的に

$$Y = \frac{2N_e N_L \sigma L}{A \tau c}, \quad (194)$$

と表される. N_e と N_L は各々電子とレーザー光子の個数, σ が反応断面積, L が反応領域の有効長, A はビームの横方向広がり, τ はビームの長手方向広がり, c は光速である. この式からガンマ線の収量を上げるには電子の個数およびレーザー光子の個数を増やすとともに, 反応領域 (レーザーと電子ビームの幾何的な重なり) を大きくすること, さらにビームを自身の大きさは長手方向および横方向とも絞り込むことが重要となる.

そのための一つの方法として近年レーザー蓄積空洞を用いたレーザー光子の高密度化という技術が注目されている. これはファブリペローなどの光学空洞内に固有モードに合致したレーザー光を導入し, 蓄積することで光子密度を向上させようとするものである. 最も単純な系を考えよう. 一往復する間の光の損失割合を R_{loss} とおく. これには反射ミラーでの損失などとなり, 外部との結合なども含んだものである. このとき外部からパワー P_{drive} を導入すると, 空洞内部でのパワー P_{cav} は

$$P_{cav} = \frac{P_{drive}}{R_{loss}}, \quad (195)$$

となる. 例えば R_{loss} を 0.1% とした場合, 空洞内でのパワーは 1000 倍とすることができる.

コンプトン方式による陽電子生成についてまとめると以下のようなになる. ガンマ線生成においてはアンジュレーターの周期長に比べてレーザーの波長は極めて小さいため, 電子ビームのエネルギーが低くても陽電子生成に十分な高エネルギーのガンマ線を容易に生成することができる. しかしアンジュレーターがユニット数を増やすことによりそのガンマ線の生成数をその

長さに比例して増加させることができるのに対して、レーザーコンプトンに関してはそれが難しい。電子ビームやレーザー光の絶対数を増やすとともに衝突点で収束させることによりその密度を高め、さらに光学空洞による蓄積や、後述するモードロックレーザーと同期したパルス蓄積技術などを使ってガンマ線の生成数を十分に確保することが必要となる。

9 横方向運動量の抑制

陽電子ビームはガンマ線による対生成から生じるが、発生した陽電子の運動方向および運動エネルギーは広く分布している。生成ドライバーである電子ビームおよびガンマ線のビーム径は典型的には数 mm^2 程度であるから、生成された陽電子は大きい横方向運動量およびエネルギー広がりをもつ一方、ビーム径は数 mm 以下となっている。横軸に実空間、縦軸に横方向運動量を取り、位相空間でみると、縦長に細く分布している。この分布のままビームをドリフトさせると、横方向運動量の大きい広がりを実空間へと伝播し、ビーム径が発散してしまい、加速が困難となる。従ってビームを速やかに収束し、横方向運動量を抑える必要がある。つまり実空間分布を加速が可能なサイズ、現実的には加速管のアイリス径程度まで拡大させる一方、横方向運動量分布を抑制する。すなわち、位相空間で横長の分布へ変換しなくてはならない。

このような変換を行うデバイスとして、QWT(Quarter Wave Transformer) と AMD(Adiabatic Matching Device) という二種類が考案されている。双方ともビーム進行方向に平行な軸に沿ったソレノイド磁場を用いる点は共通しているが、進行方向の磁場プロファイルに特徴がある。以下その概要と動作原理について説明する。

9.1 Quarter Wave Transformer

QWT(Quarter Wave Transformer) は陽電子生成標的出口から下流における強いソレノイド磁場領域 (磁場 B_i) と、それに続く弱いソレノイド磁場領域 (磁場 B_f) からなる。ソレノイド磁場の方向はビーム軸に対して平行である。図 35 はビーム進行方向を z 軸、生成標的出口を $z = 0$ にとり、軸方向の磁場プロファイルを表したものである。QWT という名称は、位相空間

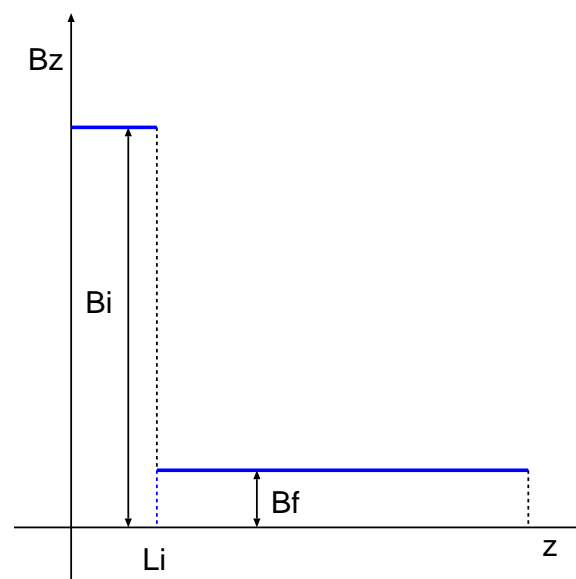


図 35 QWT の磁場プロファイル。横軸は生成標的からの距離、縦軸はビーム軸中心における平行磁場成分の値を表す。

において、縦長の分布を横長に変換する、ということから来ている。この変換はちょうど位相空間における 90 度回転だから、波長にすると 1/4 波長 (Quarter Wave) の回転に相当するというわけである。

QWT における陽電子の捕捉 (横方向運動量の抑制) を理解するために $z = 0$ において、長手方向運動量 $p_z = p_{z0}$ および横方向運動量 $(p_x, p_y) = (0, p_t)$ を持つ陽電子の運動を考える。陽電子の初期位置は $(x, y) = (0, 0)$, すなわちターゲット中心と仮定する。電磁場中で荷電粒

子はローレンツ力 \vec{F} を次のように受ける.

$$\vec{F} = e\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (196)$$

ここで \vec{E} は電場, q は電荷, \vec{v} は粒子の速度ベクトル, そして \vec{B} は磁束密度である. ここでは電場がないので, $\vec{E} = 0$ とおける. また, 磁束密度が z 軸に平行とすると, 横方向運動量のみがローレンツ力に奇与するので, 以下のようになる.

$$\vec{F} = \frac{e\vec{p}_t \times \vec{B}_i}{\gamma m}, \quad (197)$$

ここで e は素電荷, m は陽電子質量, γ は相対論におけるガンマ因子である. 力の方向は xy 面内にあり, かつ横方向運動量に垂直となる. よく知られたように, このような力をうけた粒子は xy 面内において円運動を行う. 円運動の曲率半径 ρ と向心力 F は $F = p^2/(\gamma m\rho)$ の関係にあるから, 曲率半径 ρ は

$$\rho = \frac{p_t}{eB_i}, \quad (198)$$

と与えられる. 初期位置は標的中心であるから, 円軌道は $(x, y) = (0, 0)$ を通る. その陽電子は横方向運動量によって決る曲率半径で円運動を行うが, $(x, y) = (0, 0)$ における接線は初期の横方向運動量 $(p_x, p_y) = (0, p_t)$ に等しい. ソレノイド磁場の方向を z の負の方向とした時の xy 平面内での運動の様子を図 36 にしめす.

z 軸方向に粒子は力をうけないから, 陽電子は等速 p_z/m で運動を行う. ここで陽電子が $z = L_i$, すなわち磁場境界に到達した時点で調度軌道が円を半周描いたと仮定する. 図 36 で原点以外の x 軸との交点に陽電子があると仮定しよう. その時, 以下の条件が満足される.

$$\frac{L_i}{p_{z0}} = \frac{\pi\rho}{p_t}. \quad (199)$$

さて, 以上の条件のもとに磁場境界にさしかかった陽電子はどのような力をうけるであろう

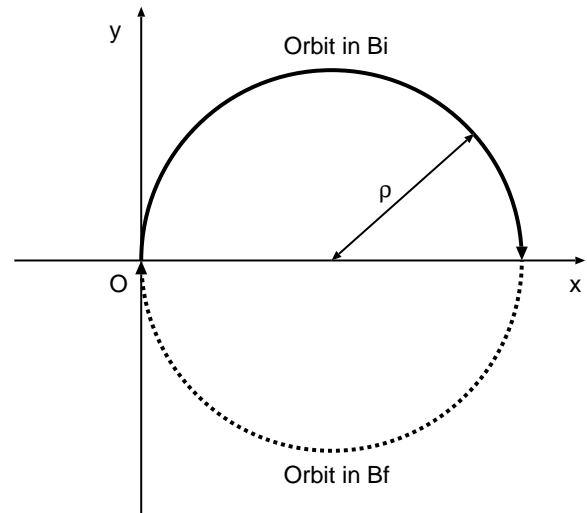


図 36 QWT における陽電子の xy 平面内での軌道の例. 初期運動量を y 軸に平行としている. 半周した時に調度 $B_i \rightarrow B_f$ の磁場境界に到達した陽電子は横方向運動量を抑制する力をうけるが, その大きさは磁場の变化にちょうどスケールしており, 軌道半径を変えずに円運動を継続する.

か. 図では $z = L_i$ において不連続的に磁場が変化しているが, 現実には変化は連続的である. 磁荷というものはないから, 磁束密度が変化するという事は磁束の一部がある領域から出ていったり, 入ってきたりしている, ということである. $z = L_i$ 付近でソレノイド磁場は弱くなるのであるから, 磁束はラッパ状に外に広がってゆく. ソレノイドは中心対称であるから, その方向は常に中心から外に向かっている. すなわちソレノイドの端部では径方向の磁場成分が発生するのである.

簡単のため, 単独の磁束密度 B のソレノイド磁石を考えよう. 無限円からソレノイド中心まで粒子を移動したとする. ソレノイド中心において距離 r の円内にある磁束は面積に比例するから, $B\pi r^2$ である. 無限遠では磁束は存在しないから, 無限遠からソレノイド中心に移動する間に磁束は半径 r の円を通過してゆく. 即ち粒

子が横切る磁束は

$$B_r(r) = \frac{B\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} \frac{B}{dL}, \quad (200)$$

となる。一般的にはこのような一次の項だけではなく、高次の奇与も考える必要があるが、近似としては充分であろう。\$dL\$ の因子は上のような磁束が距離 \$dL\$ にわたり分布していることを示している。

QWT の場合は二つのソレノイド磁石が近接して置かれているが、線型性のために二つの寄与を単に足し合わせればよい。符号も考慮すると陽電子が横切る磁束は

$$B_r(r) = \frac{r}{2} \frac{B_i - B_f}{dL}, \quad (201)$$

となる。この時に陽電子が受ける運動量変化は \$r = 2\rho\$ として

$$dp = \frac{ep_{z0}}{m} \frac{2\rho}{2} \frac{B_i - B_f}{dL} = p_t \frac{B_i - B_f}{B_i} ds, \quad (202)$$

となる。

さて、\$z = L_i\$ において粒子が \$(x, y) = (2\rho, 0)\$ にある場合、磁束は \$x\$ 軸の負の方向を向いている。したがって受ける運動量変化の方向は \$y\$ 軸の正の向きとなる。従って横方向運動量は

$$p_t = p_{t0} \frac{B_i - B_f}{B_i} - p_{t0} = -p_{t0} \frac{B_f}{B_i}, \quad (203)$$

となり、その大きさは \$B_f/B_i\$ だけ小さくなるのである。\$B_f\$ 領域にはいつてからの陽電子の円運動の曲率半径は

$$\rho = p_{t0} \frac{B_f}{B_i} \frac{1}{eB_f} = \frac{p_{t0}}{eB_i}, \quad (204)$$

とちょうど \$B_i\$ 領域と同じになる。つまり図 36 で示されているように条件を満す陽電子は QWT 内で同じ曲率の円運動を続けるのである。

この陽電子がビームとして捕獲されるためには、この円運動が後段の加速管の開口径に収ま

らなくてはならない。加速管の開口径はアイリス部のサイズで決まるから、これを直径 \$2a\$ とすると、

$$a > 2\rho = 2 \frac{e t_0}{e B_i}, \quad (205)$$

でなくてはならない。これは陽電子の横方向運動量に制限を与える。

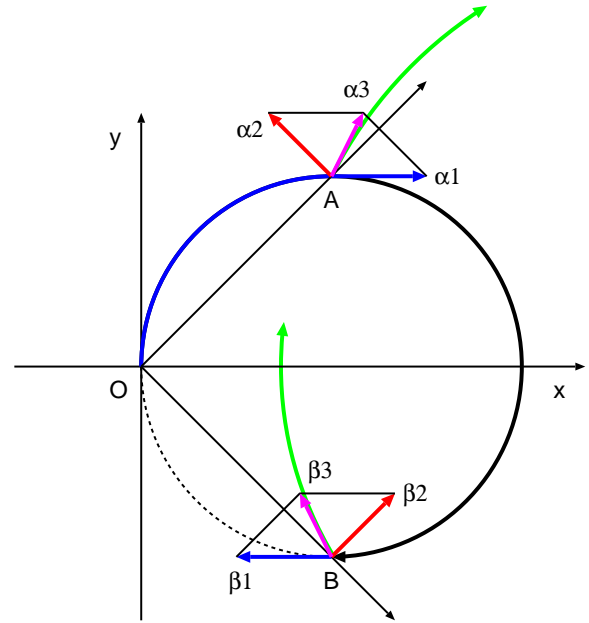


図 37

条件式 199 からずれた陽電子の軌道はどのようになるのだろうか。まず磁場境界にきたとき、円運動の位相が 180 度よりも小さい場合を考えよう。図 37 における A 点に陽電子がきた場合である。その場合でも、運動量変化は式 200 で表されるので、動径方向に垂直である。A 点における \$p_t\$ はベクトル \$\alpha_1\$、磁場による運動量変化はベクトル \$\alpha_2\$ のようになる。従って陽電子の運動方向は \$\alpha_1\$ から \$\alpha_3\$ に変化する。つまり運動方向は外向きになり、円運動の回転中心は外側に移動する。また磁場が \$B_f\$ に弱まることにより回転半径が大きくなるので、より外側を大きく回転することになる。したがって加速管壁などに衝突し、捕獲することは困難である。

図 37 の B 点に陽電子がきた場合を考えよう。

その場合は運動方向は β_1 より β_3 のように変化するが、この場合も回転中心は外側に移動する。また回転半径も磁場が弱まることで大きくなるので、外側をより大きな回転半径で運動するようになり、前の例と同様に捕獲は困難となる。つまり条件式 199 からずれた陽電子は、いずれの方向でもより捕獲が困難となるのである。

QWT は実際には二つの磁場のことなるソレノイド磁石をならべて配置することにより実装される。電流制限などの技術的制約から、上流の強い磁場は口径の小さいソレノイド磁石を、下流の弱い磁場は口径の大きいソレノイド磁石を使用する。下流の弱い磁場の領域には加速管が設置され、陽電子の軌道を加速管のアイリス径以内に保ちつつ加速を行い、相対的な横運動量を小さくするとともに、相対論のガンマ因子を大きくすることで空間電荷効果による発散力を抑制し、陽電子をビームとして捕獲する。

KEKB の陽電子源には陽電子収束デバイスとして QWT が採用されている。初段の強磁場領域は長さ 45mm、コイル長は 42.5mm で、内径 20mm で、磁場は 2.3T である。8 ターンのコイルに 10kA の電流を流すことで上記の磁場を実現している。

9.2 Adiabatic Matching Device

AMD(Adiabatic Matching Device) は生成標的出口に磁場のピークがあり、それが徐々に低磁場へと減少していくようなビーム軸方向に平行なソレノイド磁場からなる。図 38 に磁場プロファイルを示す。 $z = 0$ では $B_z = B_i$ であるが、それが B_f まで図で示されているように低減し、その後一定に保たれる。変化領域での磁場プロファイルは

$$B(z) = \frac{B_i}{1 + \mu z} \quad (206)$$

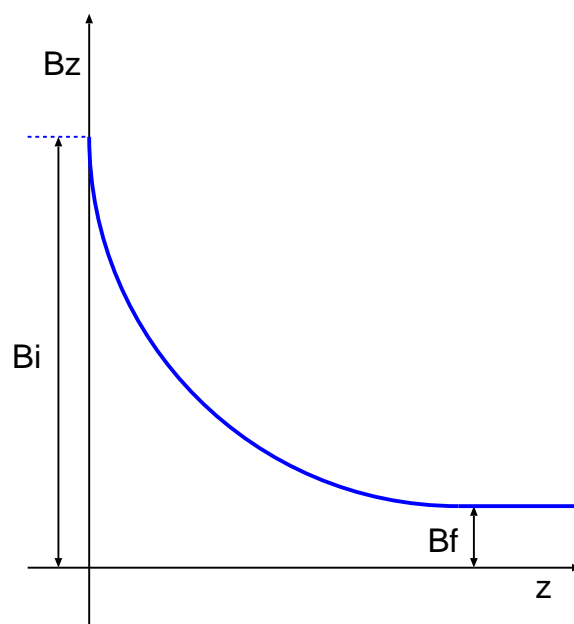


図 38

で与えられる。 μ は磁場の変化を表すパラメータで $/m$ の次元を持つ。変化領域の長さを L_i とすれば、

$$B_f \equiv B(L_i) = \frac{B_i}{1 + \mu L_i}, \quad (207)$$

となる。

低磁場領域には加速管が設置され、捕獲された陽電子を加速することでその相対的な運動量広がりを徐々に低減しつつ、空間電荷効果を抑制しビームを「硬く」する。

AMD においては軸方向磁場が徐々に低減するために、QWT で磁場境界でのみ出現した動径方向の磁場が常に存在する。QWT の場合と同様に陽電子は回転運動を行うが、この動径方向の磁場により、xy 平面内において常に動径方向に垂直な運動量キックを受け続けることになる。QWT において、同期条件から外れた場合の陽電子の運動を考えた場合と同様に、AMD の場合は「同期条件」からはずれているので、回転中心は徐々に外に移動する。また磁場によるキックにより横方向運動量は徐々に低減してい

く. この運動には断熱不変量が存在し [17],

$$\int \sum_i p_i dp_i = \frac{\pi p_t^2}{eB}, \quad (208)$$

は運動の不変量となる. これにより

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} = \frac{p_{t0}^2}{B_i}, \quad (209)$$

という関係が成り立つことがわかる. 横方向運動量は

$$p_t(z) = \sqrt{\frac{B(z)}{B_i}} P_{t0}, \quad (210)$$

のように変化する. 軌道半径は

$$\rho(z) = \frac{1}{e\sqrt{B(z)B_i}} p_{t0}, \quad (211)$$

のように徐々に増大するが, 横方向運動量が減少していくため, その増大は抑制されている. 陽電子が B_f 領域に入ると回転半径は一定となり, その大きさは

$$\rho_f = \frac{1}{e\sqrt{B_i B_f}} p_{t0}, \quad (212)$$

となる. QWT と同様にこの曲率半径の二倍が加速管の開口径よりも小さくなくてはならないので, 陽電子捕獲の条件として

$$a > 2\rho_f, \quad (213)$$

が満たされてなくてはならない.

AMD は QWT にあったような, 長手方向と横方向の運動量に関する条件は存在しない. どのようなエネルギーであっても断熱不変量に従い横方向運動量は低減され, ある程度の円運動として取り込まれる. しかしあまりにも縦方向運動量が大きいと xy 平面内の回転運動に比して, 磁場変化が急激となり, もはや断熱運動とはみなせなくなってしまう. 従って AMD におい

てもエネルギーの上限値は存在する. 解析によると, 長手方向の運動量が

$$p_z < 0.5 \frac{eB_i}{\mu}, \quad (214)$$

以下である必要がある.

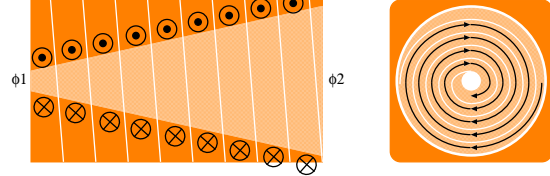


図 39 一導体 Flux Concentrator の断面図. 左側が横断面, 右側は下流方向から上流方向を見た様子. 内部は円錐状にくり抜かれており, ϕ_1 から ϕ_2 まで内径が変化している. 導体全体が螺旋状にスリットが入っており, 電流を流すことで内部に軸上に磁場が発生する. 磁束は保存されるので内径が細い場所では磁場は強く, 内径が広がるにつれて磁場は低減する.

AMD の磁場分布を Flux Concentrator と呼ばれるデバイスにより実現される. Flux concentrator にはいくつかのタイプがある. ひとつめは 39 に示されているように螺旋状のコイルに大電流を流すことで内部にソレノイド磁場をつくるものである. コイルの内径を巻き貝のように徐々に細くすることで, 一方の端部で極めて高い軸上磁場を実現する. このタイプの Flux Concentrator は SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) で使用されている. SLAC のものは長さ 100mm, ターン数 12, 最小内径 3.5mm, 最大内径 26mm で 16kA の電流を流すことで最高磁場 5.8T を実現している. Super-KEKB でもこのタイプの FC が導入されている. ピーク磁場は 4.5 T である [24].

