

2021年度 修士論文

位相空間回転による
非対称エミッタンスビーム生成のための
実験的研究

広島大学先進理工系科学研究科
量子物質科学プログラム

荒本真也

指導教員： 栗木雅夫

2022年3月

概要

ILCにおける素粒子衝突実験において Beamstrahlung を抑えつつ、ルミノシティを高めるため、非対称エミッタンスビームが必要である。その生成方法として Damping ring に代わり、我々は RFBT(Round to Flat Beam Transformation) と TLEX(Transverse to Longitudinal EXchange) と呼ばれる手法を組み合わせた新たな方法を提案する。RFBT と TLEX を組み合わせ、6次元位相空間において各自由度間のエミッタンスを交換することにより、 $\varepsilon_x=10$ mm mrad, $\varepsilon_y=0.04$ mm mrad の非対称エミッタンスビームの生成を目指す。

本研究ではその前段階として RFBT による xy 間のエミッタンス交換を行う。RFBT は磁場中で電子を生成し、3つの Skew を通過させることにより、非対称エミッタンスビームを生成する。このとき、理論的に得られるエミッタンスは熱エミッタンスとカソードで発生した角運動量によって決定される。高エネルギー加速器研究機構 超伝導リニアック試験施設 (KEK STF) のビームラインとほぼ同じ条件でシミュレートしたところ、エミッタンス増大はするものの、空間電荷効果を含んだ場合でも $\varepsilon_{n,x}/\varepsilon_{n,y}=200$ のエミッタンス比が得られることが分かった。また、KEK STF で行った RFBT 実験のための事前実験では、シミュレーションとの大きな差が見られた。更にドリフト空間でエミッタンス増大が起こるなど、予期しない現象が起こった。

本論文では KEK STF における RFBT 実験のためのシミュレーションと、事前実験の結果、シミュレーションによる解析について報告を行う。

目次

1	序論	5
2	非対称エミッタンスビーム生成の理論	9
2.1	Beam dynamics の基礎	9
2.2	転送行列によるビーム輸送	11
2.3	非対称エミッタンスビームの生成の理論	13
2.4	RFBT 基本構成によるエミッタンスビーム生成	17
3	KEK STF	23
3.1	フォトカソード	23
3.2	RF-gun	24
3.3	ソレノイド	26
3.4	加速空洞	28
4	RFBT 実験のためのパラメータの決定	31
4.1	RFBT 最小構成による非対称エミッタンスビーム生成	31
4.2	STF ビームラインにおける非対称エミッタンスビーム生成	35
4.3	Qscan 法	39
4.4	チューニングメソッドの検討	39
5	ビーム実験	48
5.1	レーザー照射位置の調整	49
5.2	Solenoid scan	51
5.3	Qscan	53
6	シミュレーションによる実験結果の解析	55
6.1	solenoid scan の再現	55
6.2	空洞内電場によるエミッタンス増大	56
6.2.1	RFgun 電場による影響	56
6.2.2	加速空洞内のエミッタンス増大	59
6.3	ソレノイド磁場による角運動量の発生	61
6.4	シミュレーションによる実験結果の検討	64
7	まとめ	68

1 序論

加速器とは、主に荷電粒子のエネルギーを人工的に増大させるための実験装置である。そして素粒子物理学においては高いエネルギーの粒子により、より微細で詳しい構造、未知の現象が生じるため新物理の発見において加速器の重要性が認識されている。そして今までよりも更に高いエネルギーで素粒子実験を行うため、現在建設が計画されている次世代型加速器が、国際リニアコライダー (International Linear Collider: ILC) である。ILC は電子陽電子衝突型線形加速器である。以降はテキスト [1] に沿って衝突型線形加速器について説明を行う。

加速器は静止した粒子に加速した粒子をぶつける固定標的型と、加速した2つの粒子を反対向きに衝突させる衝突型の2つがある。固定標的型では、加速された粒子のエネルギーを E 、質量を m 、静止質量を M とおくと

$$E_{CM} = \sqrt{m^2 + M^2 + 2EM} \sim \sqrt{2EM} \quad (1.1)$$

となり、重心系でのエネルギーは加速エネルギーのルートでしか増えない。一方、衝突型では2つの質量の等しい粒子を同じエネルギーまで加速して衝突させた場合、

$$E_{CM} = 2\gamma mc^2 = 2E \quad (1.2)$$

加速エネルギーを全て重心系のエネルギーとすることができる。 p は粒子の運動量である。よって高エネルギー現象を観測するには圧倒的に衝突型が有利である。また、荷電粒子を加速する際、必然的に強い放射が発生し、これをシンクロトロン放射という。シンクロトロン放射は粒子の進行方向に大して垂直方向に加速 (すなわち円運動) する際に強く発生し、その時の放出される放射パワーは粒子のエネルギー (ローレンツ γ) の4乗に比例する。また、このエネルギーの放射は粒子の進行方向に向けて空間的に $\frac{1}{\gamma}$ の広がりを持つ。このシンクロトロン放射により、放射エネルギーと加速のための入力エネルギーが等しくなるとそれ以上加速できないなど、加速エネルギーに制約を受ける。しかし線形加速器はシンクロトロン放射が発生しないため、加速エネルギーの制約を受けない。以上の理由から線形かつ衝突型線形加速器は素粒子実験において有利となる。

また、コライダーにおいて粒子が発生する単位時間あたりの事象数は、反応断面積 σ と輝度 (luminosity) \mathcal{L} を用いて

$$N = \sigma \mathcal{L} \quad (1.3)$$

と表される。反応断面積は物理法則により決定される量であるから、操作性はない。一方、輝度は装置の性能の向上により、人為的に操作でき、改善の余地がある。輝度は

$$\mathcal{L} = \frac{f_{rep} n_b N^2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} H_D \quad (1.4)$$

で表される。ここで、 f_{rep} は繰り返し周波数、 n_b は 1 パルスあたりに含まれるバンチ数、 N は 1 バンチあたりに含まれる電子の数である。 $\sigma_{x,y}$ は衝突点でのビームサイズ、 H_D はピンチ効果による enhancement factor である。ルミノシティを最大化するためには、繰り返し周波数を大きく、パルス当たりのバンチ数を大きく、バンチあたりの電子の数を多く、そして衝突点でのビームサイズを絞れば良い。しかし必要なビームパワーは繰り返し周波数、バンチ数に比例する。よって消費電力をなるべく抑え、ルミノシティを高めるためにはビームサイズを絞る必要がある。一方ビームサイズを絞ると問題となるのが Beamstrahlung によるエネルギーの広がりである。Beamstrahlung とはビームが発生させる電磁場によるシンクロトロン放射により、一部のエネルギーが減少することでエネルギー広がりが増大する現象である。コライダーにおいては初期状態の重心エネルギーが定義されていることが大きな武器であるから、このエネルギーの広がり大きな問題となる。この効果によるエネルギーの広がり δ_{BS} は

$$\delta_{BS} \propto \frac{N^2 E}{(\sigma_x + \sigma_y)^2 \sigma_z} \quad (1.5)$$

と表される。このため、ビームサイズを絞るとエネルギーの広がりが大きくなる。以上のことからルミノシティを最大化し、さらに Beamstrahlung を許容値以内に抑えるためにビームサイズを y 方向のみ絞る必要がある。よって $\varepsilon_x \gg \varepsilon_y$ である非対称エミッタンスビームが必要である。

ILC の基本パラメータを Tab 1.1 に示す。現在の ILC の設計では周長約 3km の Damping Ring に事前にビームを蓄積し、 $\varepsilon_x = 10\mu\text{m}$ 、 $\varepsilon_y = 0.04\mu\text{m}$ の非対称エミッタンスビームを生成する (Fig 1.1)。そこで我々は比較的短いビームラインで構成され

Tab 1.1: ILC の基本パラメータ [2]

Parameter	value	unit
Bunch population	3.2	nC
Number of bunches	2625	
Linac bunch interval	369	ns
RMS bunch length	300	μ m
Normalized horizontal emittance at Interaction Point(IP)	10	π mm.mrad
Normalized vertical emittance at IP	0.02	π mm.mrad
Vertical beta function at IP	10	mm
RMS horizontal beam size at IP	474	mm
RMS vertical beam size at IP	3.5	nm
Vertical disruption parameter	14	
Fractional RMS beam energy loss to beamstrahlung	1.7	%

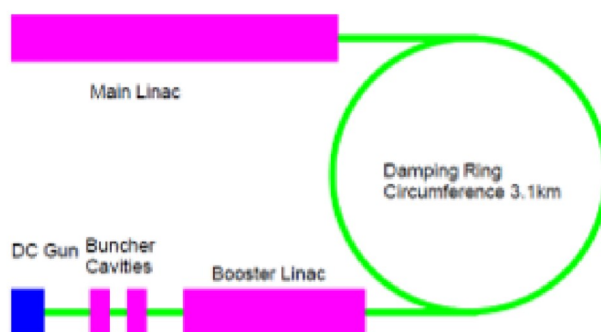


Fig 1.1: Damping Ring の概要図. ILC の設計値では周長約 3km となる.

た, Damping Ring を不要とする新しい非対称エミッタンスビーム生成方法の提案を行う. この手法は RFB T (Round to Flat Beam Transformation)[3] と TLEX(Transverse to Longitudinal EXchange)[4] と呼ばれる 2 つの手法を組み合わせたものである (Fig 1.2). この手法は 6 次元位相空間における回転を利用したものであり, xyz 間に相関が無い限り各プロセスでエミッタンスの積は保存する.

この RFBT と TLEX を組み合わせた手法について Fig 1.3 に概要図を示す. まず空間電荷効果を抑えるため, x, y にある程度大きなエミッタンスを与え (ここでは $50\mu\text{m}$), ビームサイズを大きくとる. その後 RFBT を用いて $x-y$ 間のエミッタンスを交換する. この時, y 方向のエミッタンスは $0.04\mu\text{m}$ と絞られ, x 方向のエミッタンスは $62500\mu\text{m}$ と大きく膨れる. その後, TLEX を用いて $x-z$ 間のエミッタンスを交換し, 大きく膨れた x 方向のエミッタンスを z 方向に押し付ける. そして最終的に $\varepsilon_x = 10\mu\text{m}$, $\varepsilon_y = 0.04\mu\text{m}$ の非対称エミッタンスビームを生成する. こうすると進行方向のエミッタンスは大きく膨れてしまい, Energy Spread が広がってしまうように

思える. しかし, $\gamma = 2000 (E_{total} = 1\text{GeV})$ の場合, z 方向エミッタンスを幾何エミッタンスに直すと約 $30\mu\text{m}$ となる.

また, z 方向の幾何エミッタンスの定義は

$$\varepsilon_z = \sqrt{\langle z^2 \rangle \langle \delta^2 \rangle - \langle z\delta \rangle^2} \quad (1.6)$$

である. ここで $\langle z \rangle$ はバンチの z 方向位置, $\langle \delta \rangle$ は RMS Energy spread をビームエネルギーで規格化したものである. バンチの z 方向位置と Energy Spread に相関が無いとすると,

$$\varepsilon_z = \sqrt{\langle z^2 \rangle \langle \delta^2 \rangle} = z_{rms} \delta_{rms} \quad (1.7)$$

となり, z_{rms} が 100mm 程度だと仮定すると, δ_{rms} は 0.3 mrad となり, Energy spread は小さい. よって TLEX 後にビームエネルギーが大きければ, Energy spread はさほど問題とならない. 本研究では第 1 段階として RFBT の実証実験を行う.

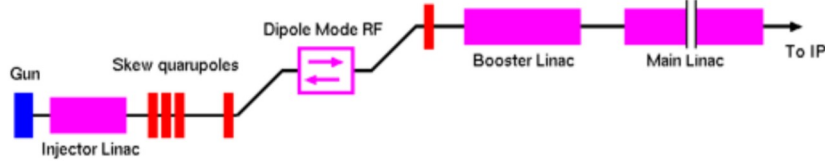


Fig. 1.2: RFBT と TLEX を組み合わせたビームライン. TLEX を出た後, 加速, コライダーへ輸送される.

	ILC	6D emittance Exchange		
		Initial	RFBT	TLEX
$\varepsilon_{nx} [\pi \mu\text{m}]$	10	<u>50</u>	<u>62500</u>	<u>10</u>
$\varepsilon_{ny} [\pi \mu\text{m}]$	0.04	<u>50</u>	<u>0.04</u>	0.04
$\varepsilon_{nz} [\pi \mu\text{m}]$	110000	10	10	<u>62500</u>
ε_{6D}	44000	25000	25000	25000

Fig. 1.3: RFBT と TLEX を組み合わせた非対称エミッタンス生成の概要.

2 非対称エミッタンスビーム生成の理論

ソレノイド磁場中でビームを発生させた後, Skew と呼ばれる 45 度傾いた四重極磁場を通過させると非対称なエミッタンスが現れる. この手法を RFBT(Round to Flat Beam Transformation) と呼ぶ. この章では RFBT による非対称エミッタンスビーム生成の理論を [3] に沿って説明する.