図 40 は二導体 Flux Concentrator の断面図を示したものである. 左側が横断面, 右側は下流方向から上流方向を見た様子である. 下部の第一導体は螺旋状の導体となっている. 第

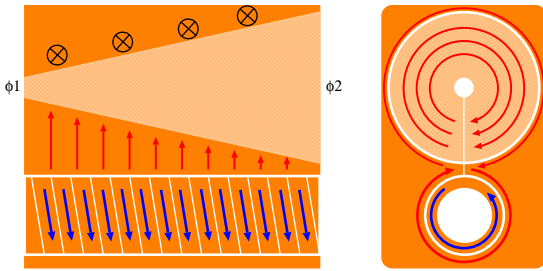


図 40 二導体 Flux Concentrator の断面図. 左側が横断面, 右側は下流方向から上流方向を見た様子. 下部の第一導体は螺旋状の導体となっている. 第二導体には円錐および円筒状にくり抜かれており, 2つの穴の間にはスリットが入っている. 下側の円筒状の空間には第一導体が置かれており, 第一導体にパルス電流を流すことで内部に磁場が発生し, それに伴い第二導体に赤矢印で描かれているように誘導電流が発生する. 誘導電流は円錐の空洞部をまわるように流れ, 内径が細い場所では磁束が集中し強い磁場が発生する.

二導体には円錐および円筒状にくり抜かれており, 2つの穴の間にはスリットが入っている. 下側の円筒状の空間には第一導体が挿入される. 第一導体にパルス電流を流すことで内部に磁場が発生し, それに伴い第二導体に赤矢印で描かれているように誘導電流が発生する. 誘導電流は円錐の空洞部をまわるように流れ, 内径が細い場所では磁束が集中し強い磁場が発生する. このタイプのものは BINP (Budker Institute for Nuclear Physics, ノボシビルスク, ロシア) において使用されている [25].

10 陽電子の RF 補足

標的で発生した電子と陽電子は FC により横方向運動量を抑制された後, 補足ライナックと呼ばれる線形加速器に入射される. この補足ライナックは陽電子を RF バケツの中に押し込めるのがその役割である. RF バケツとは, 一言で言えば加速器中の高周波電場で安定して加速さ

れる領域のことである.

例えば進行波加速管の電場は

$$\mathbf{E}(s, t) = E_z \cos(\omega t - ks) \quad (215)$$

のように表される. $\phi(s, t) = \omega t - ks$ とすると, $\phi = 0$ がクレスト (最大電場) の条件である. このクレストは時間とともに移動していく. その移動速度は位相を時間で微分し

$$\frac{d\phi(s, t)}{dt} = \omega - k \frac{ds}{dt} = 0 \quad (216)$$

よりよく知られているように $v_p = \omega/k$ となる. 時間微分がゼロとなるのは, クレストは $\phi = 0$ の位置だからである.

素行の良い通常のビームであれば, 電子・陽電子の速度は光速 c であるから, $v_p = c$ という条件を満たせば粒子は加速され続ける. しかし発生した陽電子の素行はあまりよろしくない.

- 横方向運動量が多い.
- エネルギー広がりが多い.

このようなビームを安定して加速するためには, まずこの素行の良くない陽電子を手なづける必要がある. 横方向運動量の抑制はその最初であるが, その仕上げが RF 補足である.

横方向運動量が多い粒子の運動を考える. 粒子の進行方向と横方向の速度を各々 $\beta_s c$ と $\beta_t c$ とおく. 簡単のため粒子の速度の大きさを $\sim c$ としよう. 今, 加速により粒子のローレンツ因子が $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$ と増加したとする. 加速は s 方向になされるから, 横方向運動量は不変である. すなわち

$$\gamma\beta_t mc = (\gamma + \Delta\gamma)\beta'_t mc \quad (217)$$

が成り立つ. これより加速後の β'_t は

$$\beta'_t = \frac{\gamma}{\gamma + \Delta\gamma} \beta_t, \quad (218)$$

となり、減少する。すなわち、進行方向に加速されると、 β_t は減少する。すると

$$\beta_s = \sqrt{1 - \beta_t^2} \quad (219)$$

という関係にあるから、 β_s は 1 に近づいていく。

発生した陽電子は横方向運動量が多い状態だから、 $\beta_t > 0$ である。この時 $\beta_s < 1$ であるから、この陽電子は RF に対してどんどん遅れていく。図 41 の赤い点のように、陽電子をクレストに乗せて加速すると波に乗り遅れて、加速電場はさらに減少し、位相の遅れに歯止めがきかない状態となり、うまく加速されない。一方で、青点のような場所に陽電子を乗せると、位相を遅らせながらも加速され続け、 β_s は 1 に漸近し、時間あたりの位相遅れ量も減少し、最終的にはある位相で安定的に加速されるようになる。この状態が RF に陽電子が補足された状態である。

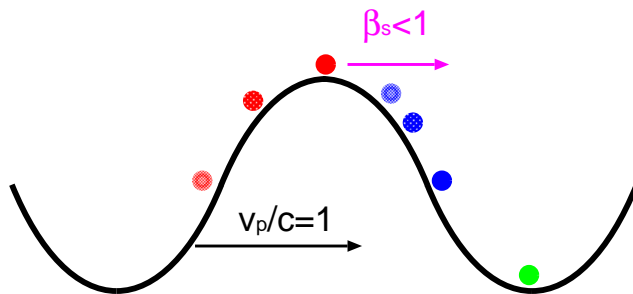


図 41 RF 補足の概念図。粒子の速度が $\beta_s < 1$ の場合、RF の位相速度 $v_p = c$ より遅いため、粒子はどんどんおくれれていく。これを位相滑りという。粒子が赤丸の位置にあると、遅れた粒子は位相滑りに歯止めが効かない。一方、青丸の位置にある粒子は位相滑り速度が減少していくので、あるい決まった位相で安定して加速される。エネルギー広がりが多い場合には、緑丸の点が最適となる。

実際には陽電子はさらに深い位相、図 41 の緑丸でしめされたような減速位相に乗せられる。この位相に陽電子が乗せられるといったん減速

されたあと加速位相に入ることになる。このような位相が最適となる場合は、陽電子のエネルギー広がりが多い場合である。これを理解するために、陽電子を次の 2 つのグループに分ける。

- (a) $\beta_s < 1$ の陽電子、
- (b) $\beta_s \sim 1$ かつ $\beta_t \sim 0$ の陽電子

(a) の陽電子は位相滑りを起こすので速やかに加速位相領域に入る。そうすると位相滑り速度は減少していくので、ある位相に補足される。(b) の陽電子は $\beta_s \sim 1$ なので位相滑りを生じず減速位相にとどまり続けるが、そのうち $\beta_s < 1$ となり位相滑りを生じ、加速位相へ移動していく。もちろんすべての陽電子が RF 補足されるわけではないが、陽電子を減速位相に乗せることで RF 補足される陽電子数が最大化されることがわかっている。この方式を減速補足方式 (Deceleration capture method) といい、KEK の紙谷教授の発明方式 [17] である。

11 ビームローディングの補償

11.1 補足ライナックにおける補償

アンジュレーター方式では、補足ライナックは常伝導加速空洞が用いられる。0.7ms 程度と長いパルスで加速されるので、常伝導空洞を長いパルスで安定に運転するという技術的な困難はあるが、ビーム電流は 0.02A 程度であり、ビーム負荷電圧はほぼゼロでビーム負荷の補償に困難は無い。

電子ドライブ方式では、補足ライナックには定在波型加速管が使用される。使用される空洞は APS (Alternate Periodic Structure) である。APS 空洞は $\pi/2$ モード空洞であり、これを定在波空洞として使用する。 $\pi/2$ モードは郡速度が最大となるためセル間のパワーの移動がス

ムーズであり、モード安定性が良いという特徴がある。一方で、 $\pi/2$ モードを定在波として動作させると、図 42 に示すように隣り合うセルにより誘起されるモードが逆相となるため、電場の立つセルと電場の立たないセルが交互に現れる。電場の立つセルのセル長を長くとり電場の立たないセルを短くし、加速効率をたかめたものが賠周期構造 (Alternate Periodic Structure) である。図では中央のセルにパワーが投入される。群速度が有限であるから、内部には左右に伝搬する 2 つの進行波が発生し、端部で反射し定在波を形成する。従って群速度ゼロの一般的な π モードの定在波と異なり、内部のパワーの伝搬がスムーズで、モードの安定性がよい。電

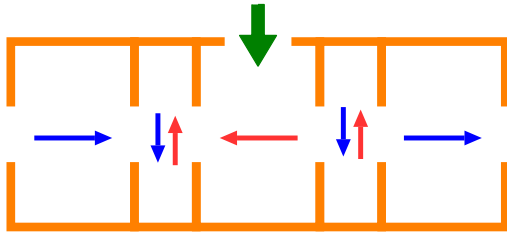


図 42 $\pi/2$ モードの定在波. 隣り合うセルからの寄与は逆相となるため電場の立つセルと立たないセルが交互に現れる。電場の立つセルのセル長を長くとり電場の立たないセルを短くし、加速効率をたかめたものが賠周期構造 (Alternate Periodic Structure) である。この構造では中央のセルに外部からパワーが投入される。

子ビームドライブ方式では補足ライナックにおけるビーム負荷電流は電子も含めて 1.5A 程度となる。ビーム負荷電圧は 10 MV 程度となり、RF による加速電圧 22MV の半分近くとなる。そのため、パルス内のバンチを均一に加速するにはビーム負荷を補償しなくてはならない。以下、それについて議論する。

ここでは空洞を単セルモデルにより表すことにする。このモデルでは加速管を大きな一つの

空洞とみなす。空洞のエネルギー W の収支は

$$\frac{dW}{dt} = -IV - P_0 + P_{in} - P_r \quad (220)$$

と与えられる。 I はビーム負荷電流、 V は空洞の電圧、 P_0 は空洞内のジュールロスによる電力損失、 P_{in} は外部からの入力パワー、 P_r はカップラーで反射されるパワーで、 $P_{in} - P_r$ はある瞬間の正味の入力パワーである。

これらの変数を電圧表示に直し、電圧 V に関する微分方程式に書き換えよう。

$$W = \frac{Q_0}{\omega} P_0 = \frac{Q_0}{\omega} \frac{V^2}{rL} \quad (221)$$

$$P_0 = \frac{V^2}{rL} \quad (222)$$

$$P_{in} = \frac{\beta V_{in}^2}{rL} \quad (223)$$

$$P_r = \frac{\beta V_r^2}{rL}, \quad (224)$$

ここで Q_0 は空洞の Q 値、 ω は空洞の角周波数、 r は長さあたりのインピーダンス、 L は空洞長、 β は結合度で、空洞と外部回路のインピーダンスの比として定義される。ローレンツ因子ではないので注意してほしい。 V_{in} は外部回路に発生する入力パワーによる電場、 V_r は反射パワーによる電場である。

反射パワー P_r は、結合セルにおける境界条件を満たすように決定される。その条件とは

$$V = V_{in} - V_r \quad (225)$$

である。すなわち空洞内の電場は、入射 RF がつくる電場 V_{in} と反射 RF の作る電場 V_r の合計と一致する必要がある。この条件から、 $V = 0$ からパワーを投入していく場合、 $t = 0$ では $V_{in} = V_r$ となり、すべてのパワーは反射されて空洞には入らない。これを全反射という。一方、空洞に十分にパワーが充填されると $V = V_{in}$ となり $V_r = 0$ となり反射は消失する。

これらの条件を式 220 に代入すると

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{(1+\beta)\omega}{2Q}V - \frac{\omega rLI}{2Q} + \frac{\omega}{Q}\sqrt{\beta rLP_{in}} \quad (226)$$

となる。この式の解を求めよう。初期値として $V = 0$ として、 $t = 0$ から P_{in} を投入したとする。またビーム負荷はゼロとして $I = 0$ とする。この時の解は

$$V(t) = V_{RF} \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad (227)$$

ここで

$$V_{RF} = \frac{2\sqrt{\beta P r L}}{1+\beta}. \quad (228)$$

$$\tau = \frac{2Q}{(1+\beta)\omega}. \quad (229)$$

予想した通り電圧 V は徐々に上昇し、 V_{RF} へと時定数 τ で漸近する。ここで求めた電圧 V は振幅であるから、実際は $V \cos \omega t$ のように振動している。

次にビームによる電圧を求めよう。今度は $P_{in} = 0$ として $I = I_0 u(t - t_b)$ とする。ここで $u(t)$ は階段関数で $t < 0$ でゼロ、 $t \geq 0$ で 1 である。すなわち $t = t_b$ から加速を開始するとしよう。この解は

$$V(t) = V_B \left(1 - e^{-(t-t_b)/\tau}\right), \quad (230)$$

ここで

$$V_B = -\frac{IrL}{1+\beta} \quad (231)$$

である。ビームを加速している時は、両者の和が実際に空洞に発生する電圧となる。適当な条件で運転すると、両者の和が時間的一定とならないので、振幅が時間的に変動し、バンチによって加速電圧が変動する。幸い、RF とビームによる振幅はともに同じ時定数で漸近する性質をもっているから、条件を合わせれば RF による

電場の上昇とビームによる減速場の成長が相殺できる。その条件は

$$V_{RF} \left(1 - e^{-t_b/\tau}\right) - V_{RF} = V_B, \quad (232)$$

である。 $t = t_b$ における空洞電圧と RF による漸近値との差がちょうど V_B と等しくなっている条件である。この場合、両者の微分係数は逆符号で大きさが全く等しくなるため、変動がゼロとなる。 t_b は

$$t_b = -\tau \ln \left(\frac{I}{2} \sqrt{\frac{rL}{\beta P_{in}}}\right) \quad (233)$$

と求められる。すなわち、このタイミングで加速を始めると電圧 V は一定となる。

実際には、このようなきれいな打ち消しは RF とビームの相対的な位相がゼロのときにだけ成立する。位相がゼロとは、RF のクレスト（電場が最大となる位相）にビームが乗っている時だけである。ビームが RF に対して相対位相 θ を持っている時の電場は

$$V(t) = V_{RF} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) + V_B \left(1 - e^{-(t-t_b)/\tau}\right) e^{i\theta}, \quad (234)$$

となる。この時、いくら条件を合わせこんでも電圧の振幅を一定にすることはできない。

ここでビームの位相という概念を明確にするために、一つの粒子が発生させるビーム負荷電圧をもとめよう。これによりいい加減に扱ってきたビーム負荷電流という概念も明確に定義できる。単粒子の電流は $I = \beta_L c q \delta(\beta_L ct)$ と表すことができる。 β_L はローレンツ因子、 δ は Dirac のデルタ関数である。この電流による空洞電圧の変動は

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{rL\omega}{2Q} \beta_L c q \delta(\beta_L ct) - \frac{1}{\tau} V \quad (235)$$

という方程式の解として得られる。

$$\eta \equiv \frac{rL\omega}{2Q} \quad (236)$$

と置くと方程式は

$$\frac{dV}{dt} = -\eta\beta_L c q \delta(\beta_L c t) - \frac{1}{\tau} V \quad (237)$$

となる. よくやるように両辺を $\pm\epsilon$ という微小区間で積分し, $\epsilon \rightarrow 0$ の極限をとると

$$V(t = +0) - V(t = -0) = -\eta q \quad (238)$$

を得る. 今, 粒子の通過前は電場が無いとすると $V(t = -0) = 0$ だから

$$V(t) = -\eta q u(t) \quad (239)$$

である. 一方, 式 (237) は $t > 0$ では

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\tau} V \quad (240)$$

だから一般解は

$$V(t) = C e^{-t/\tau} \quad (241)$$

となる. C は任意定数であるが, 式 (239) より解は

$$V(t) = -\eta q u(t) e^{-t/\tau} \quad (242)$$

である. これは振幅であるから実際の振動を含めると

$$V(t) = -\eta q u(t) e^{-t/\tau} e^{i\omega t} \quad (243)$$

が得られる. すなわち, 粒子が通過した瞬間に電圧が誘起され, その電圧の振幅は τ で減少していくとともに, 角周波数 ω で振動する. 粒子が複数ある場合には

$$V(t) = \sum_i -\eta q_i u(t - t_i) e^{-(t-t_i)/\tau} e^{i\omega(t-t_i)} \quad (244)$$

となる. 粒子が通過した時間 t_i に電圧が立ち上がり, そこから減衰振動する波の重ね合わせとなる. 階段関数 $u(t - t_i)$ は粒子が通過した瞬間電圧が発生することを表す. 三角関数の重ね合わせは三角関数で必ず表されるから, 次のよう

に書くことができる. ここでは簡単のため, 階段関数を省略してすべての粒子が通過し終わった後の電圧を表す.

$$V(t) = V_{BT} e^{-t/\tau} e^{i(\omega t + \theta)} \quad (245)$$

この電圧は式 (244) と等しいから

$$\sum_i -\eta q_i e^{-(t-t_i)/\tau} e^{-i\omega t_i} = -V_{BT} e^{-t/\tau} e^{i\theta} \quad (246)$$

となる. この電圧を与える電流がビーム負荷電流である. $V_{BT} = r L I_B / (1 + \beta)$ から,

$$I_B = \sum_i \frac{q_i}{\tau} e^{t_i/\tau} e^{i(\omega t - \theta)}, \quad (247)$$

となる. θ が重心位相として, $\omega t - \theta = \phi$ として再定義すると, ϕ は粒子の重心位相に対する位相である. $t_i/\tau \sim 0$ とすると, ビームローディング電流とは

$$I_B = \sum_i \frac{q_i}{\tau} e^{i\phi}, \quad (248)$$

と表される. すなわち重心位相に対して, $q_i e^{phi}$ の重みで重ね合わせたものが I_B である. I_B の観測量はその実部であるが, 量そのものは複素数である.

ビームが時間的に分布をもっているが, 各々の粒子の電荷が異なろうが, ビーム負荷は式 (248) によりひとつの I_B という複素数で代表することができる. これは三角関数の和はかならず三角関数で表されるという定理の帰結である.

ビーム負荷電流の性質として, 以下のようなものが導かれる. 各々簡単に証明できるが, ここでは割愛する.

- 位相が π 異なる異符号の粒子は同じ向きのビーム負荷電流を与える.
- 位相が π 異なる同符号の粒子は逆向きのビーム負荷電流を与える.

- 周期 ω あるはその通倍で周期的に一定の点状電荷が通過する際のビーム負荷電流はその電荷を周期あるいはその通倍で除した値である。

I_B の正体が判明したところで、位相を考慮したビーム負荷について考えよう。空洞には RF による電場とビームによる電場が誘起されるが、それを図 43 にしめす。RF を実軸方向にとり、ビームがそれに対して θ だけ位相がずれているとする。ビーム負荷電圧は負の方向に発生するので、図の赤矢印のようになる。網掛けの矢印が漸近値でビーム加速を始めると時定数 τ で網掛けの部分まで成長していく。RF も同様に青い網掛けの矢印にむけて成長していく。空洞電圧はマゼンタ色の矢印で示してあり、赤と青の濃い矢印の和であるから、時間とともに位相が動いていき一定とならない。

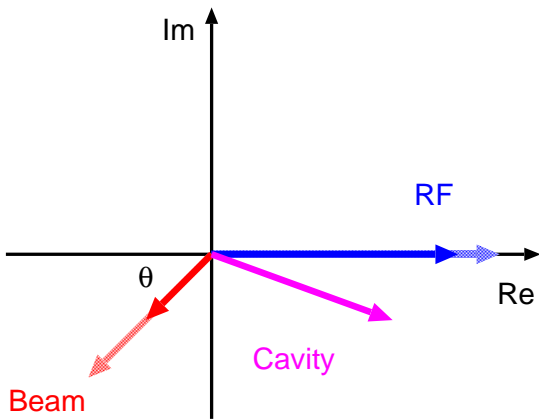


図 43 RF とビームに位相差がある場合の空洞に誘起される電圧の位相図。

位相差がある場合、かならずビームが虚数成分をつくるので、これを打ち消す必要があるので、入力 RF にも虚数成分を導入する。この時の位相の変調を ϕ とする。入力 RF のパワーは変えないとすると振幅は同じになる。ビーム加速を開始した瞬間の空洞電圧を V_{c0} とする。 V_{c0} は実数成分しか持たない。ビーム加速開始後は、

各々の電圧は漸近値に向けて成長していくから、ビームと位相変調後の V_{RF} の漸近値の和が V_{c0} に等しければ電圧は一定に保たれる。式では

$$V_{RF}e^{i\phi} + V_Be^{i\theta} = V_{c0} \quad (249)$$

となる。これらの条件を図 44 に示す。 V_{RF} は

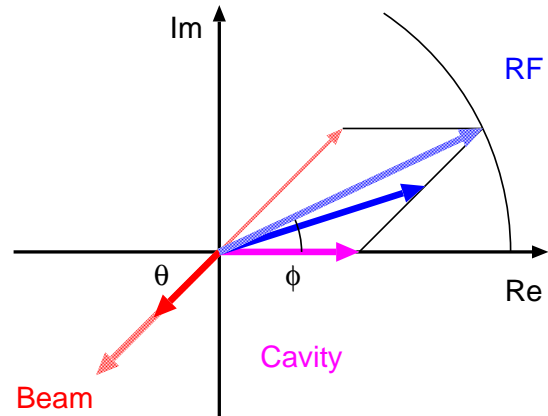


図 44 RF とビームに位相差があり、入力 RF に対する位相変調をかけた場合の位相図。入力 RF の振幅は一定で、ビーム加速と同時に位相を ϕ だけずらす。

パワーを変えないので、原点を中心とした位相変調後も同心円状の点にくる。この時、その虚数成分がちょうど V_B の虚数成分と大きさが等しく、逆向きになる点が求める変調である。この時、式 (249) から V_{c0} が決まる。位相変調量は

$$\phi = \sin^{-1} \left(-\frac{V_B}{V_{RF}} \sin \theta \right), \quad (250)$$

である。また、 V_{c0} は

$$V_{c0} = \sqrt{V_{RF}^2 - V_B^2 \sin^2 \theta} + V_B \cos \theta \quad (251)$$

となる。加速開始すべきタイミングは、空洞電圧が V_{c0} となったときであるから、

$$t_b = -\tau \ln \left(1 - \frac{V_{c0}}{V_{RF}} \right) \quad (252)$$

とすればよい。

$-\pi/2 < \theta < \pi/2$ の範囲にあれば, 上記の方法により完全にビーム負荷の補償が可能である. 一方 $\pi/2 < \theta$ などビーム負荷が図 43 において第一象限あるいは第四象限にある場合は, 条件の修正が必要である. この場合, ビーム負荷は加速場を与えるので, 変調においてパワーを不変とすると $V_{c0} > V_{RF}$ となり, 空洞に漸近値よりも大きな電圧を加速開始時点で作って置かなければいけなくなるがこれは不可能である. そこで加速開始時点でパワーも変調することにする. 条件は $V_{c0} = V_{RF}$ とする. すなわち空洞には最大電場がたった状態とする. 加速開始後この電圧を不変に保つ条件は

$$V_{RF1}e^{i\phi} + V_Be^{i\theta} = V_{c0} = V_{RF} \quad (253)$$

である. 加速開始後の RF の振幅と位相は

$$V_{RF1} = \sqrt{V_{c0}^2 + V_B^2 - 2V_BV_{c0}\cos\theta} \quad (254)$$

$$\phi = \sin^{-1}\left(-\frac{V_B}{V_{RF1}}\sin\theta\right) \quad (255)$$

となる. t_b は計算上無限大となるが, $t_b = 3\tau$ あたりとするのが妥当だろう. その時の V_{c0} の値を用いて条件を計算すればきちんと補償される.

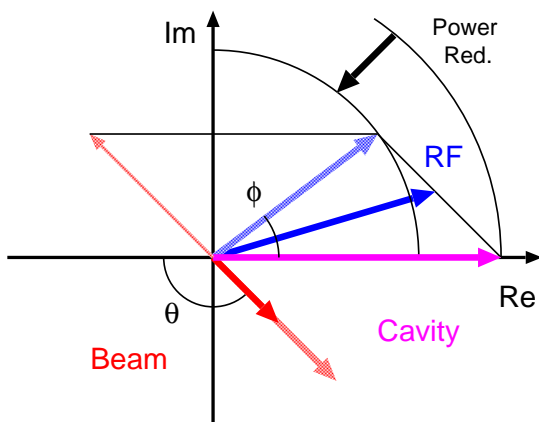


図 45 ビーム負荷が加速を与える場合は, 加速開始後 RF のパワーを下げることで加速電場を一定にできる.

電子ドライブ陽電子源では, 陽電子はマルチバンチパルスで生成されるが, そのパルス構造は図 46 にしめすように, 間にギャップを有する. 上で導入した位相変調によるビーム負荷補償はビーム電流が一定の場合に有効であるが, そのままではビーム電流が変動したりパルスにギャップがある場合には対応できない.

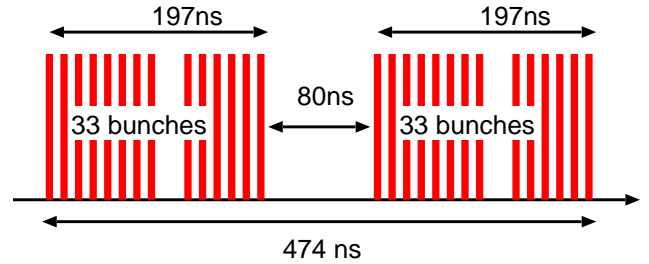


図 46 電子ドライブ陽電子源のパルス構造. 間にギャップを有するマルチバンチ構造となっている.

図 47 と 48 はこのようなギャップによって加速電場がどのように変動するのかを求めたものである. 空洞電圧は式 (226) をもとに数値計算した. 図 47 は入力したビーム負荷電流で値は一定だがギャップを含んでいる.

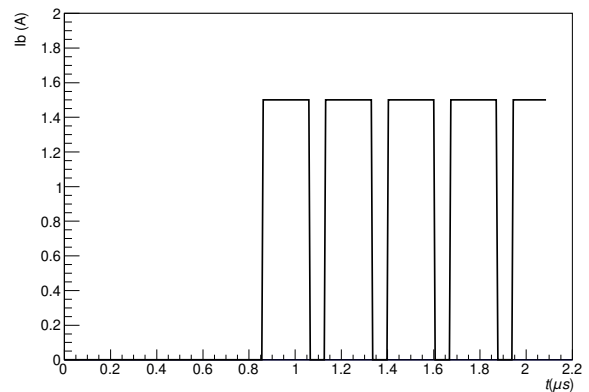


図 47 空洞に与えたビーム負荷電流. 電流は 1.5A で一定とし, ギャップを含む.

図 48 は式 (252) で決まる t_b で加速を開始し, 式 (250) で決まる位相変調を与えたときの空洞

電圧を求めたものである。最初のミニパルスで電場は一定となっているが、ギャップでは電圧の上昇が見られる。また同時に点線で示されている虚数成分が現れている。次のミニパルスでは電場はゆっくりと減少しているが、ギャップで再び上昇する。このようにギャップがあると電圧が一定とならない。

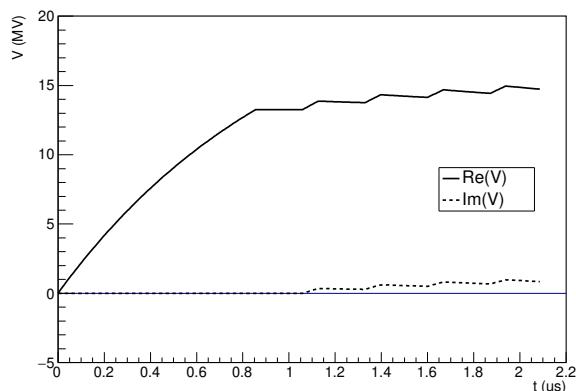


図 48 位相変調を与え、ギャップのあるパルスを加速した場合の電圧の変化。ギャップに相当する場所で電圧が上昇する。また虚数成分が発生している。

ギャップではビーム負荷による入力消失するから、そこでは空洞に立っている電圧を漸近値とするような入力に RF に変調を加えれば電圧上昇を起こさない。その様子を図 49 に示す。ビーム加速を開始した後は V_{RF1} へと入力 RF を変調する。そしてギャップに入ったら、入力 RF を V_{c0} へと変調する。すなわち位相はゼロに戻し、振幅を空洞電圧 V_{c0} と等しくなるように変調する。そうすると空洞電圧は全く変動しない。ふたたびビーム加速が開始されたら V_{RF1} へと変調する。パルスとギャップを繰り返すたびにこのような変調の切り替えを行えばよい。

図 50 はそのような制御を行った場合の空洞電圧である。電圧は一定に保たれており、また虚数成分も全く発生していない。

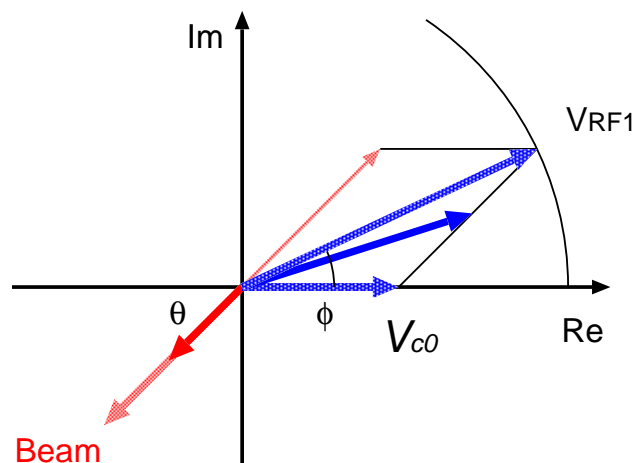


図 49 ギャップがある場合の RF 変調による補償の概念図。ビームがある時は V_{RF1} に、ギャップでは V_{c0} に変調すれば、空洞電圧は一定となる。

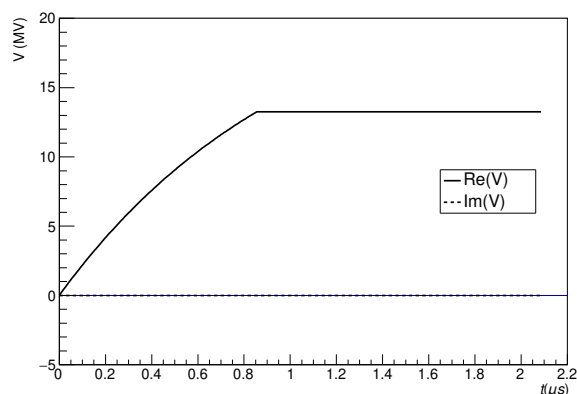


図 50 位相変調に加え、ギャップ制御を行った場合の空洞の電圧。加速開始後、ギャップ部も含めて電圧は一定となっており、また虚数成分も発生していない。

図 51 と 52 は実数成分および虚数成分を RF (赤線) ビーム電流 (青線) で表示したものである。各々についてビームと RF の入力の変化が相殺し、空洞電圧が一定に保たれていることがわかる。

11.2 ブースターライナックにおける補償

ブースターライナックは陽電子のエネルギーを DR 入射に必要な 5 GeV まで高めるのが役割である。電子ドライブ方式の場合、常伝導の

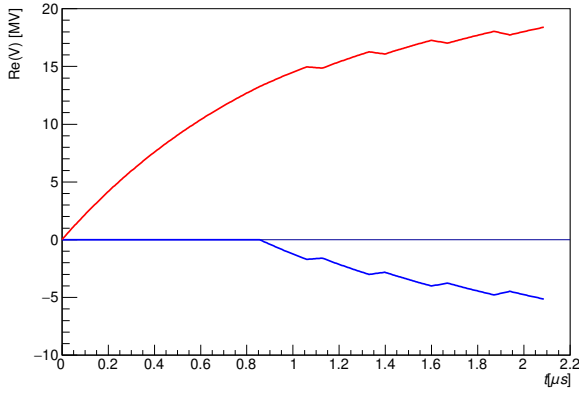


図 51 ギャップのあるパルスの加速のため、位相変調とギャップ変調を行った場合の電圧の実数成分。赤線が RF による波形。青線がビームによる波形。

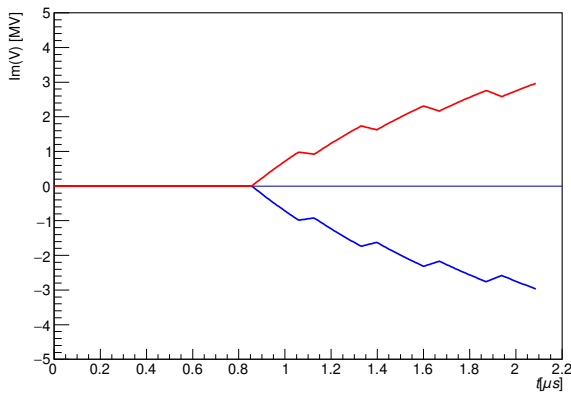


図 52 ギャップのあるパルスの加速のため、位相変調とギャップ変調を行った場合の電圧の虚数成分。赤線が RF による波形。青線がビームによる波形。

L-band および S-band の進行波型加速管が使用される。電子ドライブ方式のビーム電流はおよそ 0.8A であるから、ビームローディングによる加速電場の低減が顕著におこるため、その補償を行う必要がある。

一方、アンジュレーター方式の場合はブースターは主ライナックとほぼ同様の L-band 超伝導加速器が使用される。ビーム電流はおよそ 0.01A であり、カップリングベータが 1000 程度

と大きいためビーム負荷による減速場の発生はほとんど起きず、加速電圧の変動は問題とならない。

この節では、電子ドライブ方式のブースターライナックにおけるビームローディング補償について考える。定勾配型の進行波型加速管における RF パワー P の軸上位置についての変化は

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dz} &= \left(\frac{dP}{dz} \right)_{wall} + \left(\frac{dP}{dz} \right)_{beam}, \quad (256) \\ &= -2\alpha(z)P(z,t) - I_0E(z,t), \end{aligned}$$

と空洞壁による消費と、ビーム加速による消費により表される。加速管中のビーム進行方向に z をとり、 α は減衰パラメーター、 I_0 はビーム電流、 E は加速電場である。左辺の全微分を展開して

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t} \frac{dt}{dz}, \quad (257)$$

なので、まとめて

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{v_g(z)} \frac{\partial P}{\partial t} + 2\alpha(z)P(z,t) + I_0E(z,t) = 0, \quad (258)$$

を得る。 v_g は加速管中での RF の群速度である。これを電場で表すと

$$\frac{\partial E}{\partial z} - \frac{E}{2\alpha} \frac{d\alpha}{dz} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial E}{\partial t} + \alpha(z)E(z,t) + I_0\alpha r_0, \quad (259)$$

となる。ここで

$$P = \frac{E^2}{2\alpha r_0}, \quad (260)$$

より

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{E}{2\alpha r_0} \frac{\partial E}{\partial z}, \quad (261)$$

等を用いた。 r_0 は単位長さあたりのシャントインピーダンスである。また定加速勾配の条件

$$\frac{d\alpha}{dz} = -2\alpha(z) \quad (262)$$

より,

$$\alpha(z) - \frac{1}{2\alpha(z)} \frac{d\alpha}{dz} = 0, \quad (263)$$

となるので, 式 (259) の第二項と第四項はキャンセルしてゼロとなる.

式 (259) の両辺をラプラス変換すると

$$\frac{\partial E(z, s)}{\partial z} + \frac{s}{v_g} E(z, s) + \alpha r_0 I(s) = 0, \quad (264)$$

ここで変数 s はラプラス変換での変数である.

両辺を z について積分すると

$$E(z, s) = E(0, s) e^{st_z} - e^{-st_z} r_0 I \times \int_0^z e^{st_z} \alpha(z) dz, \quad (265)$$

加速管全体での加速電圧は [26]

$$V(s) = \frac{\omega L}{Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{1}{s + \frac{\omega}{Q}} E(s) \times \left(1 - e^{-(s + \frac{\omega}{Q})t_f}\right) - \frac{\omega r_0 L}{2Q(1 - e^{-2\tau})s} I(s) \times \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega(1 - e^{-st_f - 2\tau})}{Q(s + \frac{\omega}{Q})}\right]. \quad (266)$$

ここで τ は加速管内での RF の減衰を表すパラメーターで

$$\tau \equiv \int_0^L \alpha(z) dz, \quad (267)$$

で定義される. また充填時間 t_f は RF が加速管を通過する時間で

$$t_f = \int_0^L \frac{1}{v_g} dz, \quad (268)$$

として求められる. CG 加速管の場合は

$$2\tau = \frac{\omega}{Q} t_f, \quad (269)$$

である. ここで, 入力 RF により発生する電場およびビーム電流を

$$E(t) = E_0 u(t), \quad (270)$$

$$I(t) = I_0 u(t - t_i), \quad (271)$$

のように定義する. $u(t)$ は階段関数である. すなわち $t = 0$ で RF 入力を開始し, $t = t_i$ でビーム加速を開始する. 各々のラプラス変換は

$$E(s) = \frac{E_0}{s}, \quad (272)$$

$$I(s) = \frac{I_0}{s} e^{-st_i}, \quad (273)$$

となるので, 代入すると

$$V(s) = \frac{\omega L}{Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{1}{s + \frac{\omega}{Q}} \frac{E_0}{s} \times \left(1 - e^{-(s + \frac{\omega}{Q})t_f}\right) - \frac{\omega r_0 L}{2Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{I_0}{s^2} e^{-st_i} \times \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega(1 - e^{-st_f - 2\tau})}{Q(s + \frac{\omega}{Q})}\right], \quad (274)$$

となる. これを時間ドメインにラプラス逆変換すると

$$V(t) = \frac{E_0 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t}\right) u(t) - e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)}\right) u(t - t_f) \right] - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau(t - t_i)} + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_i)} \right] \times u(t - t_i) + \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left\{ -\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau(t - t_i - t_f)} + e^{-2\tau} \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_i - t_f)}\right] \right\} u(t - t_i - t_f), \quad (275)$$

となる.

ここで, $t < t_f$ とすると, 次式を得る. これは RF を入力し始めてから, RF が加速器内に充填されるまでの過渡的状态をあらわす.

$$V(t) = \frac{E_0 L}{1 - e^{-2\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t}\right), \quad (276)$$

RF 入力後, ビーム加速を行わなければ加速電圧は一定となる. この時の加速電圧の時間変化を

図 (53) にしめす. この例ではシャントインピーダンス $r_0 = 5.7 \times 10^7 \Omega/m$, 加速管長は 3.0m, 群速度平均で 0.015c の定勾配型を仮定している. 以下, 同様のパラメーターを利用する.

式 (275) において, $t_i = t_f$, $t_f < t < 2t_f$ とすると, 次式を得る.

$$V(t) = E_0L - \frac{r_0LI_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \times \left[-\frac{\omega}{Q}e^{-2\tau}(t - t_f) + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right]. \quad (277)$$

この式は, RF 充填が完了すると同時に, ビーム加速を開始した場合の加速電圧の変動を示している. 式からわかるように, 時間とともに加速電圧は変化し, 一定とならない. これがいわゆるビームローディングと呼ばれる現象である. ビーム加速を開始してから, 充填時間が経過すると電圧は一定となり, その値は

$$V(t) = E_0L - \frac{r_0LI_0}{2(1 - e^{-2\tau})}(1 - e^{-2\tau} - 2\tau e^{-2\tau}), \quad (278)$$

である. 図 54 にその時の加速電圧の時間変化を示す. ここではビーム電流は $3.2/6.15 \times 1.5 = 0.78A$ としている.

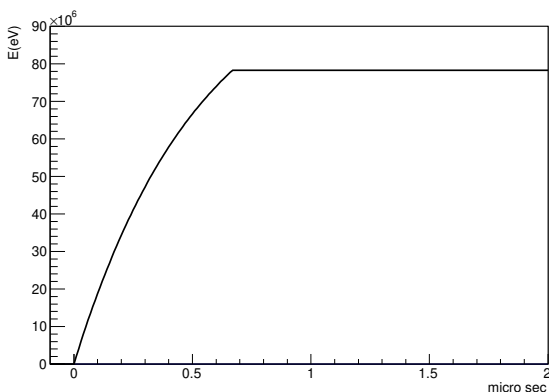


図 53 矩形波の RF パルスを入力した場合の加速管一本あたりの加速エネルギー.

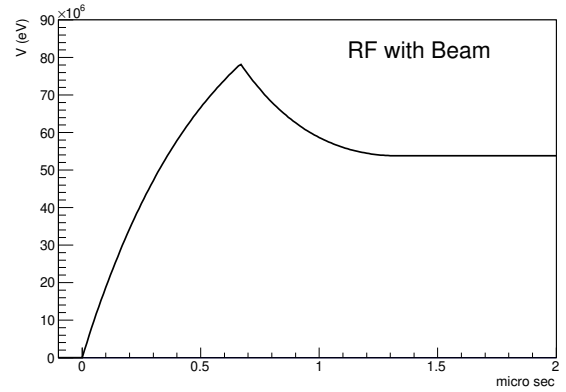


図 54 矩形波の RF パルスを入力し, 充填時間後に矩形波のビームを入力した場合の加速管一本あたりの加速エネルギー. ビームにより加速電場は減衰するが, ビームによる消費電力を含めてバランスがとれた段階で一定となる.

11.2.1 振幅変調によるビーム負荷補償

ビーム加速を開始してから充填時間が経過する間の電圧変化を打ち消すような RF の制御を考える. 以下, RF 入力開始後, 充填時間が経過した後にビーム加速を開始するものとする.

ビーム加速を開始すると, 加速管壁での消費電力に加え, ビームが持ち去る電力だけ消費電力が増えるから, それを補うように入力 RF パワーを増大させなくてはならない. そこで RF 入力を電圧にして次のように変化させる.

$$E(t) = E_0u(t) + E_1u(t - t_f), \quad (279)$$

すなわち, 加速電場は $t = t_f$ で不連続的に E_1 だけ増加させる. この時, E_1 の値は, ビーム加速する直前に生じていた加速エネルギー, すなわち E_0L をビームローディングのある状態で再現するような値に設定する.