2.1 Beamdynamics の基礎

加速器物理では, 粒子の座標は特殊な曲線座標系を用いる. ある決まった初期位置, 運動量を持つ理想的な粒子を基準粒子として, その粒子の軌道を基準軌道とする. ここでパラメータ s は基準軌道の進行方向の座標である. その s 軌道に直行する水平方向を x , 垂直方向を y とし, 粒子の座標は $x(s), y(s), s$ の 3 つの成分で表される. また, s 軌道の法線方向を z とすると, 基準軌道が直線の場合, s 方向ベクトルと z 方向ベクトルは一致するため, 本論文では粒子の座標を $x(s), y(s), z(s)$ の 3 つの成分で表す.

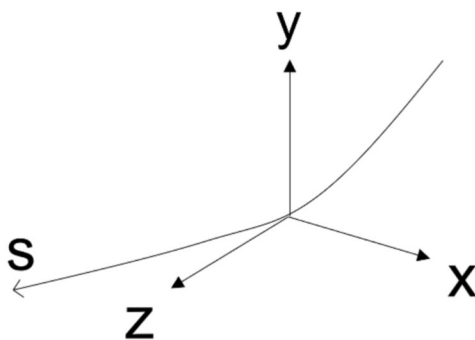


Fig 2.1: 加速器物理における座標系.

ビームの品質を表すものにエミッタンスがある. エミッタンスとはビームの運動方向のばらつきを表したものであり, エミッタンスが小さいほど, 運動方向が揃ったよい品質のビームとされる. x 方向のエミッタンスは,

$$\varepsilon_{rms,x} = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \quad (2.1)$$

と定義される. x は位置, x' は x 方向運動量を s 方向運動量で規格化した値であり,

$x' = p_x/p_s$ と定義される. $\langle \rangle$ は平均を表し, $\langle xx' \rangle$ は x と x' の相関を表す. これを rms エミッタンスと呼ぶ.

次に x, y 方向の運動量 p_x, p_y を s 方向運動量で規格化したものを (x', y') , エネルギー広がり ΔE を全エネルギー E で規格化したものを δ として, 6次元位相空間 $(x, x', y, y', z, \delta)$ を定義する. 6次元位相空間における体積はリウビルの定理より保存量である. ここで6次元ベクトル U を定義する.

$$U = \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ z \\ \delta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

また, U から行列 Σ を定義する.

$$\Sigma = \langle U \tilde{U} \rangle = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle & \langle xy \rangle & \langle xy' \rangle & \langle xz \rangle & \langle x\delta \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle & \langle x'y \rangle & \langle x'y' \rangle & \langle x'z \rangle & \langle x'\delta \rangle \\ \langle yx \rangle & \langle yx' \rangle & \langle y^2 \rangle & \langle yy' \rangle & \langle yz \rangle & \langle y\delta \rangle \\ \langle y'x \rangle & \langle y'x' \rangle & \langle yy' \rangle & \langle y'^2 \rangle & \langle y'z \rangle & \langle y'\delta \rangle \\ \langle zx \rangle & \langle zx' \rangle & \langle zy \rangle & \langle zy' \rangle & \langle z^2 \rangle & \langle z\delta \rangle \\ \langle \delta x \rangle & \langle \delta x' \rangle & \langle \delta y \rangle & \langle \delta y' \rangle & \langle \delta z \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

この行列 Σ を Beammatrix という. また, 式 (2.1) は行列表示で

$$\varepsilon_{rms,x}^2 = \begin{vmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

とかける. y, z 方向へのエミッタンスも式 (2.4) と同様に

$$\varepsilon_{rms,y}^2 = \begin{vmatrix} \langle y^2 \rangle & \langle yy' \rangle \\ \langle yy' \rangle & \langle y'^2 \rangle \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{rms,z}^2 = \begin{vmatrix} \langle z^2 \rangle & \langle z\delta \rangle \\ \langle z\delta \rangle & \langle \delta^2 \rangle \end{vmatrix} \quad (2.6)$$

と定義すると Beammatrix の対角成分はそれぞれ $\varepsilon_{rms,x}, \varepsilon_{rms,y}, \varepsilon_{rms,z}$ となる。また、6次元位相空間の体積は式 (2.3) の行列式の平方根で表される。よって各自由度間に相関がないとすると、各自由度の エミッタンスの積は

$$\sqrt{\det |\Sigma|} = \varepsilon_{rms,x} \varepsilon_{rms,y} \varepsilon_{rms,z} \quad (2.7)$$

となり6次元位相空間の体積となる。よって各自由度間の相関がない場合、各自由度の $\varepsilon_{rms,x} \varepsilon_{rms,y} \varepsilon_{rms,z}$ の積は保存量といえる。

2.2 転送行列によるビーム輸送

ビーム輸送は行列による線形変換で表すことができる。ここでは x と y の2次元での運動を考える。まず粒子の状態を表すベクトル V

$$V = \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

を定義する。また、このときの Beammatrix Σ は

$$\Sigma = \langle V \tilde{V} \rangle = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle & \langle xy \rangle & \langle xy' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle & \langle x'y \rangle & \langle x'y' \rangle \\ \langle yx \rangle & \langle yx' \rangle & \langle y^2 \rangle & \langle yy' \rangle \\ \langle y'x \rangle & \langle y'x' \rangle & \langle yy' \rangle & \langle y'^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

となる. $\langle \rangle$ は平均を表す. Beammatrix の体積は, x と y に相関がないとすると

$$\sqrt{\det|\Sigma|} = \varepsilon_x \varepsilon_y \quad (2.10)$$

と x と y のエミッタンス $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ の積で表すことができる.

次にビームが z_i から z_f まで移動し, 粒子分布が $V(z_i)$ から $V(z_f)$ へ変化したとする. このときの変換は, 行列 M を用いて

$$V(z_f) = M(s)V(z_i) \quad (2.11)$$

と表す. M は 4×4 行列であり, $\det|M| = 1$ である. また, M を転送行列と呼ぶ. M を用いるとビーム輸送による Beammatrix の変換は

$$\Sigma(z_f) = \langle V\tilde{V} \rangle = M\Sigma(z_i)\tilde{M} \quad (2.12)$$

と表すことができる. ここで $\det|M| = 1$ であるから, 輸送前後の Beammatrix の行列式は変化せず, 位相空間における体積は変化しない. よってエミッタンスの積はビーム輸送によって変化しないことが分かる. また行列 M が x と y でそれぞれの独立な運動を表す場合, それぞれのエミッタンス $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ は保存される. 転送行列の例として, 自由空間場合,

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

で表せる. L はドリフト距離である. しかし保存量となるのは速度一定の場合のみである. 例えば粒子が加速した場合, 進行方向の運動量は増加するため, 幾何エミッタンスは減少して見える. これを断熱減衰と呼ぶ. そこで異なるエネルギーのエミッタンスを比較するためローレンツ因子 $\gamma\beta$ を用いて

$$\varepsilon_n = \gamma\beta\varepsilon_{rms} \quad (2.14)$$

と ε_n を定義する. ε_n を rms エミッタンスと区別して規格化エミッタンスと呼ぶ. 以降は特に断らない限り, 規格化エミッタンスをエミッタンスと呼ぶ.

2.3 非対称エミッタンスビームの生成の理論

次に x と y 方向の位相空間におけるベクトルを定義する.

$$X = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$Y = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

するとこの二つのベクトルで定義される 4 次元の Beammatrix は

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \langle X\tilde{X} \rangle & \langle X\tilde{Y} \rangle \\ \langle Y\tilde{X} \rangle & \langle Y\tilde{Y} \rangle \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

ここで回転行列 R を定義する.

$$R = \begin{pmatrix} I \cdot \cos \theta & I \cdot \sin \theta \\ -I \cdot \sin \theta & I \cdot \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

I は 2×2 の単位行列である. この行列によるビーム輸送は

$$\Sigma = R \cdot \Sigma \cdot R^{-1} \quad (2.19)$$

で表される. この時

$$\langle X\tilde{X} \rangle \cos^2 \theta + \langle Y\tilde{Y} \rangle \sin^2 \theta + (\langle X\tilde{Y} \rangle + \langle Y\tilde{X} \rangle) \sin \theta \cos \theta = \langle X\tilde{X} \rangle \quad (2.20)$$

回転角 θ は任意であるので

$$\langle X\tilde{X} \rangle = \langle Y\tilde{Y} \rangle \quad (2.21)$$

$$\langle X\tilde{Y} \rangle = -\langle Y\tilde{X} \rangle \quad (2.22)$$

式 (2.22) の転置をとると

$$\langle \widetilde{X\tilde{Y}} \rangle = -\langle \widetilde{Y\tilde{X}} \rangle = -\langle X\tilde{Y} \rangle \quad (2.23)$$

となる。したがって非対角成分は反対称的であり、

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \langle X\tilde{X} \rangle & \langle X\tilde{Y} \rangle \\ -\langle X\tilde{Y} \rangle & \langle Y\tilde{Y} \rangle \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

とあらわすことができる。

ここで x と y で相関が発生した場合、すなわち角運動量が発生した場合、 L を角運動量とし、これを進行方向 z の運動量 p_z で規格化したものを \mathcal{L} とすると

$$\mathcal{L} = \langle xy' \rangle = -\langle x'y \rangle = \frac{L}{2p_z} \quad (2.25)$$

で表すことができる。また、反対称な行列 J

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

を定義すると $\langle X\tilde{Y} \rangle$ は

$$\langle X\tilde{Y} \rangle = \mathcal{L}J \quad (2.27)$$

と表せる。また、 $\langle X\tilde{X} \rangle, \langle Y\tilde{Y} \rangle$ は楕円を表し、

$$\langle X\tilde{X} \rangle = \langle Y\tilde{Y} \rangle = \varepsilon T_0 \quad (2.28)$$

と表される。ここで T_0 は

$$T_0 = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \frac{1+\alpha^2}{\beta} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

で定義される. α, β は Twiss パラメータであり, $|T_0| = 1$ である. 式 (2.27) と式 (2.28) より, 角運動量が発生した Beammatrix は

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \varepsilon T_0 & \mathcal{L}J \\ -\mathcal{L}J & \varepsilon T_0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

で表される. ここで角運動量を持った Beammatrix Σ_0 が Σ に変換されるとする. このときの転送行列 M は 4×4 行列であり, $\det|M| = 1$ である.

$$\Sigma = M\Sigma_0\tilde{M} \quad (2.31)$$

このとき, 非対角成分が除去されるとすると転送後の Beammatrix は

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \varepsilon_+ T_+ & 0 \\ 0 & \varepsilon_- T_- \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

ここで T_{\pm} は

$$T_{\pm} = \begin{pmatrix} \beta_{\pm} & -\alpha_{\pm} \\ -\alpha_{\pm} & \frac{1+\alpha_{\pm}^2}{\beta_{\pm}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

である. また, Kim らによって次の I_1 と I_2 の 2 つの保存量が確認されている [5].

$$I_1 = \varepsilon_{4D} = \det|\Sigma| \quad (2.34)$$

$$I_2(\Sigma) = -\frac{1}{2} \text{Tr} J_4 \Sigma J_4 \Sigma \quad (2.35)$$

ここで J_4 は反対称な行列

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

を用いた

$$J_4 = \begin{pmatrix} J & 0 \\ 0 & J \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

となる 4×4 行列である. 式 (2.34) より, 式 (2.30) と式 (2.32) は

$$\varepsilon_+ \varepsilon_- = \varepsilon - \mathcal{L} \quad (2.38)$$

となり, 式 (2.35) より

$$\varepsilon_+^2 + \varepsilon_-^2 = 2(\varepsilon^2 + \mathcal{L}^2) \quad (2.39)$$

が導かれる. そして式 (2.38) と式 (2.39) を連立することにより,

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon \pm \mathcal{L} \quad (2.40)$$

ε_+ と ε_- の値が求められる. よって角運動量を持ったビームに対して転送行列 M で表される適切な変換を施すことにより, Beammatrix の非対角成分が除去され, 対角成分のみになる. この時対角成分には非対称なエミッタンス ε_+ と ε_- が現われる. ε_+ と ε_- の大きさは転送前の Beammatrix の非対角成分である角運動量と対角成分のエミッタンスによって決定される. この手法を RFBT と呼ぶ.

2.4 RFBT 基本構成によるエミッタンスビーム生成

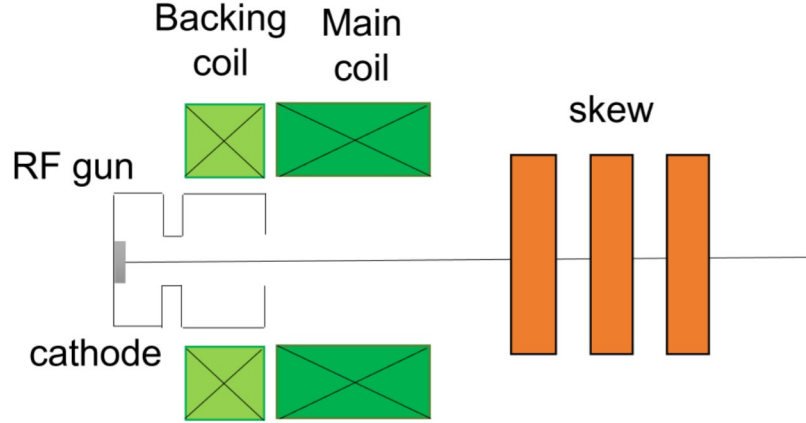


Fig 2.2: RFBT 基本構成

Fig 2.2 に RFBT の基本構成を示す. ソレノイド磁場中のカソードで生成された電子ビームは電子銃によって加速されたあと, Skew 磁石を通過する. この構成に非対称エミッタンスビームの生成を行う. ソレノイド磁場中のカソード上で発生した電子ビームの運動量は次の分だけ変化する.