この時, 前節と同様に加速電圧を求める. 電圧のラプラス変換は

$$E(s) = \frac{E_0}{s} + \frac{E_1}{s}e^{-st_f}, \quad (280)$$

となる. これを式に代入すると式 (281) を得る.

式 (281) をラプラス逆変換により時間ドメインに戻して、式 (282) を得る。ここで $t_f < t < 2t_f$ とすると式 (283) となる。を得る。この時、ビームが無い状態と加速電圧を同じにするために、次の条件を満足するように E_1 を決定する。

$$E_1 = \frac{r_0 I_0}{2} \left(\frac{2\tau e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} - 1 \right), \quad (284)$$

この時の結果を図 55 にしめす。破線がビーム加速しない場合に発生する加速電圧、破線がビームによる電圧降下（ビームローディング）、そして実線がビーム加速した場合の加速電圧を表す。また、その時の入力 RF の変調の様子を図 56 に示す。

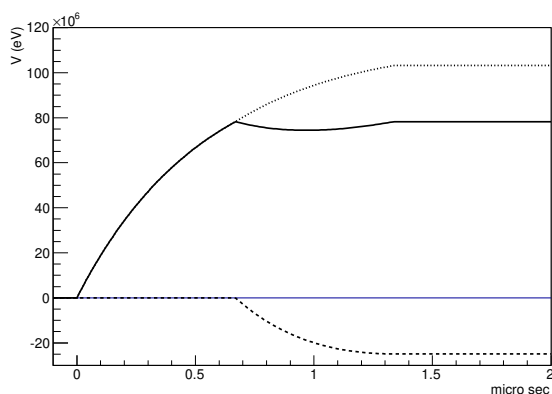


図 55 ビーム入射と同時に、RF の振幅を増大させた場合の加速エネルギーの変化。ビーム加速を開始してから充填時間が経過した後は、加速開始直前の加速電圧に回復しているが、一時的な電圧低下が生じる。

この結果から明らかなように、ビーム加速を開始してから充填時間が経過した後は、RF パワーを増大させたことにより、ビームによる消費電力を補い、加速電圧が一定となっている。しかしビーム加速を開始してから充填時間が経過する間、過渡的な加速電圧の変動が見られる。これはビーム加速を開始した時点では加速管に充填されているパワーは、ビームが無い状態で所定の電場を維持する値であり、ビーム加速でパ

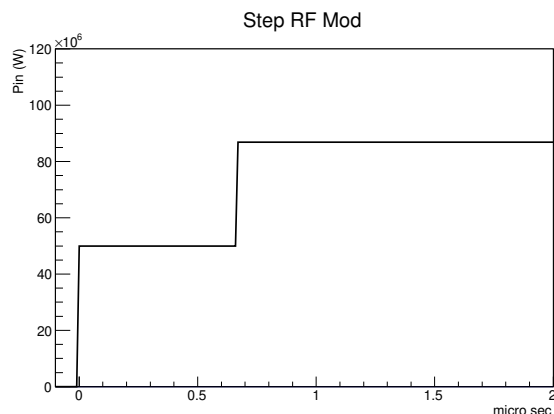


図 56 RF パワー入力変調の様子。ビーム加速と同時にパワーを階段関数的に増大させる。

ワーが食われることにより電場は減少する。しかし振幅を増大させた RF の充填が進むにつれて、電場はビーム加速前の値に戻っていく。

この過渡的なビームローディングを抑制し、完全にビーム加速電圧を一定にするには、上で行ったビームと同期したような矩形波の振幅変調に加え、振幅を増大させた RF が充填されるまでの過渡的な状態を補償する波形を加えなくてはならない。加える波形は、ビーム加速開始から充填時間が経過した後はゼロとなる必要がある。式 283 をよく見ると、ビームによる電圧変動成分は、指数関数項と線形項からなる。これに対して、矩形波の変調項は指数関数項のみを含むため、補償が不完全であることがわかる。ビームローディング由来の二つの項を補償するために、矩形波に加えて、線形の振幅変調が必要である。具体的には RF 入力を電圧にして次のように変化させる。

$$E(t) = E_0 u(t) + E_1 u(t - t_f) + E_2 (t - t_f) u(t - t_f) + E_2 (t - 2t_f) u(t - 2t_f), \quad (285)$$

すなわち、加速電場は $t = t_f$ で不連続的に E_1 だけ増加させ、さらに時間の一時関数で振幅 E_2

$$V(s) = \frac{\omega L}{Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{1}{s + \omega/Q} \left(\frac{E_0}{s} + \frac{E_1}{s} e^{-st_f} \right) \times \left(1 - e^{-(s + \omega/Q)t_f} \right) - \frac{\omega r_0 L}{2Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{I_0}{s^2} e^{-st_f} \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega(1 - e^{-st_f - 2\tau})}{Q(s + \omega/Q)} \right], \quad (281)$$

$$V(t) = \frac{E_0 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t} \right) u(t) - e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right) u(t - t_f) \right] + \frac{E_1 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right) u(t - t_f) - e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - 2t_f)} \right) u(t - 2t_f) \right] - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - t_f) + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right] u(t - t_f) + \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left(-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - 2t_f) + e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - 2t_f)} \right) \right) u(t - 2t_f), \quad (282)$$

$$V(t) = E_0 L + \frac{L E_1}{1 - e^{-2\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right) - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - t_f) + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t - t_f)} \right], \quad (283)$$

でランプさせる。図 57 にその様子をしめす。\$E_2\$ の次元は電場/時間である。これらのラプラス変換は

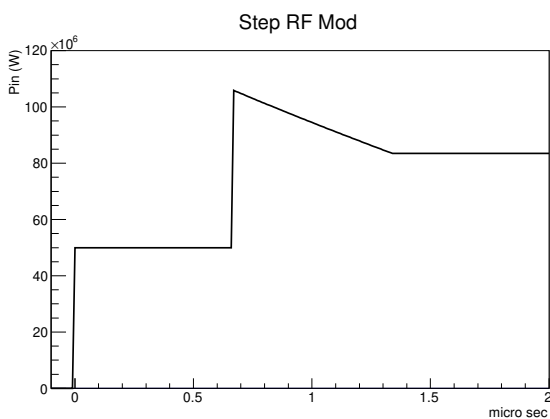


図 57 追加波形を加えた振幅変調の様子を入力パワーで表した。ステップ状の矩形波変調に加えて、線形の項を加えている。

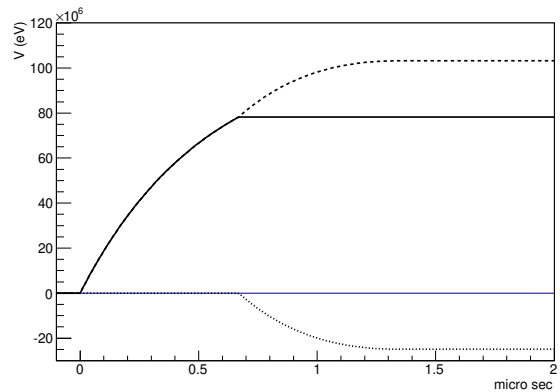


図 58 追加波形を加えた振幅変調による加速電圧の変化。過渡的のビームローディングを完全に抑制して、均一な加速を実現している。

$$E(s) = \frac{E_0}{s} + \frac{E_1}{s} e^{-st_f} + \frac{E_2}{s^2} e^{-st_f}, \quad (286)$$

となる。計算が煩雑となるので、最後の項はとりあえず無視する。これを式に代入すると式

(287) となる. 式 (287) をラプラス逆変換により時間ドメインに戻すと, 式 (288) となる. を得る. ここで $t_f < t < 2t_f$ とすると, を得る. この時, 次の条件を満足するように E_1 および E_2 を決定すると, 式 (289) における時間変化は打ち消される.

$$E_1 = \frac{r_0 I_0}{2} (1 - e^{-2\tau}),$$

$$E_2 = -\frac{r_0 I_0}{2} \frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}, \quad (290)$$

すると, 加速電圧は

$$V(t) = E_0 L + \frac{L}{1 - e^{-2\tau}} \left(E_1 - \frac{Q}{\omega} E_2 \right) - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} = E_0 L, \quad (291)$$

となり, 時間に依存しない. 図 58 にその結果を示す. 破線がビーム加速しない場合の加速電圧, 点線がビームによる電圧降下, そして実線がビーム加速した場合の電圧である. 図 57 に示したような振幅変調をかけることで, 過渡的ビームローディングを完全に抑制できていることがわかる.

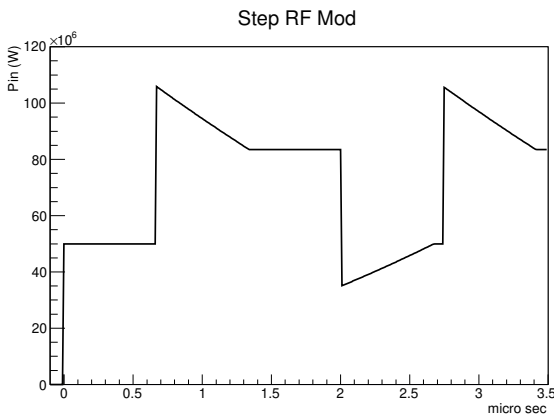


図 59 マルチパルスの場合の振幅変調による入力 RF パルス. パルス間隔が充填時間より長い場合は, 次のパルス開始時点での加速管内の状況は最初のビーム加速開始時点と同じであるので, 振幅変調は単なる繰り返しである.

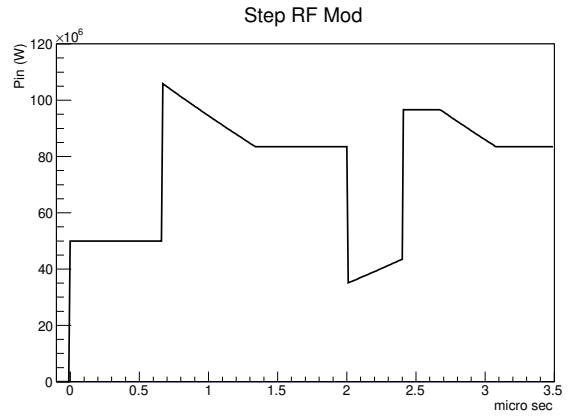


図 60 マルチパルスの場合の振幅変調による入力 RF パルス. パルス間隔が充填時間より短い場合は, 次のパルス開始時点では加速管の出口付近は変調された大パワーの RF が残っているので, 最初のビーム開始時点での変調よりも小さい変調で均一加速ができる.

ビームパルスが終了し, ビーム負荷が無くなると加速電圧は上昇を始めるので, ビームパルス終了の時点で入力 RF を P_0 に戻す必要がある. しかしその場合でも, 加速電圧が $E_0 L$ にもどるには充填時間が必要で, その間はやはり過渡的な電圧変動が見られる. 次のパルスが開始されるまでのパルス間隔が充填時間以上あれば問題ないが, 次のパルスまでの間隔が充填時間より短い場合は, 加速エネルギーを均一化するためにはこの過渡的変動を補償しなければならない. この場合, ビーム加速開始の場合に生じる過渡的変動とは符号が逆となるので,

$$E(t) = E_0 u(t) + E_2 (t - t_e) u(t - t_e) - E_2 (t - t_e - t_f) u(t - t_e - t_f), \quad (292)$$

という変調をかければよい. ここで t_e はビームパルスが終わる時間である.

このような変調をかけておけば, 次のパルスの開始時点で加速管に生じている電場の積分値, すなわち加速電圧は最初のパルス開始前の状態と同じであるから, あとは同じ RF 変調を繰り返す

$$V(s) = \frac{\omega L}{Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{1}{s + \omega/Q} \left(\frac{E_0}{s} + \frac{E_1}{s} e^{-st_f} + \frac{E_2}{s^2} e^{-st_f} \right) \left(1 - e^{-(s + \omega/Q)t_f} \right) - \frac{\omega r_0 L}{2Q(1 - e^{-2\tau})} \frac{I_0}{s^2} e^{-st_f} \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega(1 - e^{-st_f - 2\tau})}{Q(s + \omega/Q)} \right], \quad (287)$$

$$V(t) = \frac{E_0 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t} \right) u(t) - e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right) u(t - t_f) \right] + \frac{E_1 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right) u(t - t_f) - e^{-2\tau} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-2t_f)} \right) u(t - 2t_f) \right] + \frac{E_2 L}{1 - e^{-2\tau}} \left[(t - t_f) - \frac{Q}{\omega} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right) \right] - \frac{E_2 L e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \left[(t - 2t_f) - \frac{Q}{\omega} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-2t_f)} \right) \right] u(t - 2t_f) - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - t_f) + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right] u(t - t_f) + \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - 2t_f) + e^{-2\tau} \left[1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-2t_f)} \right] \right] u(t - 2t_f), \quad (288)$$

$$V(t) = E_0 L + \frac{L}{1 - e^{-2\tau}} \left(E_1 - \frac{Q}{\omega} E_2 \right) \left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right) + \frac{L}{1 - e^{-2\tau}} E_2 (t - t_f) - \frac{r_0 L I_0}{2(1 - e^{-2\tau})} \left[-\frac{\omega}{Q} e^{-2\tau}(t - t_f) + 1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)} \right], \quad (289)$$

返せばよい。マルチパルスでの加速の場合の変調の様子を図 59 および 60 に示す。各々パルス間隔が充填時間より長い場合、および短い場合の RF 入力波形である。パルス間隔が充填時間より長い場合は、次のパルスが開始されるまでに加速管内の状態は最初のビーム加速開始時点とまったく同じであるので、変調の波形も全く同じ波形の繰り返しである。一方、次のパルスが充填時間を待たずにして開始される場合、加速管内の末端にはまだ変調された RF パワーが充填されているので、変調量はその分小さくてよい。

12 ILC 陽電子源

ILC 陽電子源には、電子ドライブ陽電子源、アンジュレーター陽電子源、そしてレーザーコンプトン陽電子源という 3 方式が提案されてきた。電子ドライブ方式は 3GeV の電子ビームを用いることで陽電子を生成する方式であり、これまで多くの加速器施設で用いられてきた方式である。アンジュレーター方式はアンジュレーター輻射から得られる高エネルギーガンマ線を利用する方法で、これまでに用いられたことがない新方式である。レーザーコンプトン方式は、レーザーコンプトンから得られる γ 線を利用す

るもので、一部では利用されているが、アンジュレーターと同様に本格的に利用された実績はない。

アンジュレーター方式では偏極陽電子が得られることが利点であるが、陽電子の生成のために高エネルギーの電子ビームが必要なことが大きな制約となる。専用の電子ビームを用意することはできないから、主加速器の電子ビームを利用する。陽電子入射器が電子加速器全体に依存することとなり、システム上の大きな制約となる。加速器の稼働率は実効的なルミノシティを決める重要な指標であるが、下に示すようにサブシステム間の依存性は低稼働率につながる。

加速器全体の稼働率 R は、次の式で表される。

$$R = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad (293)$$

ここで $MTBF$ は平均連続稼働時間 (Mean Time Between Failure) で、故障やトラブルなく連続的に運転できる平均時間ある。また $MTTR$ は故障やトラブルから復旧に必要な平均時間である。実際には定期メンテナンスなどを行うが、ここでは稼働率の計算に含めない。

$MTTR$ はトラブルの深刻さなどにより時間が大きく変化するが、ここでは復旧後の加速器立ち上げ時間に着目する。 $MTTR$ はシステムが並列か直列かによって大きく異なる。例えばシステムが A, B, C という3つのサブシステムからなり各々の復旧立ち上げに t_A, t_B, t_C が必要とする。この3つのシステムが直列システムの場合の復旧時間 $MTTR_S$ は

$$MTTR_S = t_A + t_B + t_C \quad (294)$$

となる。一方、並列システムの場合 $MTTR_P$ は

$$MTTR_P = \max(t_A, t_B, t_C) \quad (295)$$

となる。 $\max()$ は最大の値をとる関数である。各々のサブシステムの復旧時間が等しいとする

と、直列システムの場合の復旧時間は並列システムの三倍となる。直列のシステムは並列のシステムに比べて、稼働率が低下しやすいという性質がある。

システムエンジニアリングの視点から ILC を眺めると (加速器はだいたいそうだが)、電子側と陽電子側が各々独立な直列システムとなっていることがわかる。図 61 は電子ドライブ方式を採用した場合の ILC のシステムダイアグラムで、電子側、陽電子側が各々独立したシステムとなり、2つの直列システムが並列に並んでいることがわかる。一方で、図 62 に示すように、アンジュレーター陽電子源を採用した場合は陽電子生成に電子ビームが必要となるので、電子主加速器が陽電子側と結合し、一つの巨大な直列システムとなっている。詳しい分析を行う余裕

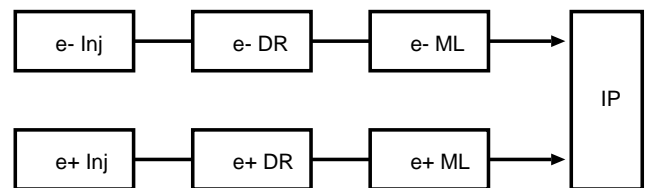


図 61 電子ドライブ陽電子源を採用した場合の ILC のシステムダイアグラム。2つの直列システムが並列している。

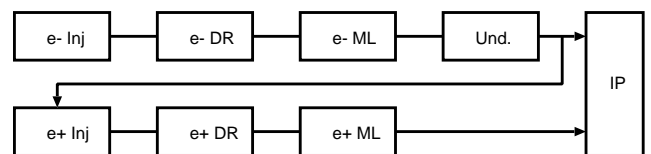


図 62 アンジュレーター陽電子源を採用した場合の ILC のシステムダイアグラム。全体が一つの直列システムからなっている。

は無いが、アンジュレーター陽電子源を採用した場合の ILC の稼働率は電子ドライブ方式を採用した場合に比べて大幅に下がる可能性がある。したがってアンジュレーター陽電子源を採用する場合には、電子ドライブ方式に比べて、各

サブシステムに対する MTBF は十分に低く抑える必要があることを述べておく。

レーザーコンプトン方式では 4.8 nC という ILC の大電荷バンチを実現するのが課題である。コンプトン散乱の断面積が小さいため、現在のところ 4.8 nC というバンチ電荷を実現する十分なガンマ線強度を得る見通しが立っていない。現在の提案では光学空洞の蓄積された $1\mu\text{m}$ の波長のレーザー光を電子蓄積リングを周回する電子ビームとの散乱によりガンマ線を繰り返し作成するが、一回あたりの散乱から生成できる陽電子数は 24 pC 程度である [27]。4.8nC のバンチ電荷を得るためには生成された陽電子は 200 回にわたり重畳する必要があり、実現のためには緻密な設計が必要となる。

以下、電子ドライブ方式とアンジュレーター方式の ILC の 2 つの陽電子源について概説する。

12.1 電子ドライブ方式

図 63 は電子ドライブ用電子源の概要図を示している。ドライブ電子用の電子ライナック、陽電子生成部、陽電子補足部、陽電子ブースター、ECS から構成される。

図 64 は電子ビームドライブ陽電子源の時間ダイアグラムを示す。1300 バンチの陽電子を 60ms の時間をかけて生成し DR へとためていく。すべてのバンチが入射された時点で DR で 140ms 放射減衰のため蓄積し、その後 0.7ms かけて ML を経由し衝突点に送られる。1300 バンチのビームは 20 パルスにわけて生成する。各々のパルスは 66 バンチを含むマルチバンチ構造であるが、図 46 のように間にギャップを含んでいる。この 20 パルスは 3.3ms 毎に 300Hz で繰り返される。これに必要な時間が 60ms となる。

各々のパルスは長さにして $0.5\mu\text{s}$ 程度であるから、常伝導加速器を使うほうが効率がよい。

図 46 に示されているパルス構造は DR に陽電子ビームが蓄積される際のパターンと同一である。従ってバンチ間隔の 6.15ns は加速 RF である 1.3GHz のちょうど 8 分の 1 となっている。陽電子源で使用する加速 RF もこの周期と同期する必要がある。電子ドライバーは 2.6GHz の S-band, 陽電子補足ライナックは 1.3GHz の L-band, 陽電子ブースターは 1.3 GHz と 2.6 GHz を併用する。

DR にバンチを蓄積するパターンが図 46 となる理由が面白いのでここで説明しておく。DR には 1300 バンチが蓄積される。主加速器で加速されるさいのバンチ間隔は 552ns (1.3 GHz の 704 周期) であるこの間隔のまま DR を設計すると DR の周長は 220km と長大なものとなるため、蓄積のさいはバンチ間隔を $1/90$ の 6.15ns (1.3GHz の周期の 8 倍) で蓄積する。

DR の RF 周波数は 650MHz で、そのハーモニック数は 7044 である。そこに主加速器でのバンチ間隔である 542ns を入れていくことにしよう。出射は入射の反対だからどちらでかんがえても同じである。542ns は 650MHz で数えると 352 周期である。とりあえず 100 番目のバケツに陽電子を入れる。次は 452 番目、次は 804 番目と入れていくと、20 バンチ目で 96 番目のバケツに行き当たる。次は 448, 次は 800 と、前に入れたバンチの四つ前のバケツに入れていくことなる。このように 1300 バンチを入れていくと、33 バンチ (あるいは 32 バンチ) が 4 バケツごと (6.15ns) に並んだパターンが出来上がる。このようなパターンが出来上がった状態で、同様に取り出していくと、主加速器で等間隔の 552ns というパルスが出現する。

ポイントは (共通の約数を除いて) 取り出し間隔と DR のハーモニック数が互いに素の関係にあることである。そのような関係にないと、全

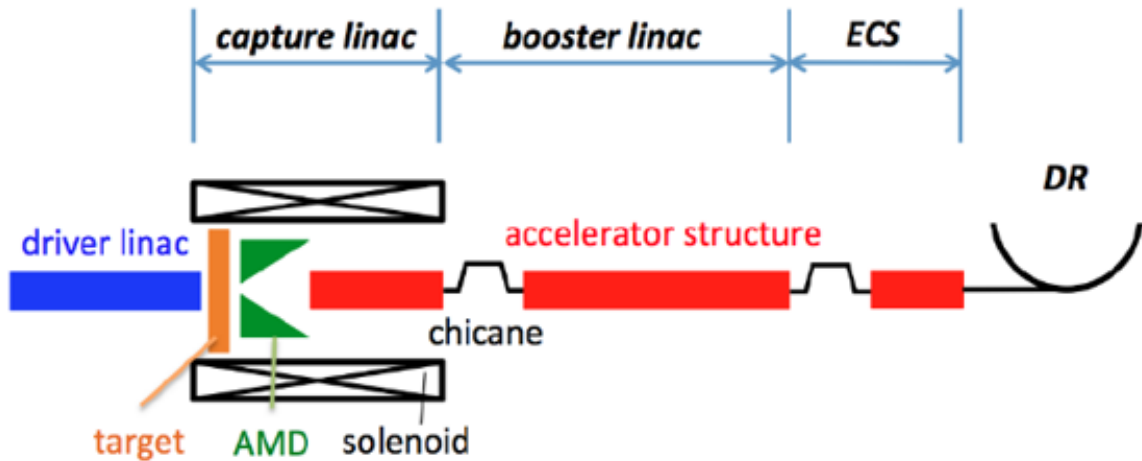


図 63 電子ドライブ陽電子源の概念図. ドライブ電子用の電子ライナック, 陽電子生成部, 陽電子補足部, 陽電子ブースター, ECS から構成される.