$$\Delta x' = -\kappa y, \quad \Delta y' = \kappa x \quad (2.41)$$

ここで, $\kappa = \frac{eB}{2p_z}$ である. 位相空間においては

$$\begin{pmatrix} x \\ x' - \kappa y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y \\ y' + \kappa x \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

となる [3]. カソード上では位相空間において一様に分布するため, xx' 間に相関は発生しない. また, x と y 間で位置同士, 運動量同士の相関は発生しない. よって x' $\langle xx' \rangle = 0$, $\langle yy' \rangle = 0$, $\langle x'x' \rangle = 0$, $\langle y'y' \rangle = 0$, である. このとき Beammatrix Σ_0 は,

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & \kappa\sigma^2 \\ 0 & \kappa^2\sigma^2 + \sigma'^2 & -\kappa\sigma^2 & 0 \\ 0 & -\kappa\sigma^2 & \sigma^2 & 0 \\ \kappa\sigma^2 & 0 & 0 & \kappa^2\sigma^2 + \sigma'^2 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

このとき, $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle$, $\sigma'^2 = \langle x'^2 \rangle = \langle y'^2 \rangle$ である. Σ_0 から次が定義できる.

$$\mathcal{L} = \kappa\sigma^2 \quad (2.44)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}}, (\varepsilon_u = \sigma\sigma') \quad (2.45)$$

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\sigma^2}{\sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}^2}} \quad (2.46)$$

となる. また式 2.40 より,

$$\varepsilon_{\pm} = \sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}} \pm \mathcal{L} \quad (2.47)$$

$$\varepsilon_{\pm} = 2\mathcal{L}, \varepsilon_{-} = \frac{\varepsilon_u^2}{2\mathcal{L}} \quad (2.48)$$

$$\frac{\varepsilon_{+}}{\varepsilon_{-}} \approx \left(\frac{\mathcal{L}}{\varepsilon_u}\right)^2 \quad (2.49)$$

が導かれる. これから RFBT 後理論的なエミッタンスはカソードでの熱エミッタンスとカソードで与えた角運動量から導出できることが分かる. これにより理論的なエミッタンス比を求めることができる. 次に非対称エミッタンス生成に必要な行列 M を求める. 行列 M は 3 つの Skew によって構成される. 行列 M によって式 (2.43) の対角化を行う.

ある四重極磁場の転送行列を M_{NQ} , 対角成分を A, B とする.

$$M_{NQ} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

これを 45 度回転させると Skew 磁場の転送行列となる.

$$M = R^{-1}M_{NQ}R \quad (2.51)$$

R は 45deg の回転を表す (式 (2.18)). このとき $\theta = 45^\circ$ である. この変換により M は

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_{+} & A_{-} \\ A_{-} & A_{+} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

となる, このとき

$$A_{\pm} = A \pm B \quad (2.53)$$

である. 次に行列 M を用いて Beammatrix Σ_0 の変換を行うと, 変換後の Beammatrix の非対角成分は

$$\varepsilon(A_+T_0\tilde{A}_- + A_-T_0\tilde{A}_+) + \mathcal{L}(A_+J\tilde{A}_+ - A_-j\tilde{A}_-) = 0 \quad (2.54)$$

となる. ここで

$$A_- = A_+S \quad (2.55)$$

となる次の行列 S を定義する. 式 2.61 の第 2 項は $|S| = 1$ であるから消去される. さらに

$$T_0\tilde{S} + ST_0 = 0 \quad (2.56)$$

であるとするとき式 (2.61) の第 1 項は消去される. また, T_0

$$ST_0 = -T_0\tilde{S} = -\widetilde{ST_0} \quad (2.57)$$

であることから ST_0 は反対称となる. ここで反対称な行列 J を定義する.

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

$|T_0| = |S| = 1$ であるから $ST_0 = \pm J$. よって

$$S = \pm JT_0^{-1} = \pm \begin{pmatrix} -\alpha & -\beta \\ \frac{1+\alpha^2}{\beta} & \alpha \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

である. よって行列 S は Beammatrix における $\langle XX \rangle, \langle YY \rangle$ 成分に相当し,

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \pm \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} \Sigma_{12} & -\Sigma_{11} \\ \Sigma_{21} & -\Sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

となる. ここで転送後の Beammatrix の非対角成分は,

$$2\Sigma_{XX,YY} = \varepsilon(A_+T_0\tilde{A}_- + A_-T_0\tilde{A}_+) + \mathcal{L}(A_+J\tilde{A}_+ - A_-J\tilde{A}_-) = 0 \quad (2.61)$$

となる. そして式 (2.59) が正で与えられたとき,

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \varepsilon_- T & 0 \\ 0 & \varepsilon_+ T \end{pmatrix}, T = \frac{1}{2}A_+T_0\tilde{A}_+ \quad (2.62)$$

となる.

次に式 2.55 を満たすような 2×2 行列を定義する. Thin lens 近似を用いた Quadrupole の 2×2 行列は

$$Q(q) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q & 1 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

と表される. ここで q は四重極磁場の強さであり, 焦点距離 f を定義すると, $q = 1/f$ と焦点距離の逆数となり, これを K 値と呼ぶ. q は

$$q[1/m] = \frac{300g[T/m]l_{eff}[m]}{cp[GeV]} \quad (2.64)$$

となる. g は四重極磁場の磁場勾配, l_{eff} は磁極の有効長, c は光速, p は全運動量である. また, ドリフト空間の転送行列は次の式で表される.

$$D(d) = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

3つの skew でビームラインが構成されているとすると, 3つの skew の間には2つのドリフト空間が存在する. ここでドリフト空間をそれぞれ d_2, d_3 と置く. 四重極場の転送行列を式 (2.63) で表すと

$$X_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

で表される X は行列 A によって変換される. 行列 A は

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

で定義される. 同様に y 方向の位相空間を

$$Y_0 = \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

と定義すると次の行列 B によって変換される.

$$B = A(-q_1, -q_2, -q_3, d_2, d_3) \quad (2.69)$$

四重極磁場において K 値は x と y では逆極性となるため, 行列 B において q_1 から q_3 は A とは逆極性となる. そして式 (2.67) と式 (2.69) を式 (2.55) について解くと次の3つの式が得られる.