部のバンチを取り出すことはできない. ハーモニク数と取り出し間隔を決めれば自動的にパターンは決まってしまう. 電子ドライブ方式は加速に常伝導加速器を使うので, バンチ間隔を広くとってスカスカのパルスで加速することができない. そのため, DR のパターンの一部を切り取ったものをそのままパルス構造として生成する.

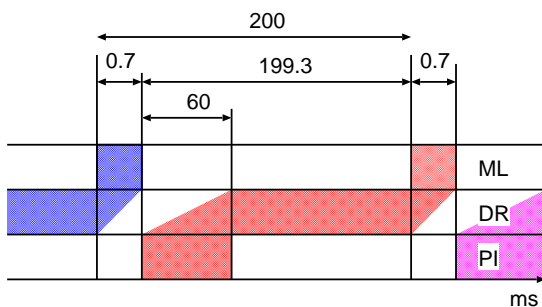


図 64 電子ビームドライブ陽電子源の時間ダイアグラム. 1300 バンチの陽電子を 60ms の時間をかけて生成し DR へとためていく. DR で 140ms 放射減衰のため蓄積し, その後 0.7ms かけて ML を経由し衝突点に送られる.

このように決まったパルス構造の 3 GeV の電子ビームを生成し, W-Re 標的に打ち込み,

Bremsstrahlung によりガンマ線を生成し, 同時に対生成反応により電子・陽電子対を生成する. 陽電子の収束光学系としては, 二導体の Flux concentrator を使用する. RF 補足は 1.3GHz の定在波型空洞を使用し, ビームサイズを抑えるために全体が 0.5 T のソレノイド場に入れている.

図 46 に示されたパルスを 20 個並べると 1300 バンチとなり, DR が満杯となる. この陽電子入射器はこのパルスを 3.3 ms (300 Hz) ごとに生成して DR へと入射する. これに必要な時間がおおよそ 63 ms である. 図 64 は陽電子入射器の時間ダイアグラムを示す. 陽電子入射前に DR 内に貯められている陽電子はすべて主ライナックへと取り出されて空となるが, それは陽電子の出射と入射のパターンが異なるからである. 63 ms かけて陽電子を DR に貯めて, その後 130 ms かけて陽電子を放射減衰させてさらに飼いならし, 主加速器へと送る.

以下, 陽電子生成について順を追って説明する. 詳しい設計については文献 [18] にまとめられている.

12.1.1 電子ドライバー

電子ドライバーは図 46 のパルス構造を有した 3 GeV の電子ビームを生成する。バンチ電荷は陽電子生成率を 1.2 とすると 4.0 nC となる。バンチ間隔が 6.15 ns であるから、ビーム負荷電流は 0.65 A となる。これは大きな値とは言えないが、ビーム負荷の補償が必要である。

電子は 2.6 GHz の S-band RF 電子銃により生成される。カソードとしては CsTe[28] あるいは CsKSb[29] を用いる。CsTe の場合、励起レーザーは UV 領域、CsKSb ならば可視光領域となる。レーザーシステムを考えると CsKSb のほうが優れているが、運転寿命などを総合的に勘案して選択する。RF 電子銃は定在波型空洞であるから、ビーム負荷は 11.1 で説明した方法で補償可能である。

加速には 3m の S-band 2.6GHz の進行波型加速管を利用する。KEK-ATF で開発された 2856MHz の $2\pi/3$ モード空洞 [30] を、周波数スケールして利用する。ここでもビーム負荷の補償が必要であるから、11.2 で説明した方法で補償する。これらの方法では 2 つのクライストロンからの出力を合成して利用するが、一つの加速管に二台のクライストロンは贅沢であるので、二台のクライストロンの合成をさらに四分割して加速管へと入力する。S-band の高出力管は 80MW 程度を出力可能であるので、加速管一本あたりのパワーは 10% のパワーロスを考慮して 36 MW となる。0.65 A のビーム負荷がある場合の加速管一本あたりの加速電圧は 26.6MV となるから、全部で 113 本の加速管が必要となる。仮に 30RF ユニットを仮定すると、必要なクライストロンは 60 本、加速管は 120 本、加速エネルギーはおよそ 3.2 GeV となる。Lattice はライナック前半は 4Q+2S、後半を 4Q+4S とする。

12.1.2 陽電子生成標的

陽電子生成標的は 16mm 厚の W-Re 合金を利用する。W-Re 合金は SLC[2] の陽電子源で使用されたもので、今までに最も高い負荷で陽電子生成に利用された実績をもつ。事前のテストで 70 J/g[31] という破壊限界を持つとされ、SLC ではその半分の 35 J/g で運転され、数年間使用されている。

図 65 は標的の断面の概念図 [32] である。標的は 5 m/s の接線速度で回転する。標的直径は 50cm で、W-Re のリム型の標的が真空中でおよそ 200rpm で回転する。リムは銅の円盤に固定されており銅は水冷されている。回転軸中心は水路となっており、外部から水を流し冷却する。真空封止は回転軸と容器の隙間を磁性流体で塞ぐことで行う。回転させるのはビームの負荷を分散させるためである。陽電子は 3.3ms ごとに 66 バンチがやってくるが、標的の速度を考えると 66 バンチは一箇所に集中し、次のパルスの陽電子は 16.5mm ほどずれた場所に移動する。ビームパワーは 70kW であるが、およそ

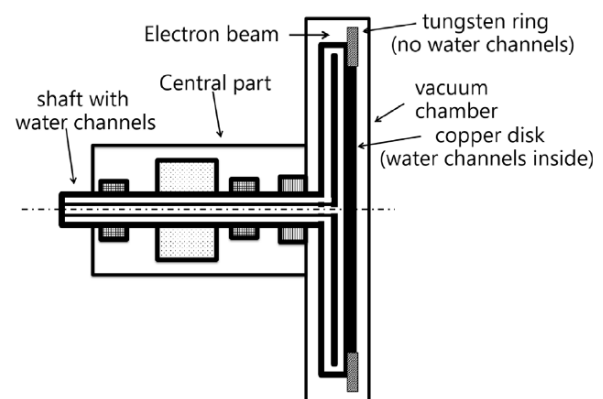


図 65 標的の断面図。W-Re のリム型の標的が真空中で回転する。リムは銅の円盤に固定されており銅は水冷されている。回転軸中心は水路となっており冷却水を循環させる。真空は回転軸と容器の隙間を磁性流体で塞ぐことで行う。

の半分の 36kW が標的の熱負荷となる。図 66 は運転中の標的の温度分布をみたもので、冷却水 25° を 60 l/min を流している。瞬間最大温度は 360° 程度である。赤や黄色のスポットは温度の高い部分を示し、各パルスがそこに入射し温度が上昇していることをしめす。このように負荷としては 66 バンチの効果が重畳すると考えて良い。瞬間最大応力は 470 MPa となっ

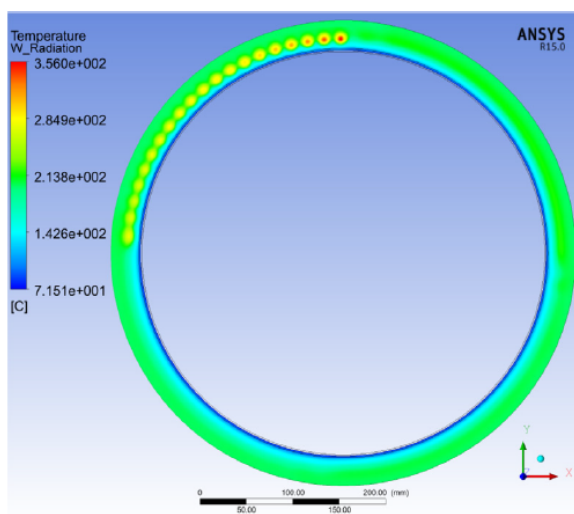


図 66 20 パルスの電子ビームがターゲットに照射された直後の温度分布。

ており、疲労限界 520 MPa を下回っている。これらの推計にはパルスあたり 2600 バンチを仮定しており、1300 バンチの運転には余裕があるが、2600 バンチの場合は疲労限界に近い条件となる。

図 67 はビームが標的に与えるエネルギー密度 (Peak Energy Deposition Density, PEDD) の深さ方向の分布である。この値は 66 バンチが重畳した場合である。シャワーが発達するにつれて密度があがり、ピーク値は 33.6 J/g である。ターゲット厚みは 16mm であるが、出口の密度が少し下がっているのは、最下流では後方散乱が無いことによる。

真空封止に利用する磁性流体シールについて

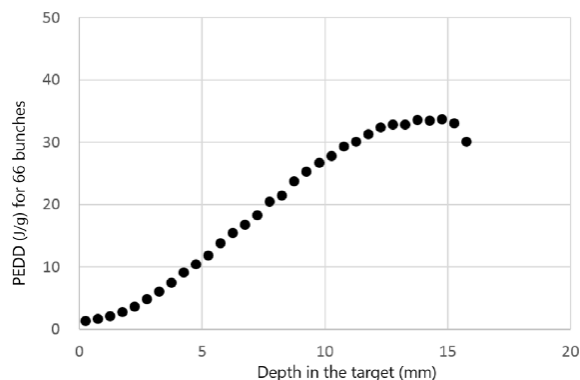


図 67 標的の PEDD の深さ方向の分布

説明する。磁性流体シールとは一言で言えば鉄の粉を有機溶媒に混ぜたコロイドの液体で、磁石にまとわりつく性質を利用して真空シールとして利用する。回転軸と容器のすき間に磁性流体を流し込み、シール部を囲むように磁石を環状に並べると円周を隙間なく磁性流体が覆う。回転軸と容器は接触していないから、自由に回転できる。

有機溶媒を真空中に持ち込むことに、真空の専門家ほどアレルギー反応を起こすようである。磁性流体による真空シールは長い実績をもつデバイスで、回転機構を持つ真空機器にはよく使われているデバイスだ。民生用の X 線生成用の回転標的の回転軸の真空封止に使われている。

そこで回転軸のプロトタイプを利用し、真空封止試験が行われた。その試験では 225rpm の回転速度で軸を回転した状態で、真空圧力、ガス放出係数などが測定された。真空封止ユニットは流体が蒸発してしまうため真空焼き出しができないが、その状態で 100 l/s のイオンポンプの排気により $5.0 \times 10^{-7} \text{Pa}$ を実現している。

磁性流体シールからのガス放出係数を求めると $5 \times 10^{-8} \text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ となるので、この値を仮定し、実際の標的直下に設置される第一加速管における真空圧力をもとめたものが図 68 にしめしてある。標的の真空ポンプや、各部のコン

ダクタンスを考慮すると加速管における圧力は $7 \times 10^{-8} \sim 4 \times 10^{-9} Pa$ となった. 加速管の運転には支障がないことがわかる. ここで求められたガス放出率は系全体の値であり, 実際にはシール本体からはその一部であることを注意しておく.

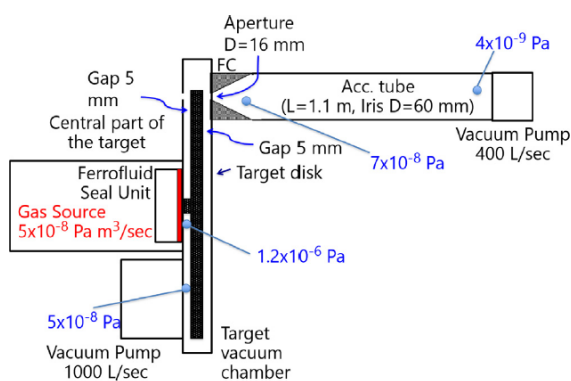


図 68 測定されたシールからのガス放出係数をもとに推測した各部の真空圧力.

磁性流体シールの放射線損傷による劣化試験が, 量研機構高崎のコバルト 60 照射施設で行われた. そこではシールユニット全体に 4.7 MGy の放射線量が照射された. この値は ILC の 6 年間の運転に相当する量である. このユニットを用いて, 通常の三倍である 600rpm までの回転テストを実施したがシール性能の変化は確認されなかった. シール材は十分な放射線耐性を持っている [18].

12.1.3 Flux Concentrator

図 69 は Flux Concentrator の断面図を表す. 採用する FC は二導体タイプである. ビームは右から左に向けて飛来し, 標的に照射され, その下流に FC が配置される. 標的の左側にある円錐形の空間がビームが通過する空間であり, 軸上磁場が誘起される. 磁束の保存則により, アパーチャーの小さい場所では磁場は強くなり, 大きい場所では磁場は弱くなる. 下部が第一導体であり, このコイル状の導体にパルス電流を

流すことで磁場を生成し, 第二導体に誘導電流を作り出す. 図 40 に示されているように, 誘導電流は第二導体の内壁に沿って流れる. 図 69 の中央部の台形の部分はスリットになっており, 絶縁されている.

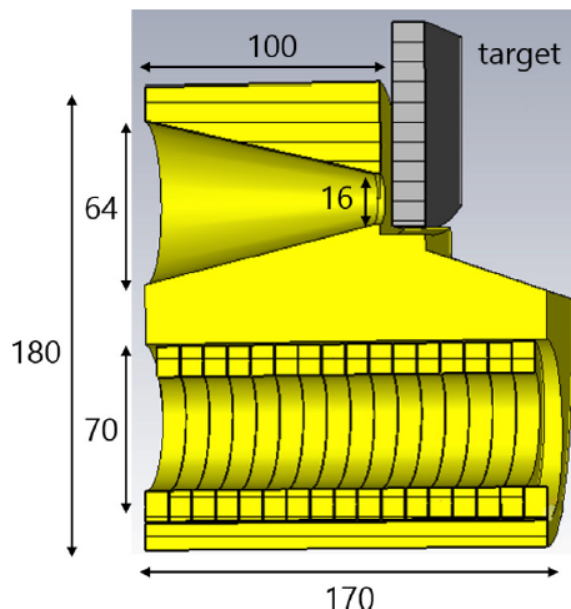


図 69 FC の断面図. 下部のコイル状の第一導体にパルス電流を流すことで磁場を生成し, 第二導体に誘導電流を作り出す. 第二導体の内壁にそって誘導電流が流れ, 円錐形の空間に磁場が誘起される.

図 70 はモデル化された軸上の磁場分布を表したものである. $z = 0$ が FC の入り口断面の位置を示しており, 漏れ磁場の影響で $z = 5$ の場所が最大磁場 5T となっている. 標的の下流部断面の位置は入り口から -1 mm あるいは -2 mm に置かれるため, 標的上の磁場は 1T 程度である.

FC には 14kW のジュール損失と 6.4kW のビームからの負荷が熱として加わる. 図 71 は冷却についてのシミュレーション結果である [33]. ビーム負荷が集中する最上流部の温度が最も高くなっており, そこが $75^{\circ}C$ になっており, 十分に通常の水冷構造で冷却可能であることがわ

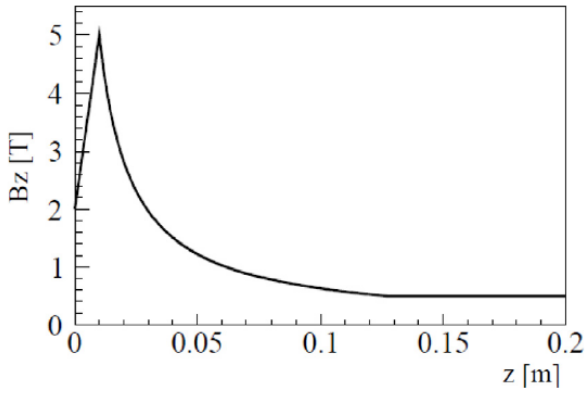


図 70 FC の軸上の磁場分布を表したものである。 $z = 0$ が FC の入り口断面、標的下流部の断面は入り口から-1 mm あるいは-2 mm の位置におかれる。

かる。

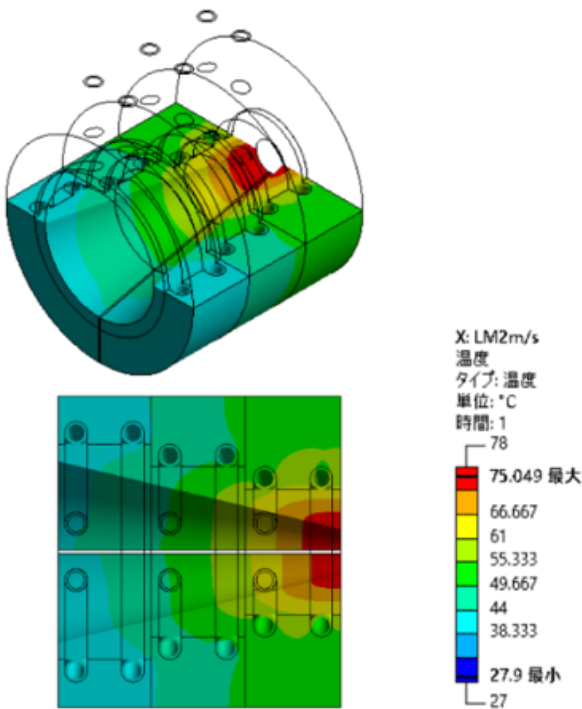


図 71 FC の熱解析。導体に設置したチャンネル部に 25° の冷却水を流し、ジュールロスとビームの負荷を仮定した場合の温度分布を求めたもの。最大の温度上昇は最小アパーチャー部で 50° 程度。

12.1.4 補足線形加速器

補足線形加速器は 41 台の 1.3 GHz APS(Alternate Periodic Structure) 型の定在

波型空洞からなる。図 72 に Superfish[34] で求めた電場分布を示す。実際の構造はこれが 11 個あり大きな加速セルと小さいアイドルセルが交互にならんでいる。 $\pi/2$ モードの周波数が 1.3GHz となるように合わせている。 $\pi/2$ モードは郡速度が最大で、 π も一どと異なり、定在波でもモード安定性がよいのが特徴だがセル間のモードの打ち消しが起こり、実際に電場が立つセルが一つおきとなる。そこで電場の立たないセルをたんにパワーを伝搬するためとしてセル長を短くとり、電場の立つセルのセル長を大きくとり、加速効率を高めている。 R/Q は 146Ω 、 Q 値は 25000、実効シャントインピーダンスは $31.5M\Omega/m$ である。