$$d_2 d_T S_{12} q_1^2 + d_2 S_{11} - S_{12} + d_2 d_T S_{21} - d_T S_{22} = 0 \quad (2.70)$$

$$d_2 d_3 (1 + S_{12} q_1) q_2 + (S_{12} + d_T S_{22}) = 0 \quad (2.71)$$

$$[d_T S_{11} q_1 + d_3 S_{11} q_2 + d_2 d_3 q_2 (S_{21} + q_1) + 1] q_3 + d_2 S_{11} q_1 q_2 + s_{21} + q_1 + q_2 = 0 \quad (2.72)$$

となる. ここで $S_{i,j}$ は行列 S を構成する成分である (式 (2.60)). これを q_1, q_2, q_3 について解くと

$$q_1 = \pm \sqrt{\frac{-d_2 S_{11} + S_{12} - d_2 d_T S_{21} + d_T S_{22}}{d_2 d_T S_{12}}} \quad (2.73)$$

$$q_2 = -\frac{S_{12} + d_T S_{22}}{d_2 d_3 (1 + S_{12} q_1)} \quad (2.74)$$

$$q_3 = -\frac{q_1 + q_2 + d_2 S_{11} q_1 q_2 + s_{21}}{1 + (d_T q_1 + d_3 q_2) S_{11} + d_2 d_3 q_2 (S_{21} + q_1)} \quad (2.75)$$

の3つの式が得られる. ここで q_1 は複号になっており, q_2, q_3 は q_1 の従属変数であ

るため, q_1 の符号によって2通りの解が存在する.

ここで Y と X の相関行列 S^{co} を定義する.

$$Y = S^{co} X \quad (2.76)$$

[6] より, S^{co} は変数 a, b を用いて

$$S^{co} = \begin{pmatrix} a & b \\ -\frac{1+a^2}{b} & -a \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

で表される. また, 式 (2.52) から, Skew 転送後の Y_1, X_1 は

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A+B & A-B \\ A-B & A+B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ S^{co} X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A+B+(A-B)S^{co}]X_0 \\ [A-B+(A+B)S^{co}]X_0 \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

となり, フラットビームとなる条件, すなわち Y_1 が消去される条件は

$$A - B + (A + B)S^{co} = 0 \quad (2.79)$$

である. ここで

$$A_- + A_+ S^{co} = 0 \quad (2.80)$$

となり, 式 (2.55) と比較すると,

$$S = -S^{co} \quad (2.81)$$

の関係にある. よって相関行列 S^{co} を求めることで Skew の値を導出することができる. よって本研究では S^{co} を用いて行列 S を導出する.

3 KEK STF

本研究では高エネルギー加速器研究施設(KEK) 超伝導リニアック試験施設(STF)にて実験を行った. KEK STF ビームラインの構成図を Fig 3.1 に示す. 電子銃から出たビームは CCM, CM で加速された後, 下流へと輸送される.

本章ではビームラインを構成する各コンポーネントについて解説する.

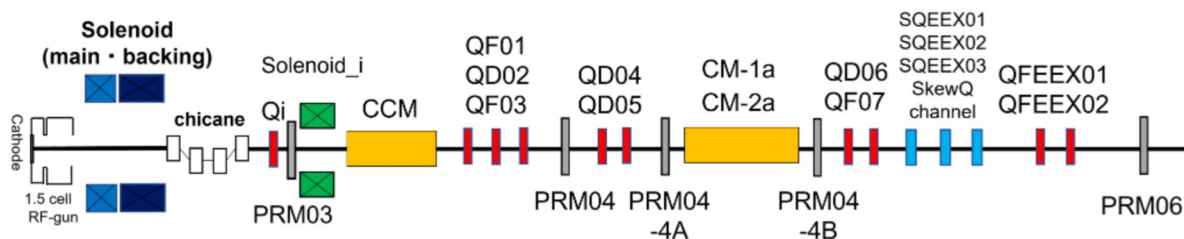


Fig 3.1: KEK STF ビームライン構成図. Qi, QF01 から QF07, QFEEX01, QFEEX02 は四重極磁石, SQEEX01 から 03 までは skew 四重極磁石, CCM, CM は加速空洞, PRM04 から PRM06 はスクリーンと OTR である. また, QFEEX01, QFEEX02 は Qscan 用のマグネットである.

3.1 フォトカソード

電子の KEK STF 加速器では電子ビームの生成をフォトカソード RF 電子銃において行う. フォトカソードにレーザー光をあてることにより, 光電効果によって電子を生成, これを電子銃によって加速する. KEK STF 加速器においてはモリブデン上にセシウムとテルルを蒸着, 成膜したものをフォトカソードとして用いる. この時, モリブデン表面には Cs_2Te が結晶をつくる. Cs_2Te のバンド図を Fig 3.2 に示す. Cs_2Te のエネルギーギャップ E_g は $3.3eV$ であり, 電子親和力 E_a が $0.2eV$ の p 型半導体である. また, Powell らの測定 [7] では伝導帯の状態密度が最も高いエネルギー準位 E_f は $4.05eV$ であり, 価電子帯の状態密度が最も高いエネルギー準位は価電子帯のエネルギーの頂点から $-0.7eV$ の準位である. このことから [3] によれば $E_{laser} = 4.72eV$ のレーザー光を照射すると, $E_{kin} = E_f - E_g - E_a = 0.55eV$ の運動エネルギーをもった電子がカソードから発生すると考察している. 一方 KEK STF のレーザー波長は $266nm$, $E_{laser} = 4.67eV$ であり [3] のレーザーエネルギーとほぼ等しいことから, 本研究では [3] の計算モデルを用いる. よって電子銃電場によって加速される前の運動エネルギー $E_{kin} = 0.55eV$ とする. また, 電子の運動エネルギーと