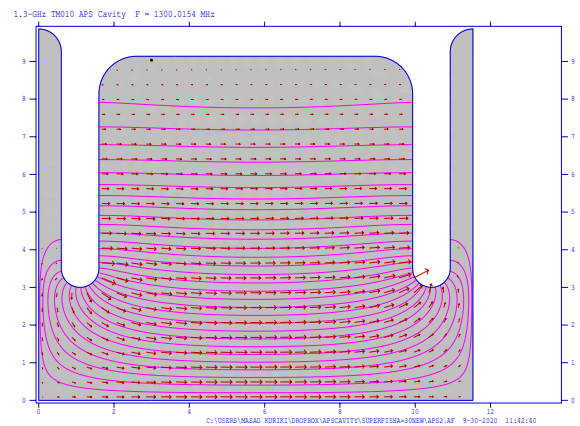


図 72 設計した APS 空洞の Superfish[34] による計算結果。

FC と同様に加速管における温度分布を求めた。RF による負荷は小さくビームによる負荷が支配的である。その値は第一加速管で 17kW となる。図 73 にその結果を示す [33]。ビーム軸と平行に複数の冷却チャンネルを通した構造で、最大となる温度上昇はアイリス部の 40° であった。冷却そのものはなんの問題もないが、この温度上昇による RF 特性の変化は慎重に検討する必要がある。

陽電子には減速キャプチャーが適用される。その様子を横軸に z 、縦軸に相対的なエネルギー

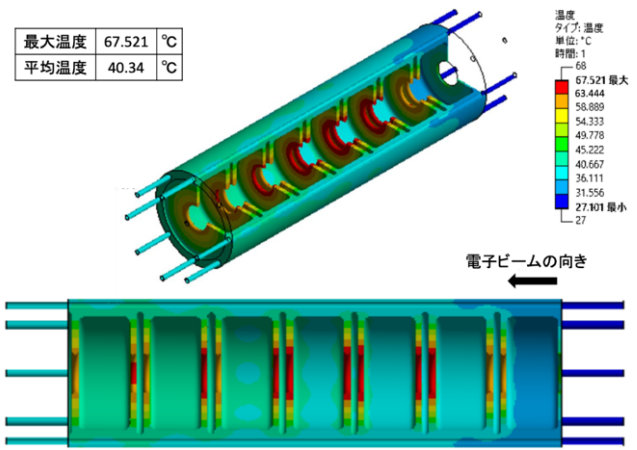


図 73 第一加速管の冷却シミュレーション。ビームに 17kW の負荷が支配的である。

ギーの δ をとり表示する。図 74 は標的から出た直後の陽電子の分布でピークは $z = 0$ の低エネルギー部にあるものの、高エネルギーに長いテールを引いているのがわかる。図 75 は補足線

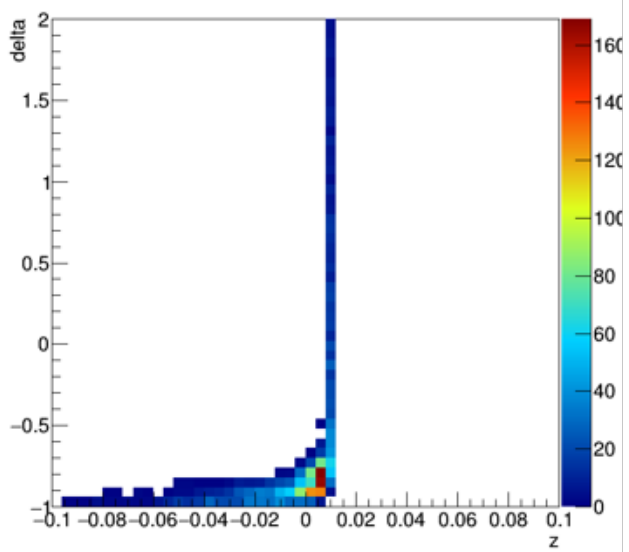


図 74 標的直後の陽電子の分布

形加速器の初段部における陽電子分布で、高エネルギーに広がっていたテール部分の陽電子が減速され、エネルギーが低減しているのがわかる。また陽電子のメインの部分は位相スリップにより後ろに移動し、加速位相の裾に乗って加

速され始めているのがわかる。図 76 は後半部に

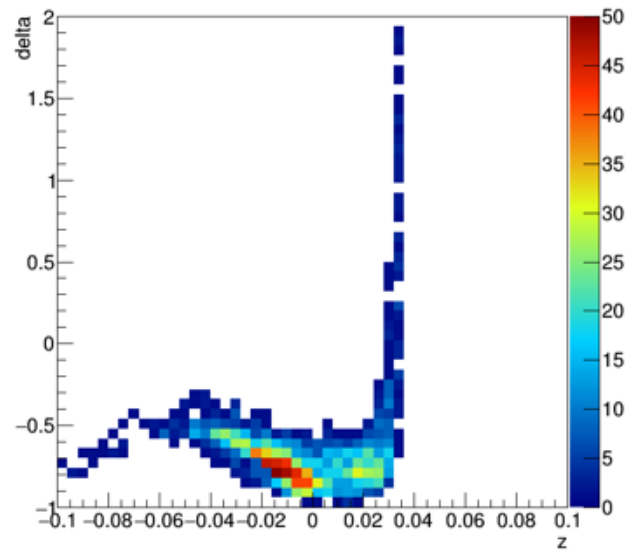


図 75 補足線形加速器初段部における陽電子分布。

における陽電子分布で、陽電子のほとんどはすでに減速位相を抜けて、加速位相に移動しているのがわかる。加速位相に移動した時間に従いエネルギーと位置が変化しており、RF による加速を表す三角関数の曲線がみてとれる。図 77

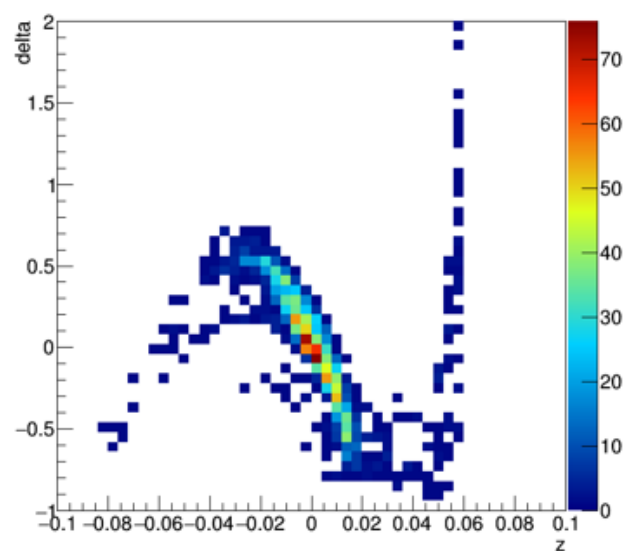


図 76 補足線形加速器後半部における陽電子分布。

は補足線形加速器出口における陽電子分布であ

る。加速が進み、陽電子が RF 曲線にそって分布しているのがわかる。

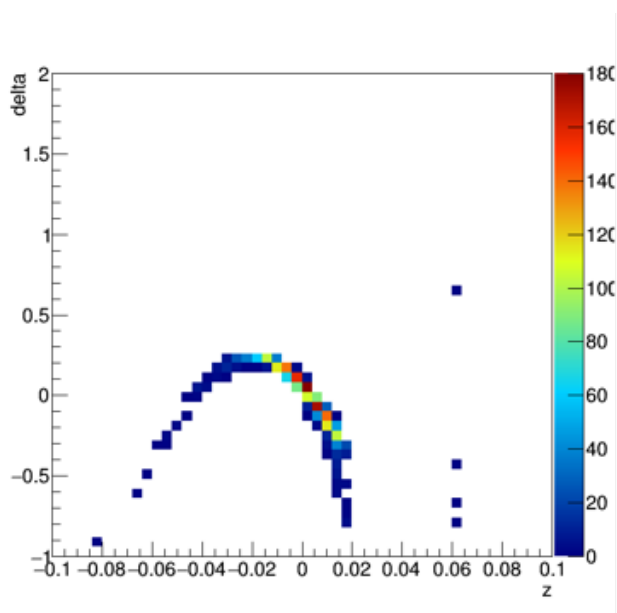


図 77 補足線形加速器後出口における陽電子分布。

図 78 は、APS 空洞を等価回路モデル [35] により再現し、ビーム負荷を含めた加速電圧の時間変化を求めたものである [36]。ビーム負荷としては 1A を仮定し、11.1 で議論した位相変調による補償を適用した結果である。入力パワーは 22.5 MW で、ビームと RF の位相は $\pi/6$ としている。この結果、加速電場のパルス内での変動は RMS で 0.05 MV 程度となり、ほとんど無視できることがわかる。ちなみにこのビーム変動は発生しているビート波によるもので、加速開始と同時に条件が変わることにより加速管内の電場のモードが変化し、その移行にともない発生していると思われる。

図 79 は補足線形加速器にわたるビーム負荷電流である。ビーム負荷電流はビームの電荷量だけでなく、粒子の進行方向の分布によって決まるため、加速管内の電場によって大きく影響される。一方、加速管内の電場は入力 RF だけでなくビーム負荷電流と RF との位相関係によってきまるため、その正確な見積もりはビーム

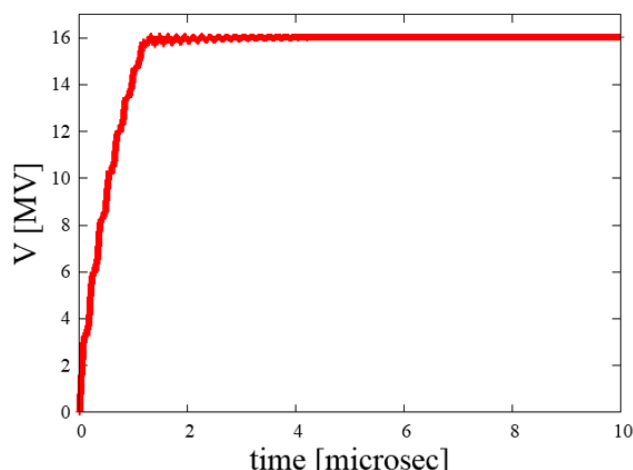


図 78 APS 空洞における過渡的状态を等価回路モデルにより表したもの。ビーム加速開始と同時に位相変調を適用している。

負荷電流をダイナミックに取り込んだシミュレーションをおこなう必要がある。一方で大量の粒子の作る電場をダイナミックに再現するシミュレーションの負荷は大きい。そこである値のビーム負荷電流を仮定してシミュレーションを行い、その結果をもとにビーム負荷電流に摂動をかけながら繰り返しシミュレーションを行い、ビーム負荷電流の見積もりとそれを伴ったシミュレーションをおこなった。図 79 にその結果を示す。横軸は空洞のインデックスで 1 が最上流、36 が最下流である。各線は各々の摂動後に求めたビーム負荷電流の値で、三回目以降はよく収束していることがわかる。

12.1.5 シケイン

陽電子補足ライナックをでた後、陽電子はシケイン軌道を通り、ブースターへと送られる。シケインの第一の目的は不要な電子を取り除き、ビームロスなどによる無用な放射化を防止すること、加速器への負荷電流を低減することにあるが、ここでは R_{56} 、すなわち有限のモーメンタムコンパクションが発生し、エネルギーによる長手方向の運動が発生する。図 80 にシケインを通過した後の陽電子の進行方向位相空間分布を

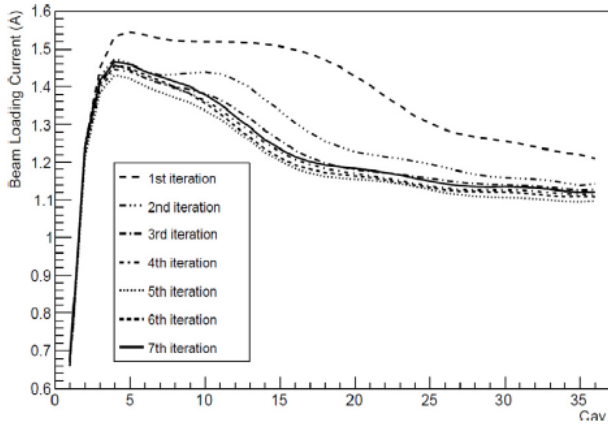


図 79 補足線形加速器におけるビーム負荷電流.

示す. 図 77 と比較すると明瞭であるが, エネルギーの低い粒子が遅れることで, 全体的に分布が右回りに回転したように変化している. 図 77

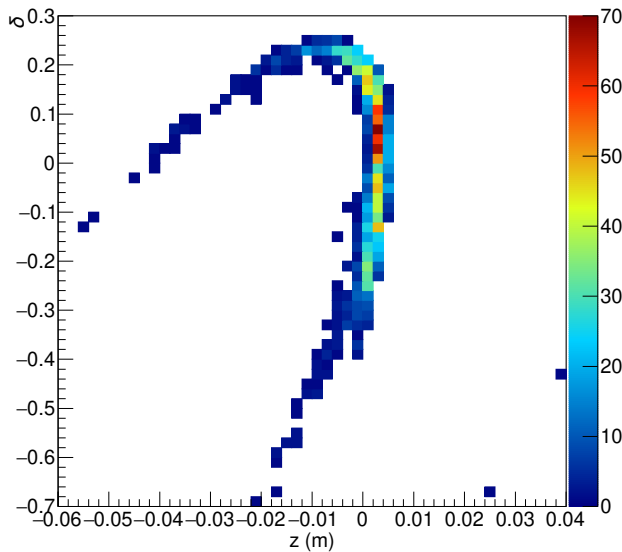


図 80 シケイン出口での陽電子分布. モーメントコンパクションの効果により分布が回転し, 陽電子の z 分布の幅が狭くなっている.

では陽電子の主要な部分は RF カーブの右側の肩の部分に乗っており, シケインを通過することでこの斜めの分布が直立している. 実はシケインの設計は意図的にこの分布を立たせるように調整されており, シケインによって陽電子の z 方向分布は小さくまとめられている. この陽

電子はブースターにより 5 GeV まで加速されるが, この時の z 方向の広がりブースター出口でのエネルギー広がりをはほぼ決めている. 図 81 はブースター出口での陽電子分布を示したもので, 陽電子の主要な部分は頂点に来ており, そこから裾が左側に広がっている. シケインにより z 分布を改善することでエネルギー幅は大きく改善しているが, それでも $\pm 2\%$ 程度は広がっており, DR のアクセプタンスの $\pm 0.75\%$ には収まっていない.

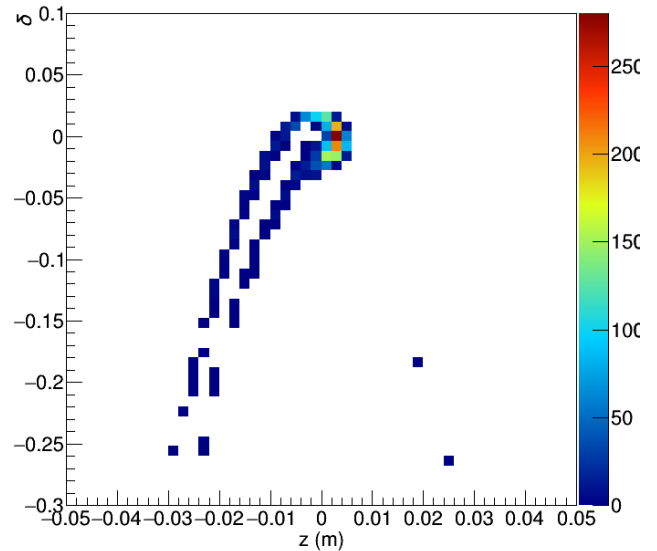


図 81 ブースター出口における陽電子分布. 主要部分は頂点にあり, そこから裾が左にながれている.

12.1.6 陽電子ブースター

陽電子ブースターは L-band および S-band の進行波型加速管からなる. ブースター前半は L-band 後半が S-band となる. これらの進行波型加速管のパラメーターを表 3 4 に示す. ブースター全体は L-band の加速管 148 本, S-band の加速管 108 本からなる.

ブースターライナックではビーム負荷補償のため振幅変調を行う. そのため補足線形加速器と同様に 2 つのクライストロンの出力を合成

Parameter	Number	unit
Frequency	1298	MHz
Shunt Impedance	47.2	MΩ/m
Aperture (2a)	39.4 - 35.0	mm
Group velocity	0.61 - 0.39	% of c
Filling time	1.32	μs
Attenuation	0.261	
Q value	20000	
Length	2.0	m

表 3 Parameters of L-band traveling wave structure[37].

Parameter	Number	unit
Frequency	2856	MHz
Shunt Impedance	57.8	MΩ/m
Aperture (2a)	24.28 - 20.3	mm
Group velocity	1.24 (av)	% of c
Filling time	0.507	μs
Attenuation	0.333	
Length	1.959	m

表 4 Parameters of the S-band TW structure (C-type)[38].

し、それを四分割して一本の加速管に入力する。L-band クライストロンは 50MW 出力, S-band クライストロンは 80MW 出力であるから、10% の導波管による損失を見込み、一本あたりの RF パワーは L-band で 22.5 MW, S-band で 36 MW となる。

図 82 はバンチ毎の平均エネルギーの依存性である。11.2 ではビーム負荷による電圧変動は AM により完全に補正できることを説明したが、この方法にはひとつ問題がある。図 59 に必要な AM の波形を示しているがこの方法ではビーム加速開始のタイミングに一瞬だけ高いパワーの RF の入力が必要になり、最大 RF パワーをここ

に合わせると平均の加速勾配が低減するという問題がある。このトンガリをすこし丸めて上部を平らにし、その値を RF のピークパワーに合わせて込むことで平均の加速エネルギーを上げることが可能だ。図 82 でしめされたエネルギーのバンチ依存性は、この次善的なビームローディング補償により発生したものである。

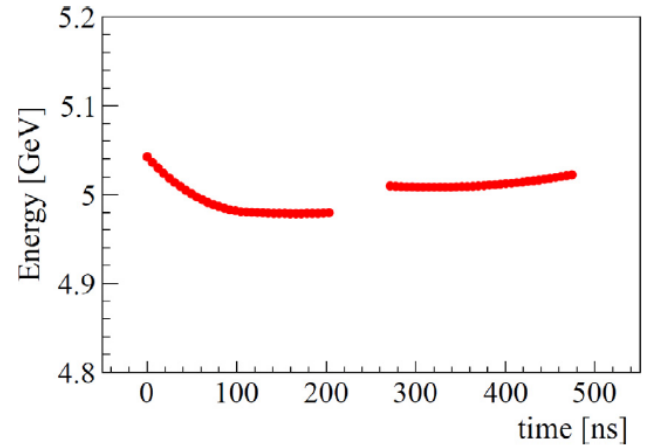


図 82 ブースター出口におけるバンチの平均エネルギーの依存性。横軸はバンチの先頭からの位置を時間でしめたもの。

図 83 と 84 は各々ブースターの L-band および S-band 加速管における加速電圧の時間変化で、次善的なビーム負荷補償を行った場合の結果である。各々 RF による電圧、ビームによる電圧、その空洞電圧が描かれている。0.5 μs のパルスの平均加速エネルギーを求めると L-band 加速管は 17.38 ± 0.17 MV, S-band 加速管は 25.39 ± 0.24 MV となる。

12.1.7 ECS

ECS は 3 つのシケイン軌道と 4 つの 3m L-band 進行波型加速管からなる。ひとつのシケインは 18.6m で、全体で長さは 55.8 m となる。L-band 加速管は 4 つの Q を含む FODO ラティスを形成し、22.4m の長さである。2 つのクライストロンが四台の加速管へとパワーを供給する。ビームはゼロ位相に乗るので、減速

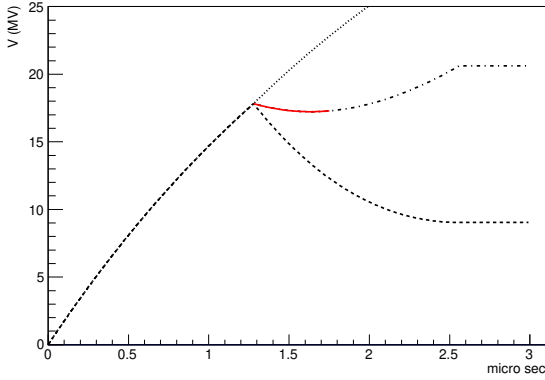


図 83 L-band 進行波型加速管の加速電圧の過渡的变化. 0.78A のビーム負荷を仮定し, 次善的なビーム負荷補償を行っている. バンチ毎の加速電圧は 17.38 ± 0.17 MV.

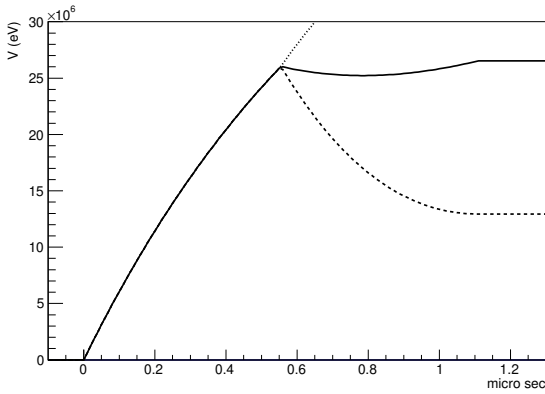


図 84 S-band 進行波型加速管の加速電圧の過渡的变化. 0.78A のビーム負荷を仮定し, 次善的なビーム負荷補償を行っている. バンチ毎の加速電圧は 25.39 ± 0.24 MV.