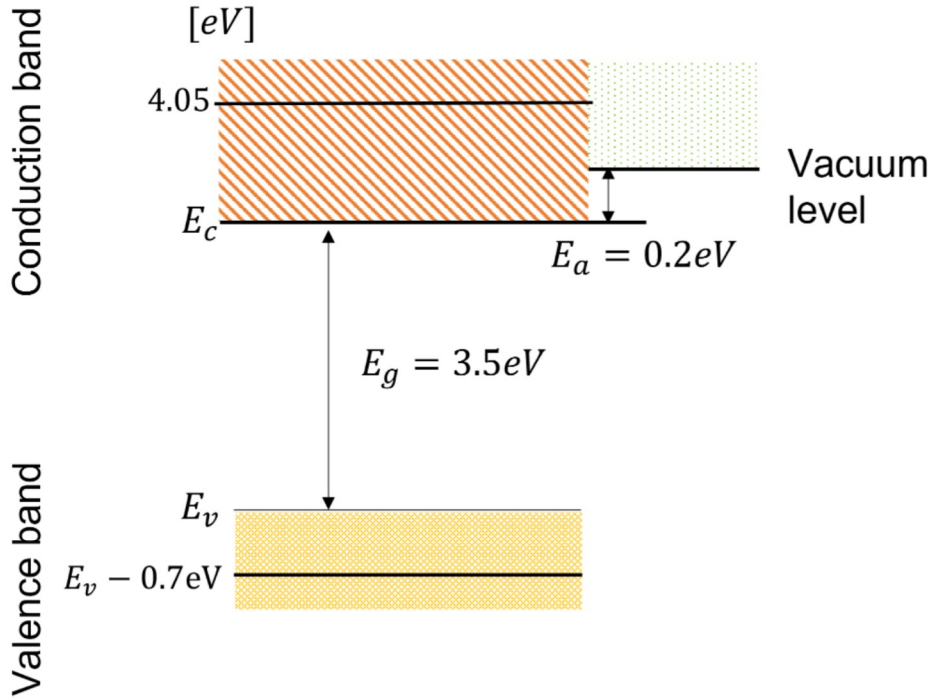


Fig 3.2: Cs_2Te のバンド構造の模式図

レーザーのスポットサイズから熱エミッタンス ε_{th} が導出される [8].

$$\varepsilon_{th} = \sigma \sqrt{\frac{2E_{kin}}{3m_0c^2}} \quad (3.1)$$

σ はレーザーの rms スポットサイズ, m_0c^2 は電子の静止質量である. この式からレーザーのスポットサイズが 1mm の場合, 熱エミッタンス ε_{th} は 0.85mm mrad となる.

3.2 RF-gun

電子銃はカソードで発生した電子を加速し, 後続のビームラインへ送る役割を持つ. KEK STF に設置されている電子銃は, セル数は 1.5cell, 動作周波数は 1.3GHz(L-band) であり, TM_{01} モード定在波型常伝導加速空洞 4.5MW の RF を入力時に 50MV/m のピーク電場が発生する [9]. Fig 3.3 に RF 電子銃の模式図を示す. 以降は同モデルである DESY の電子銃電場マップを用いてシミュレーションを行う

3.4.

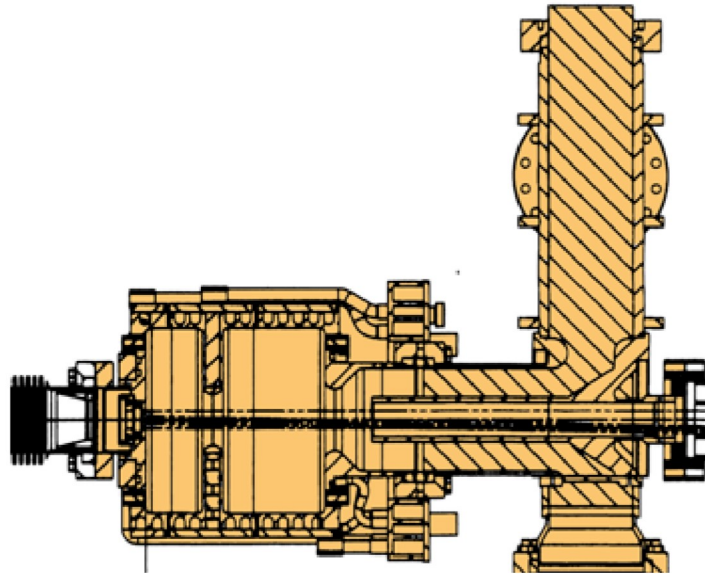


Fig 3.3: KEK STF 1.5cell RF 電子銃の模式図 [10]

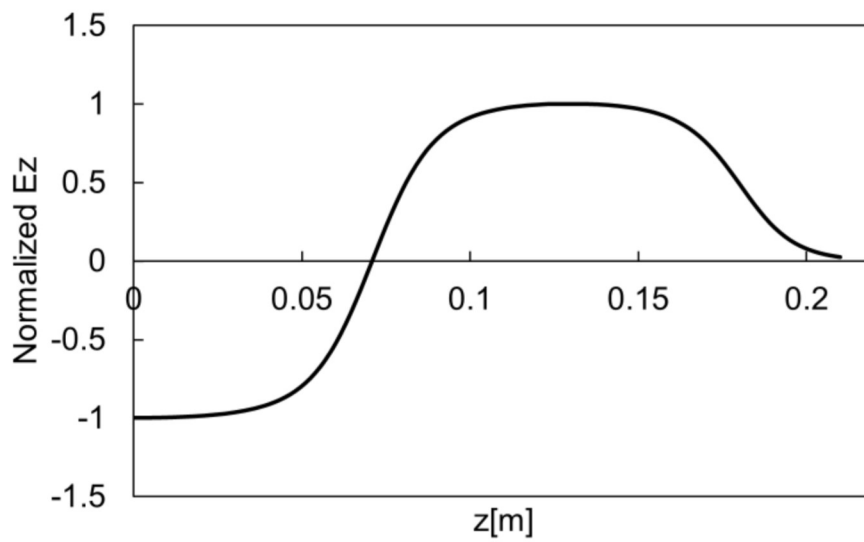


Fig 3.4: RF 電子銃電場マップ

3.3 ソレノイド

KEK STFには電子銃付近と, Q_i と CCM 間の 2 箇所にソレノイドが設置されている。電子銃付近に設置されたソレノイドは 2 つのコイルから構成され, 磁場強さや極性を変えることにより, カソード上での磁場の強さやビームの収束力を調整することができる。以下それぞれ Main coil と Backing coil, 2 つ合わせたものを電子銃ソレノイドと呼称する。また, Backing coil が Main coil と同じ磁場の向きとなる極性を正極性, 逆向きとなる極性を逆極性と本論文では定義する。Poisson super fish[11] で計算したソレノイド断面図を Fig 3.5 に示す。ピンク線で表されたものが磁力線である。York で Main coil と Backing coil が隔てられており, Backing coil 側にカソードが位置する。また, z 軸上の z 方向磁場分布を Fig 3.6 に示す。Backing coil を正極性にすることにより, カソード上に磁場を与えることができる。また, 逆極性にすることにより, カソード上の磁場をほぼ 0 Gauss とすることができる。RFBT 実験では正極性に接続し, 実験を行う。