は起きないがビームが生成する電磁場により位相がずれていき, EC の線形性が損なわれ精度が悪化する. それを抑制するためにクライストロンを一台追加し, ビームの電磁場と逆位相の RF を入力してビーム負荷の効果を打ち消す.

図 85 は ECS の出口における陽電子分布である. 点線で描かれているのが DR のダイナミックアパーチャーで定義されるアクセプタンスである. ECS により陽電子の主要部分はアクセプタンス内に入っていることがわかる.

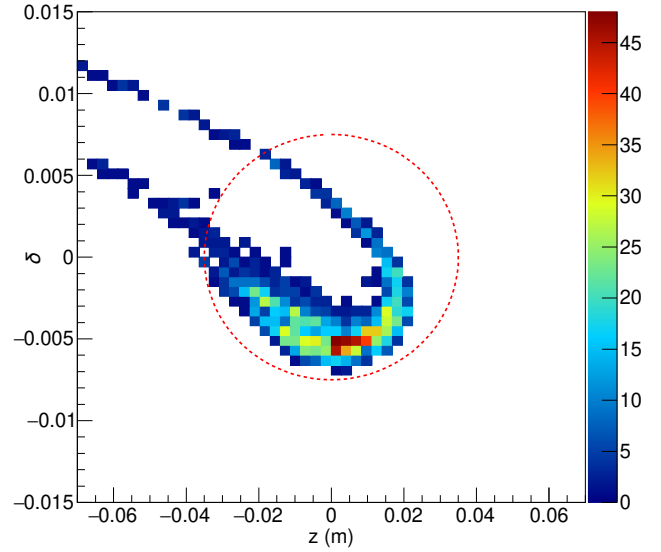


図 85 ECS 出口における陽電子分布. 点線は DR のアクセプタンス.

12.1.8 Positron Yield

ECS 出口に到達した陽電子のうち, DR のアクセプタンス内に入ったものが生成された陽電子である. DR のダイナミックアパーチャー (アクセプタンス) は式 (173) に示されている. 陽電子生成率は生成された陽電子数を入射電子数で規格化した値である. 図 86 は横軸に標的の下流端面から FC の上流側端面までの距離をとり, 縦軸に陽電子生成率をしめたものである. これから, 標的から FC までの距離が増えるに従いほぼ単調に生成率は減少していることがわかる. 1mm ではおよそ 1.3 という値が得られている.

図 87 はバンチ毎の生成率を示したもので, 図 82 の影響でどの程度生成率に影響するのかわかしたものである. バンチ毎のエネルギー変動により生成率が数 % 程度変動していることがわかる. 陽電子のバンチ電荷が揺らいだ場合, 主加速器での加速, そして IP におけるルミノシティへの影響が懸念される. 主加速器における加速勾配への影響はこの程度の密度変動であれ

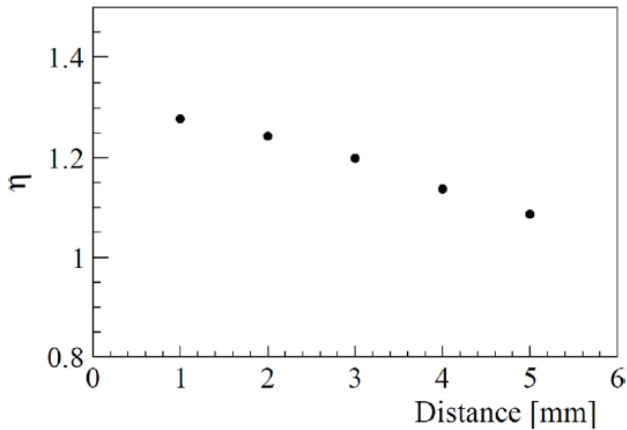


図 86 陽電子生成率を標的から FC までのすき間の大きさの関数として表したもの。

ばほぼ無視できるようだ。一方で、ルミノシティへの影響はまだきちんと評価されておらず、これからの課題である。場合によっては、ブースターにおけるビーム負荷補償の精度をあげる必要がある。

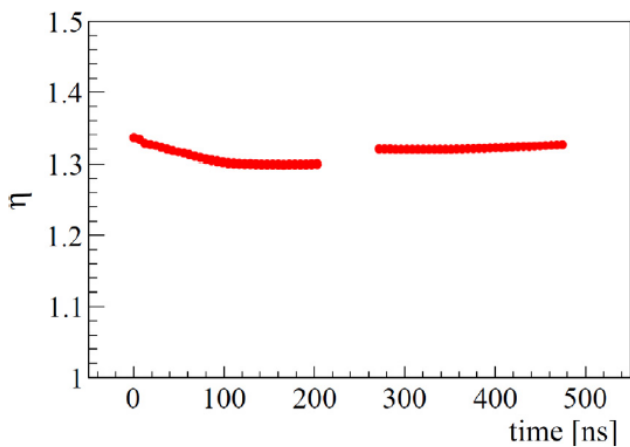


図 87 バンチ毎の生成率を示したもの。標的から FC までのすき間は 1mm としている。

12.2 アンジュレーター方式

アンジュレーター方式は、100GeV を超える高エネルギー電子ビームによるアンジュレーター輻射を利用してガンマ線を生成し、対生成により陽電子を得る。ILC 陽電子源では、衝突用の電子ビームを利用する。図 88 に概念図を示す。主ライナックで高エネルギーに加速され

た電子ビーム (125 GeV - 250 GeV) が超伝導ヘリカルアンジュレーターを通過する。そこで発生した 10MeV 以上のガンマ線が標的にあたり、そこで対生成反応を生じ電子・陽電子を生成する。L-band の常伝導定在波および進行波加速空洞からなる Capture RF により 125MeV まで陽電子は加速され、その過程で RF 補足される。下流にはシケイン軌道が設置され、シケイン部にやはり L-band 常伝導加速空洞からなる前置加速器が設置されている。シケイン軌道で空いた超前方の空間にはフォトンダンプが設置され、標的からすり抜けたガンマ線をそこで吸収する。光子は光学的に曲げることができないため、このような配置を取らざるを得ない。シケインでは電子は逆向きに曲げられるため、逆側には電子用のダンプが設置される。陽電子ブースターは主線形加速器とほぼ同等な超伝導加速空洞からなり、5GeV まで陽電子を加速する。ブースター出口のアークと DR 入射前の RF セクションで ECS を形成し、エネルギー幅を圧縮して、DR のアクセプタンスへと陽電子を収める。電子と同様に、アーク部とソレノイドローテーターによりスピン量子化軸を直立させてから DR へと入射するが、後述するようにアンジュレーターからの光子は偏極方向を変えることができない。そのため、この部分は二重化されており、回転角が 90 度と 270 度の 2 つのソレノイドローテーターが並んでいる。高速スイッチ可能な二重極磁石により、パルスごとに通過するスピンローテーターを変えることで、パルスごとの偏極方向 (上、あるいは下) を切り替える。

図 89 にアンジュレーター陽電子源のタイミングダイアグラムを示す。青色で示された DR に溜まっている電子が ML に入り、陽電子を生成する様子を矢印で表している。その陽電子は

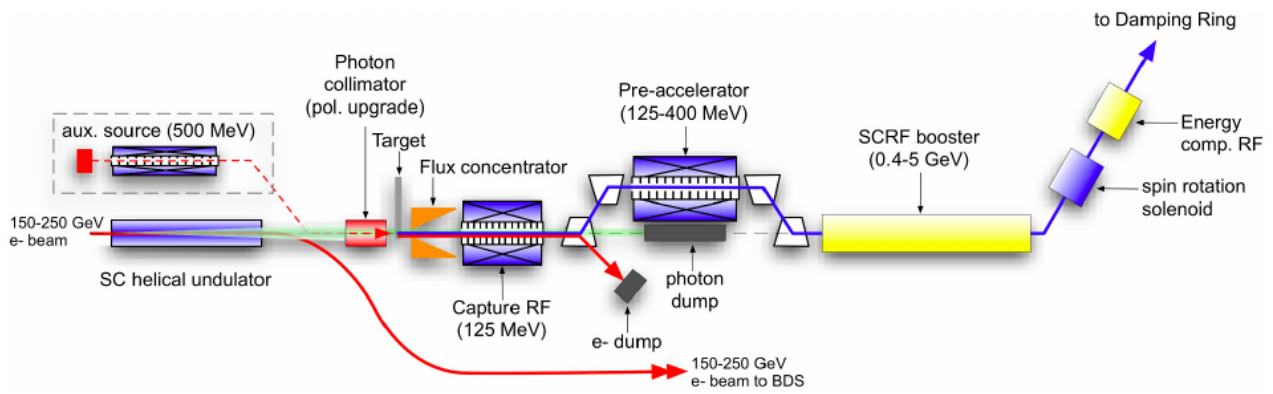


図 88 ILC アンジュレーター陽電子源の概念図

下側と同じものであるから、この図は筒状につながっていると考えるほしい。生成された陽電子は DR に貯められ、ML に送られると（実際には衝突相手となる電子ビーム）が新しい陽電子を生成する。アンジュレーター方式のオペレーションはこのように複雑なものとなる。詳しい同期条件などは 12.2.9 で説明する。

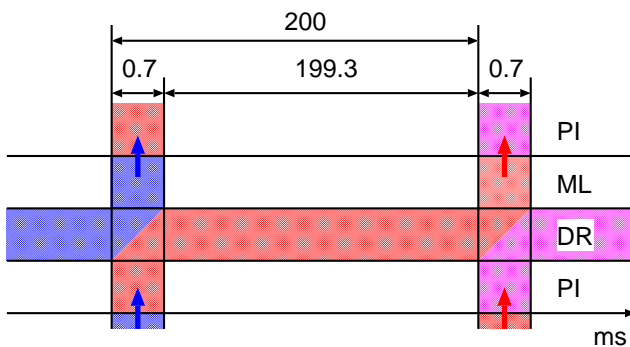


図 89 ILC アンジュレーター陽電子源のタイミングダイアグラム。衝突と同時に新しい陽電子が生成されるので、このダイアグラムは上辺と下辺がつながった筒状となっている。

以下、個々のコンポーネントについて概説する。

12.2.1 アンジュレーター

アンジュレーターは超伝導のヘリカルアンジュレーターである。放射光用のアンジュレーターとは大きく異なり、図 90 のように 2 つのヘリカル型の導線が交互に巻きつけられており、

互いに逆向きの電流を流すことでヘリカル磁場

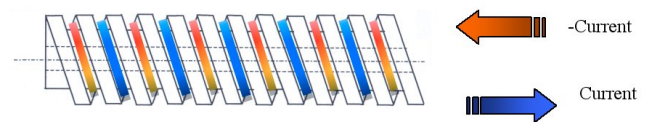


図 90 ILC 陽電子源で用いられるヘリカルアンジュレーター。2 つのヘリカル型の導線がパイプに巻きつけられており、互いに逆向きの電流を流して磁場をつくる。軸方向成分の磁場は互いに打ち消し合い、横方向成分の磁場が現れる。

(回転する磁場) を図 91 のように形成する。2 つ

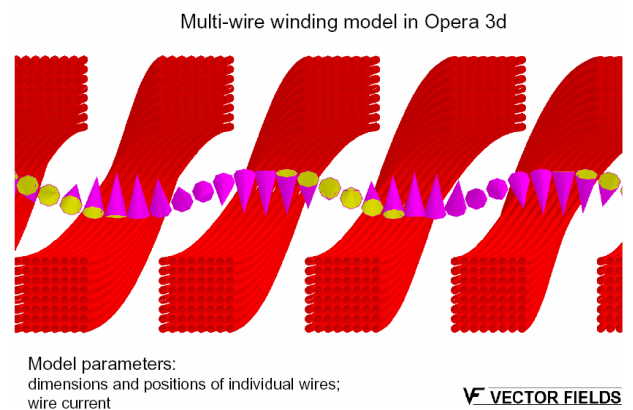


図 91 ヘリカルアンジュレーター内に発生する磁場。三角錐は磁場の方向を示す。赤い管は導線を表す。

の導線は各々軸にほぼ平行な磁場を作るが、その軸方向成分は電流が逆向きなため打ち消し合

表5 アンジュレーターの主なパラメーター.
アンジュレーターと標的の距離はアンジュレーターセクションの中間点からの距離である.

Parameter	number	unit
Beam energy	126.5	GeV
Undulator Length	231	m
Undulator period	11.5	mm
K parameter	0.92	
Peak field	0.86	T
1st harmonic energy	7.7	MeV
Average beam power	62.6	kW
Distance to target	401	m

う. 各々の導線は位相を 180 度ずらした形で巻きつけられているので, 横方向の磁場成分は残存し, 図 91 のような磁場が現れる.

電子ビームのエネルギーは 126.5GeV から 256GeV で, 重心系エネルギーの約半分となる. 正確に半分でないのは, アンジュレーターにおける輻射によりエネルギーが低減するからで, 必要なビームエネルギーよりも輻射量の分だけ高くしておく必要がある.

表 5 に 250GeVILC におけるアンジュレーターのパラメーターをまとめる.

図 92 は異なる電子ビームエネルギーによるアンジュレーターからの輻射スペクトラムである. アンジュレーター輻射の光子エネルギーは電子のエネルギーの二乗に比例するため, 150GeV を下回ると基本モードのカットオフエネルギーが 10MeV を下回ってしまうので, 陽電子生成には適していないことを表している. 250 GeV ILC のドライブ電子ビームのエネルギーである 125 GeV では, カットオフエネルギーは 7.8 MeV 程度であり, 10MeV に届いていない. 実際のところ, 陽電子を生成している

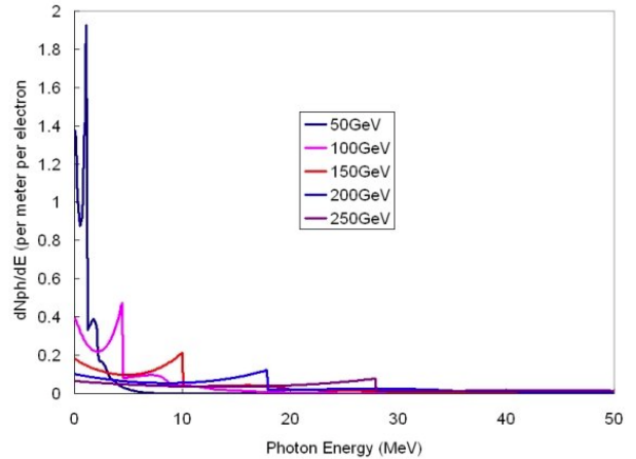


図 92 アンジュレーターからの輻射のスペクトラム. 横軸は光子のエネルギー. 黒, マゼンタ, 赤, 青, 紫は各々電子のエネルギーが 50, 100, 150, 200, 250 GeV の場合のスペクトラム

のはヘリカルアンジュレーターからの高次モードであり, 主要コンポーネントである基本モードはほとんど陽電子生成に寄与していない. アンジュレーターによる陽電子生成が本来の性能を発揮できるのは, 200 GeV 以上の高いビームエネルギーであると言える.

ヘリカルアンジュレーターから得られる光子数はモードあたりの積分値で [39]

$$\frac{dN}{dL} = \frac{4\pi\alpha}{3\lambda_u} \frac{K^2}{1+K^2} \quad (296)$$

となる. すなわちパワーではなく光子数で見ると, そのフラックスは周期長と K 値のみにより決定される. これはアンジュレーターの長さあたりの放射パワーは電子ビームの二乗にスケールして変化するのに対して, 放出される光子あたりのエネルギーも電子エネルギーの二乗に比例するため, 光子数で見るとそれらの依存性が打ち消し合いエネルギーに依存しないという事実を表している. この式に $K = 0.85$, $\lambda_u = 11.5\text{mm}$ を代入すると, 光子数は 1.1/m となる. アンジュレーター長を 230m とすると,

電子一個あたりの光子数は 260 個となる。したがって、 2.0×10^{10} electron/bunch のバンチあたり光子数は 5.2×10^{12} 個となる。実際には高次のハーモニクスによる寄与が加わるので、この値の数倍となる。実際に補足される陽電子の数は電子あたり 1 のオーダーなので、ガンマ線あたり補足される陽電子数は 10^{-3} のオーダーである。いかに陽電子生成が困難であるかがわかる。

12.2.2 陽電子生成標的

生成標的において重要なことは陽電子生成効率を高めること、そして集中する熱負荷に対して耐えられることである。アンジュレーター方式の場合、電子シャワーの成長がほとんど起らないので、標的が厚くなるに従い距離あたりの陽電子生成数は指数関数的に減少する。また、発生した陽電子は標的中を進む間に捕獲されてしまうので、得られる陽電子数は厚さあたりの陽電子生成数にほぼ近い値となる。従って比較的薄い標的を用いるのが効率的である。陽電子生成標的には Ti-6% Al-4% V 合金を用いる。この合金は平均の原子番号は小さいので陽電子生成の効率は若干下るが、熱伝導特性が W 等に比べて良く、熱負荷によるダメージに対して強いことが予測される。厚さ 7mm, $0.2X_0$ 相当である。これを接線速度 100 m/s で回転させることにより熱負荷を低減し、金属疲労等のダメージを抑制する。標的の大きさは半径 0.5m. 接線速度 100m/s を実現するため、この標的を 1000rpm で回転させる。

250 GeV ILC において、ガンマ線の標的におけるパワーはおよそ 70kW である。ガンマ線のスポット径はおよそ 1.5mm, 実際に標的におちるパワーはそのうち 2.2 kW 程度であり、ほとんどは使用されること無く光子ダンプで吸収される。標的のエネルギー付与のピーク値 (Peak

Energy Deposition Densyt, PEDD) はおよそ 60 J/g であり、Ti 合金の破壊限界よりも小さい値となっている。図 93 は標的周りの配置を模式的に表したものである。標的の冷却は放射によりなされる。熱輻射による放熱パワーは

$$P = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}(1/\epsilon_2 - 1)} A_1(T_1^4 - T_2^4) \quad (297)$$

σ はステファンボルツマン定数, ϵ_1 と ϵ_2 は熱源と壁面の放射率, A_1 と A_2 は熱源と壁面の面積, T_1 と T_2 は熱源と壁面の温度である。

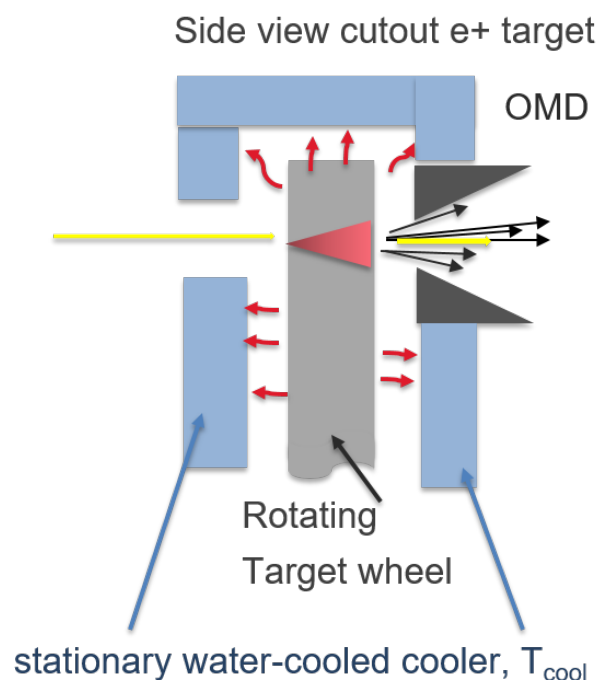


図 93 回転する Ti 合金ターゲット周囲を冷却壁面が囲んでおり、輻射により標的は冷却される。標的は半径 0.5m で、2000rpm で真空中を高速回転し、接線速度は 100 m/s にもなる。

図 94 は運転中の Ti 標的の温度分布を回転中心からの距離 r の関数として示したもの。 $r = 500\text{mm}$ がビーム照射位置である。最も高い場合、平均温度は 560 度を超すが、同様の条件でのビームテストをドイツのマインツ大学の加速器 MAMI で実施し、その耐久性が確認されている [40]。このリムホイールデザインにおいて

て、最大の平均温度上昇が 460K の場合、発生する応力は 350MPa となり、485K での降伏応力 500 MPa に対して尤度がある。一方、平均最大温度上昇が 560 度の場合、予測される最大応力 430 MPa に対して、降伏応力は 400MPa あたりであるからダメージが危惧される。輻射率の正確な把握が重要である。

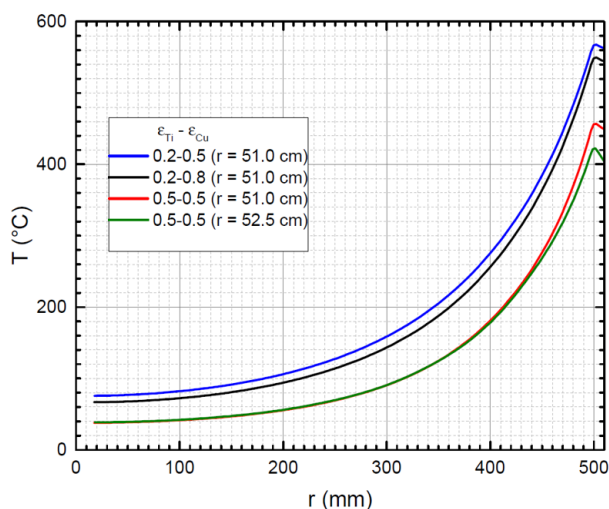


図 94 Ti 標的における温度分布を回転中心からの距離 r の関数として示したもの。

12.2.3 陽電子収集光学系

アンジュレーター方式では、陽電子収集光学系に技術的困難がある。例えば Eddy current を利用した Flux Concentrator に磁場を誘起するにはパルス電流を流せばよいが、0.7ms という長いパルスに対応したパルス磁場を作ろうとすると、その少なくとも数倍は長いパルスを印加する必要がある。導体に電流を流した場合、電流のほとんどは表皮効果により表面のごく薄い領域のみを流れるが、その深さは

$$d = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (298)$$

で与えられる。 ρ は抵抗率、 ω は角周波数、 μ は透磁率である。パルス状の電流を流した場合、電流が流れ始めた瞬間の波形は高い周波数成分

を多く含み、時間が立つにつれて基本周波成分が支配的となる。この効果により、表皮深さが時間的に変化し、導体のインピーダンスが時間的に変動するという問題を生じる。この効果により、Flux Concentrator に発生する磁場が時間的に変動してしまい、陽電子捕捉率もそれによって変動するという問題が明らかとなった。

現在の標準設計はピーク磁場 1T の QWT である。QWT を収束光学系に使用した場合、電子あたりの補足陽電子数は 0.8 程度と見積もられている [41]。ILC の要求仕様としてバンチあたりの陽電子数は 4.8nC と定められている。本来のバンチ電荷は 3.2nC であるが設計指針としてすべてのパラメーターで 50% の余裕をとるとされているので、陽電子のバンチも 4.8nC まで生成可能としなくてはならない。電子のバンチを 3.2 nC とすると生成される陽電子は 2.6 nC となり、余裕を含んだ仕様である 4.8 nC はおろか設計の仕様である 3.2nC にも及ばない。電子バンチを 4.8 nC とすると陽電子は 3.8nC となるから、設計仕様は満たすが、余裕を含んだ仕様は満たさない。この困難は 125 GeV へのビームエネルギーの低減、FC における磁場のパルス変動という 2つを原因とする困難である。

現在、FC と同等の磁場を図 95 に示すようなパルスソレノイドで実現することで課題を解決することが模索されている [42]。FC が時間変化する電流（磁場）が励起する誘導起電力を用いていたのに対して、パルスソレノイドは電流をパルスのように印加するもので、定常状態として発生した磁場を使用するもので、時間的な磁場変動は大きく抑制されると思われる。一方で、0.7ms よりもかなり長い時間電流を流す必要がある、時間あたりの稼働率が高くなり、アンペール力（ローレンツ力）による破壊が懸念される。

また陽電子捕獲率を上げるには、高速回転標

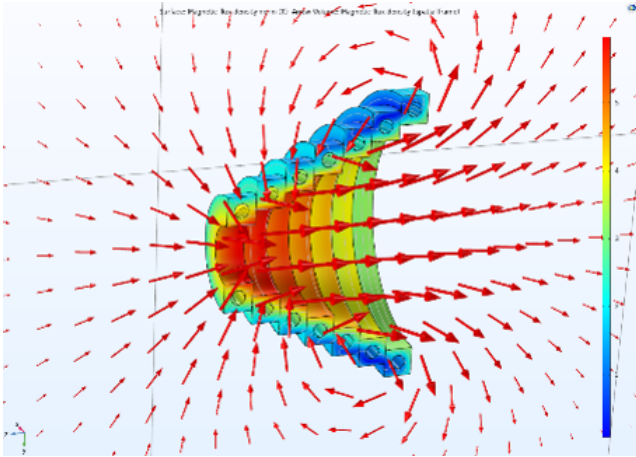


図 95 パルスソレノイドにより発生する磁場のシミュレーション. 内径を変化させることで AMD としての磁場を生成する.

的を磁場中におく必要があるが、標的は高い磁場に長時間さらされることとなり、発熱による熱負荷の増大が発生し、現在は放射冷却方式で検討されている標的の設計を根本的にやり直す必要が出てくる可能性もある。

12.2.4 補足線形加速器

補足線形加速器として、L-band の常伝導加速器が使用される。0.7ms という長いパルス構造を考えれば、超伝導加速器が適しているが、ここでは陽電子の広がりを抑えるために全体にわたりソレノイド磁場がかけられる。超伝導加速器は磁場と共存できないため、ここでは常伝導加速管がつかわれる。初段は 12MV/m 程度の L-band 定在波型加速管が使用される。後段は 15MV/m 程度の L-band 進行波型加速管が使用される。開口径の大きい L-Band 加速管を用い、陽電子の捕獲率をあげている。常伝導加速管の安定した高勾配長パルス運転は課題であるが、ビーム負荷は小さいため補償の必要はない。

12.2.5 Photon Dump

アンジュレーターからの光子はパワーにして 70kW であるが、陽電子標的で対生成などを生じるのはほんの一部で、そのほとんど全ては下

流へ通過してしまう。そのまま加速器のコンポーネントを並べるとその部分は強く放射化されてしまうため、標的を突き抜けた光子は速やかに吸収させなくてはならない。一方、光子は角度広がり極めて小さく、光学素子で広げることができないため、ダンプへのダメージを防ぐためには光子を 2km ほど走らせて、スポット径を広げる必要がある。2km 下流でスポット径はようやく 5mm(rms) 程度となる。

光子ダンプには 2 つの提案があるが、実現性が高いと思われるものはグラファイトをもちいたものである [43]。図 96 に断面図を示す。ダンプに用いるグラファイトは厚み 10mm で、冷却のために銅板に取り付けられている。光子のエネルギー密度を低減するため、光子軸に対して 10 mrad 傾いている。散乱成分を閉じ込めるため、上側にもグラファイトを配置している。

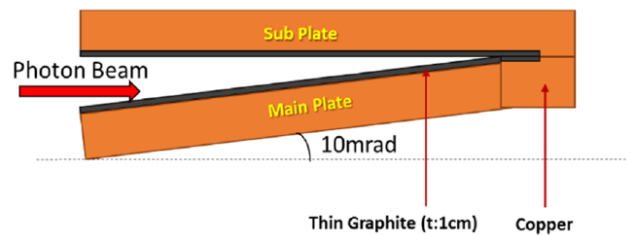


図 96 グラファイトによる photon dump の構造. 各々のグラファイトの厚みは 10mm, 冷却のため銅の板と接している。光子の軸に対してグラファイト板は 10 mrad 傾いており、エネルギー密度を減少させるようにしている [43].

図 97 は PEDD を示したもので、ピーク値は 83 J/cm^3 である。温度シミュレーションによると、ピーク値は 887K である。いずれもピーク値は光子が直接入射する部分で生じる。グラファイトは放射線損傷により熱伝導度が劣化することが知られており、その効果を正確に見積もる必要がある。一方、放射線損傷は一年間の運転

により DPA(Displacement Per Atom)=0.3 と見積もられている。DPA とは放射線の影響により弾き出し損傷をあらわす度合いで、DPA=1 はすべての原子が平均して一回の損傷を受けたことを意味する。DPA=0.5 が劣化の目安と考えると、1 年程度で交換する必要がある。

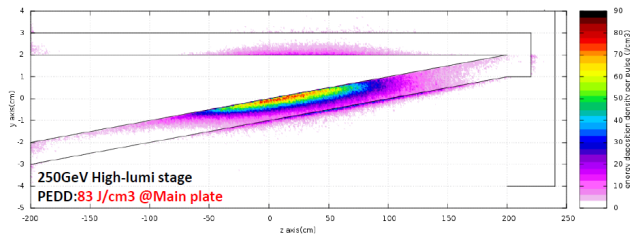


図 97 グラファイトによる photon dump におけるエネルギー付与密度。PEDD は 83 J/cm^3 である。[43]

12.2.6 陽電子ブースター

陽電子ブースターは主加速器とほぼ同様の L-band 超伝導加速器が使用されるが、ビーム光学的には 3 つのセクションからなる。ビームの幾何学的な大きさ $\sigma_{x,y}$ は

$$\sigma_{x,y} = \sqrt{\frac{\beta(s)\epsilon_n(x,y)}{\gamma_L\beta_L}} \quad (299)$$

とエネルギーに依存して変換するから、エネルギーが低い部分ではベータ関数 $\beta(s)$ を小さくして、ビーム損失を防止している。ここで $\epsilon_n(x,y)$ は規格化エミッタンス、 γ_L と β_L はローレンツ因子である。

最初の 1083MeV までの部分は、4 つのクライオモジュールを含む。ひとつのクライオモジュールには 6 台の超伝導加速空洞と 6 台の四重極磁石が含まれる。2507MeV までのセクションは 6 台のクライオモジュールからなる。ひとつのクライオモジュールは 8 台の超伝導空洞と 2 台の四重極磁石からなる。最後のセクションは 12 台のクライオモジュールからなる。ひとつのクライオモジュールには 8 台の超伝導加速

空洞と 1 台の四重極磁石が含まれる。四重極磁石の密度をエネルギーがあがるにつれて下げている。

12.2.7 ECS

ブースター下流のアーク部と RF セクションにより ECS が形成される。アーク部の偏向角は 23.787° に設定され、 R_{56} は -0.75m である。RF として 9 台の超伝導加速空洞が設置されその電圧は 225 MV である。

12.2.8 Spin Rotator

ヘリカルアンジュレーターは円偏光したガンマ線を生成するので、その角運動量（運動量の方向に量子化したものをヘリシティという）は ± 1 である。このヘリシティを決めるものはヘリカルアンジュレーター内で回転する磁場の方向である。この回転方向が下流から見て右回りであれば右偏光（スピン +1）、左回りであれば左偏光（スピン -1）となる。この回転方向を決めているのは図 90 に示された導線の巻き方である。この図のように巻いた場合、電子が左から右に向けて通過するとすると、磁場は下流から見て左回りに回転して見えるので、電子の運動も左回り、発生するガンマ線も左偏光となる。電流を流す向きを逆にしても、発生する光子のヘリシティは変わらない。電流を逆にすることは、アンジュレーターの位置を半周期分ずらしていることと等価である。

右偏光のガンマ線を発生させるには、電子を右から左にむけて通過させればよい。すなわち、通過方向を固定させた場合、アンジュレーターの巻き方によりヘリシティが自動的に決まることになる。これはスピンをもちいた測定に大きな不都合となる。スピンを用いた測定では、スピンを高速で反転させながら物理量のスピンの依存性を測定する。一般的にその量は極めて小さいため、スピン以外の条件は変えずにスピン

の方向のみを変えて行わなければならない。スピンを固定し、その他の系を逆転することで同じ測定は原理的には可能だが、そのような場合、系の逆転は大きな系統誤差を生じ、スピンの逆転による信号は誤差に埋もれてしまう。

発生する陽電子のヘリシティは変えられないので、スピンの回転角を制御することで衝突点におけるスピン反転を行う。偏向磁石の回転角は軌道も変化させてしまうので、回転角の制御はソレノイドでおこなう。ソレノイドの磁場を高速で切り替えるのは困難なので、回転角が 90° と 270° の 2 つのスピンローテーターを準備し、軌道を振り分ける。図 98 にスピン制御の概要を示す。ブースター出口のアークは 23.787° に設定されている。5GeV の陽電子のスピンは軌道が 7.929° 曲がる毎に進行方向に対して 90° 回転するので、 23.787° では 270° 回転する。その陽電子を軌道を振り分け回転角が 90° と 270° の 2 つのスピンローテーターを通過させると図のようにちょうど上向きと下向きのスピンが得られる。

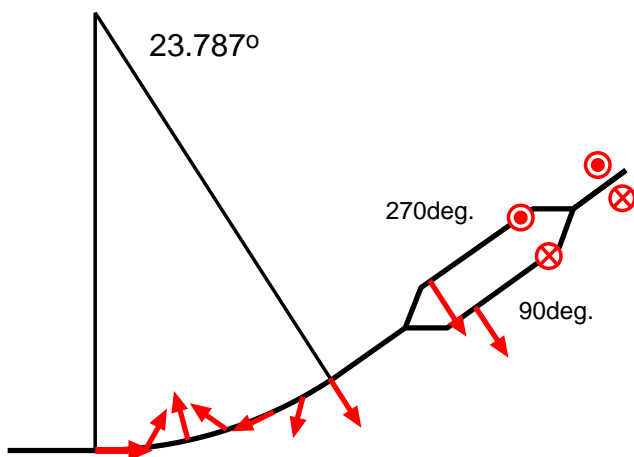


図 98 回転角が 90° と 270° の 2 つのスピンローテーターを用意し、軌道を振り分けることでスピン反転を実現する。

12.2.9 Global Synchronization

アンジュレーター方式では電子ビームによる陽電子生成を行うため、電子側と陽電子側のタイミング同期が必要となる。電子側と陽電子側のタイミングは、加速器をビームが移動する時間で成約されるため、加速器長がある条件を満たしている必要がある。図 99 に各加速器のセクション長を概念的に示す。左側が電子、右側が陽電子で、 L_1 と L_2 の境目にアンジュレーターがある。 L_4 はアンジュレーターから陽電子 DR への長大輸送路である。

陽電子は電子により生成される。衝突点で出会う特定の電子と陽電子のバンチを考える。これを電子 1 と陽電子 1 としよう。電子 1 と陽電子 1 は衝突点 IP で衝突する必要があるから、次の式が成り立つ。

$$L_1 + L_2 = \Delta_1 + \Delta_2 + L_3 \quad (300)$$

左辺は電子 1 が DR の出射点から IP まで走る距離、右辺は陽電子 1 が IP まで走る距離である。 Δ_1 は DR の出射点から入射点までの距離。 Δ_2 は入射点から陽電子 1 の初期位置までの距離である。陽電子 1 の初期位置は、電子が DR の出射点にある時間で定義される。 Δ_2 は電子側と陽電子側の相対的なタイミングにより調整できる値であるから、式 (300) に従って Δ_2 を調整する。一方、電子 1 は L_1 と L_2 の境界で陽電子 2 をつくる。陽電子 2 は L_4 を通り、DR に入射されるが、衝突と陽電子生成は同時に生じるから、DR にはまだたくさんの陽電子が入っている。陽電子 2 が無事に DR に收容されるための条件が、陽電子 1 がいた場所に入ることである。なぜなら、陽電子 2 が生成され DR に到着した時には陽電子 1 はすでに IP に向けて出発した後なので、その場所はすでに空いている。この条件は

$$L_1 + L_4 = \Delta_2 + nC_{DR} \quad (301)$$

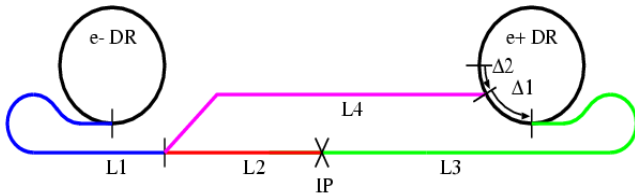


図 99 電子ビームによる陽電子生成を行うため、電子側と陽電子側のタイミング同期が必要となる。電子側と陽電子側のタイミングは、加速器をビームが移動する時間で成約されるため、加速器長がある条件を満たしている必要がある。左側が電子、右側が陽電子で、 L_1 と L_2 の境目にアンジュレーターがある。 L_4 はアンジュレーターから陽電子 DR への長大輸送路である。

である。電子 1 が DR を出射した時には陽電子 1 は入射点から Δ_2 の位置にある。電子 1 が L_1 を通り、生成された陽電子 2 が L_4 を通る間に、陽電子 1 がいたバケツの位置が $\Delta_2 + nC_{DR}$ だけ動いていれば、ちょうど陽電子 2 は陽電子 1 がいた場所に入ることができる。

式 (300, 301) がともに満たされる条件は

$$L_3 + L_4\Delta_1 = L_2 + nC_{DR} \quad (302)$$

となる。注意すべきはこの式はすべて物理的な距離（加速器セクションの長さ）で決まる量だけを含むことである。すなわち、この条件は物理的な加速器長の調整によりなされなければならない。実際には数 10km にもなる加速器の長さを 1mm を切るような精密な調整は不可能であるので、大まなか長さ調整は設置時に行い、1mm を切るような精密な調整は調整用のシケイン軌道などビームの軌道長の微調整で行う。

参考文献

[1] International Linear Collider, Technical Design Report, ISBN 978-3-935702-74-4 (2013).

[2] SLC Design Handbook, SLC Report (1984).

[3] P. Yu and M. Cardona, “Fundamentals of Semiconductors”, Springer (2001)

[4] M. J. Alguard et al., Phys. Rev. Lett.**37**, pp1261(1976).

[5] K. Abe et al., Phys. Rev. Lett.**74**, pp346(1995).

[6] K. Abe et al., Phys. Rev. Lett.**75**, pp25(1995).

[7] K. Abe et al., Phys. Rev. Lett.**73**, pp25(1994)

[8] D. Shultz et al., ”The Polarized Electron Gun for the SLC”, Proceeding of EPAC 92, 1029-1031, 1992

[9] T. Nakanishi et al., ”Polarized electron source for a linear collider in Japan”, NIMA 455, p109-112, 2000

[10] T. Nishitani et al., J. Appl. Phys. 97, 094907, 2005

[11] X. Jin et al., Applied Physics Letters, **105**, 203509(2014).

[12] W. Liu, et al., Applied Physics Letters, **109**, 252104(2016).

[13] K. Togawa et al., “Surface charge limit in NEA superlattice photocathodes of polarized electron source”, NIMA 414, pp431-445, 1998

[14] G. Mulhollan et al., “Photovoltage effects in photoemission from thin GaAs layers”, Phys. Lett. A282, pp309-318, 2001

[15] A. V. Aleksandrov et al, “High power test of GaAs photocathode in RF gun,”, EPAC 98 proceedings, 1450-1452, 1998

[16] Particle Data Group; pdg.lbl.gov

- [17] T. Kamitani, L. Rinolfi, "Positron production at CLIC", CLIC-Note-465(2001).
- [18] H. Nagoshi, et al., NIMA(953)163134(2020).
- [19] J. A. Clarke, "The Science and Technology of Undulators and Wigglers", Oxford Science Publications, 2004
- [20] T. Omori et al., "Design of a polarized positron source for linear colliders", NIMA Vol 500, Pages 232-252, 2003
- [21] T. Omori et al., "Efficient Propagation of Polarization from Laser Photons to Positrons through Compton Scattering and Electron-Positron Pair Creation", PRL, Vol 96, 11480, 2006
- [22] M. Fukuda, et al., "Polarimetry of Short-Pulse Gamma Rays Produced through Inverse Compton Scattering of Circularly Polarized Laser Beams", PRL 91(16), 164801, 2003
- [23] F. Zimmermann, et al., "CLIC Polarized Positron Source Based on Laser Compton Scattering", Proceedings of EPAC06, 2006
- [24] Y. Enomoto, et al., *Proc. of PASJ*, MOP063(2016).
- [25] F. Emanov, et al., Posipol2017(2017).
- [26] 竹田誠之, リニアックの基礎、大穂 90 テキスト (1990).
- [27] S. Araki et al. "Compton based ILC positron source", KEK-Preprint, 2005
- [28] M. Kuriki, H. Iijima, et al., 1 ms pulse beam generation and acceleration by photocathode radio frequency gun and superconducting accelerator, J. J. Appl. Phys. 52 (5R) (2013) 056401.
- [29] L. Guo, M. Kuriki, et al., Substrate dependence of csk2sb photo-cathode performance, Prog. Theory Exp. Phys. 2017 (3) (2017) 033G01.
- [30] ATF Design report, KEK internal 95-4, 1995.
- [31] S. Ecklund, SLAC-CN-128.
- [32] T. Omori, Target R&D status of E-driven ILC positron source, in: LCWS2017, 2017.
- [33] 陽電子源電熱解析資料 (20210629) より.
- [34] laacg.lanl.gov/laacg/services/download_sf.phtml.
- [35] T. Shintake, "Analysis of the transient response in periodic structures based on a coupled-resonator model", *Proc. of Joint US-CERN-Japan Int. School*, Hayama, Japan(1996).
- [36] S. Konno, et al., 加速器学会年会, WEP035(2021).
- [37] S. Matsumoto, et al., L-band Accelerator System in Injector Linac for SuperKEKB.
- [38] S. Matsumoto, et al., THPR1047, *Proc. of IPAC2014*(2014).
- [39] SLAC-PUB 10842, 2004.
- [40] S. Riemann, LCWS2021(2021).
- [41] M. Fukuda, AWLC2018(2018).
- [42] P. Sievers, LCWS2021(2021).
- [43] Y. Morikawa, "A Photon Dump Study for ILC Undulator Positron Source", LCWS2017 (2017).