また, もう 1 つのソレノイドは単一のコイルから構成されている。これを本論文では $Solenoid_i$ と呼称する。この $Solenoid_i$ はビームを集束させる役割を持つ。シミュレーションの結果, $Solenoid_i$ は RFBT 実験を行うにあたって, 悪影響を与えることが分かった。これについてセクション 6.3 にて述べる。

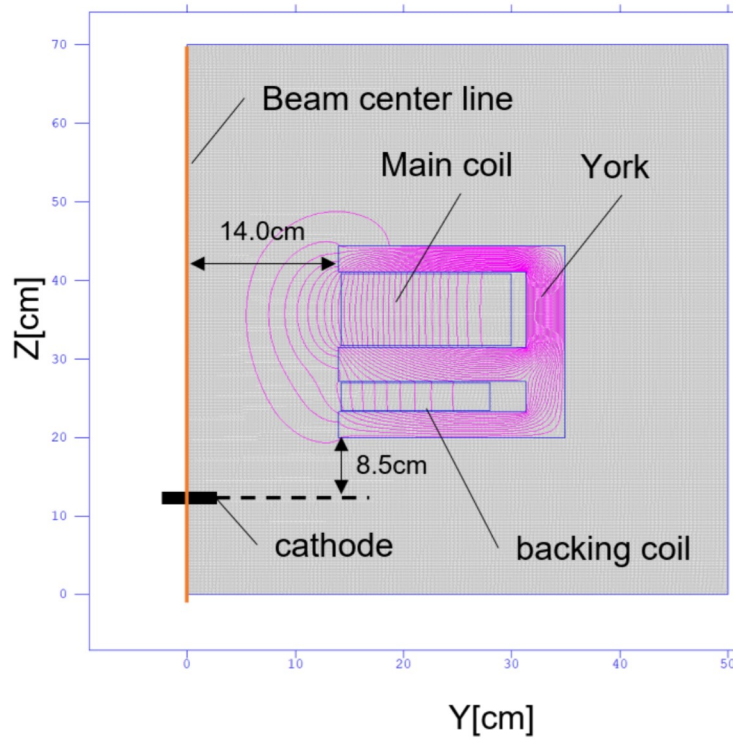


Fig. 3.5: 電子銃ソレノイドの z 方向- y 方向断面図. 横軸が y 方位置, 縦軸が z 方向位置を表す. ピンク色の線が Poisson Super Fish を用いて計算した磁力線. Backing Coil: 正極性, Main coil=197A, Backing Coil=97A. Main coil と Backing Coil が York によって隔てられている. カソードは York 端から 8.5cm, ビーム軌道の中心は York 端から 14.0 cm に位置する.

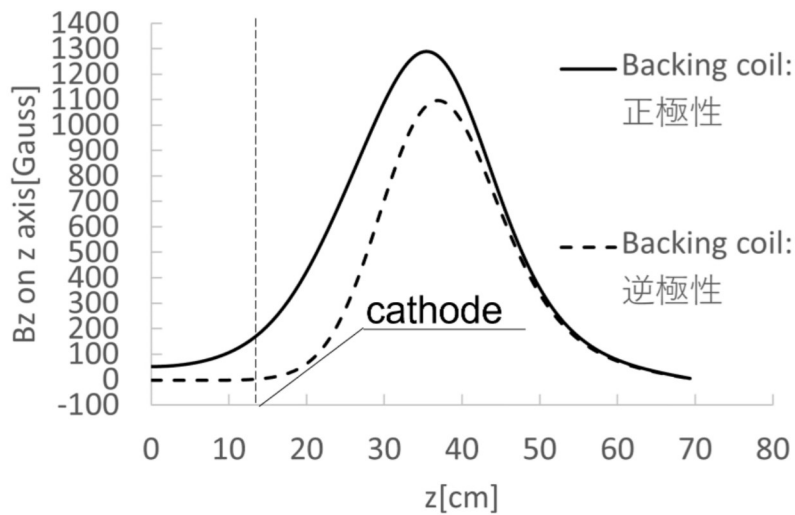


Fig. 3.6: ビーム軸上の z 方向磁場分布. 横軸が z 方向位置, 縦軸が z 方向磁場を表す. 実線が Backing coil が正極性, 破線が逆極性の場合である. Main coil=197A, Backing coil=97A, $z=11.5$ cm にカソード表面が位置する. 逆極性にすると, Main coil が発生させたカソード表面の磁場を打ち消すことができる.

3.4 加速空洞

KEK STFにて設置されている加速空洞はニオブ製 1.3GHz, 9cell, 超電導加速空洞である。また, TM_{01} モード, π モード型定在波で動作する。加速空洞の外観について Fig 3.7 に示す。加速空洞はキャプチャークライオモジュール (CCM) とクライオモジュール (CM) と呼ばれる魔法瓶に収められており, CCM には2つ, CM には12個の加速空洞が内蔵されている。3次元電場マップを Fig 3.8 に示す。この電場マップはカプラー場を含む。詳しくはセクション6.2.2で議論するが, カプラー場によるエミッタンス増大は少ないと考えられる。よって本研究では特に断らない限り, シミュレーションに Fig 3.9. に示す同モデルであるカプラー場を含まない Tesla 空洞の2次元マップを用いる。

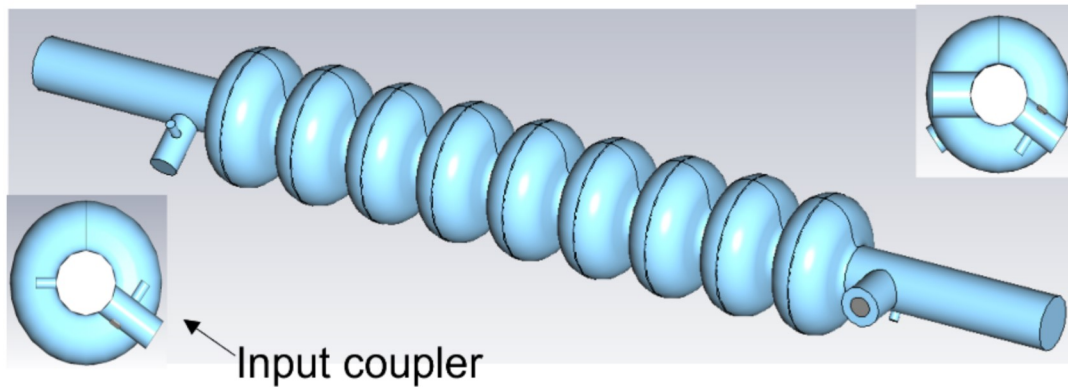


Fig 3.7: 1.3GHz, 9cell 加速空洞. ビームの出入口にはカプラーと呼ばれる電磁波入力用の導波路が存在する。KEK 許斐氏による提供 [16].

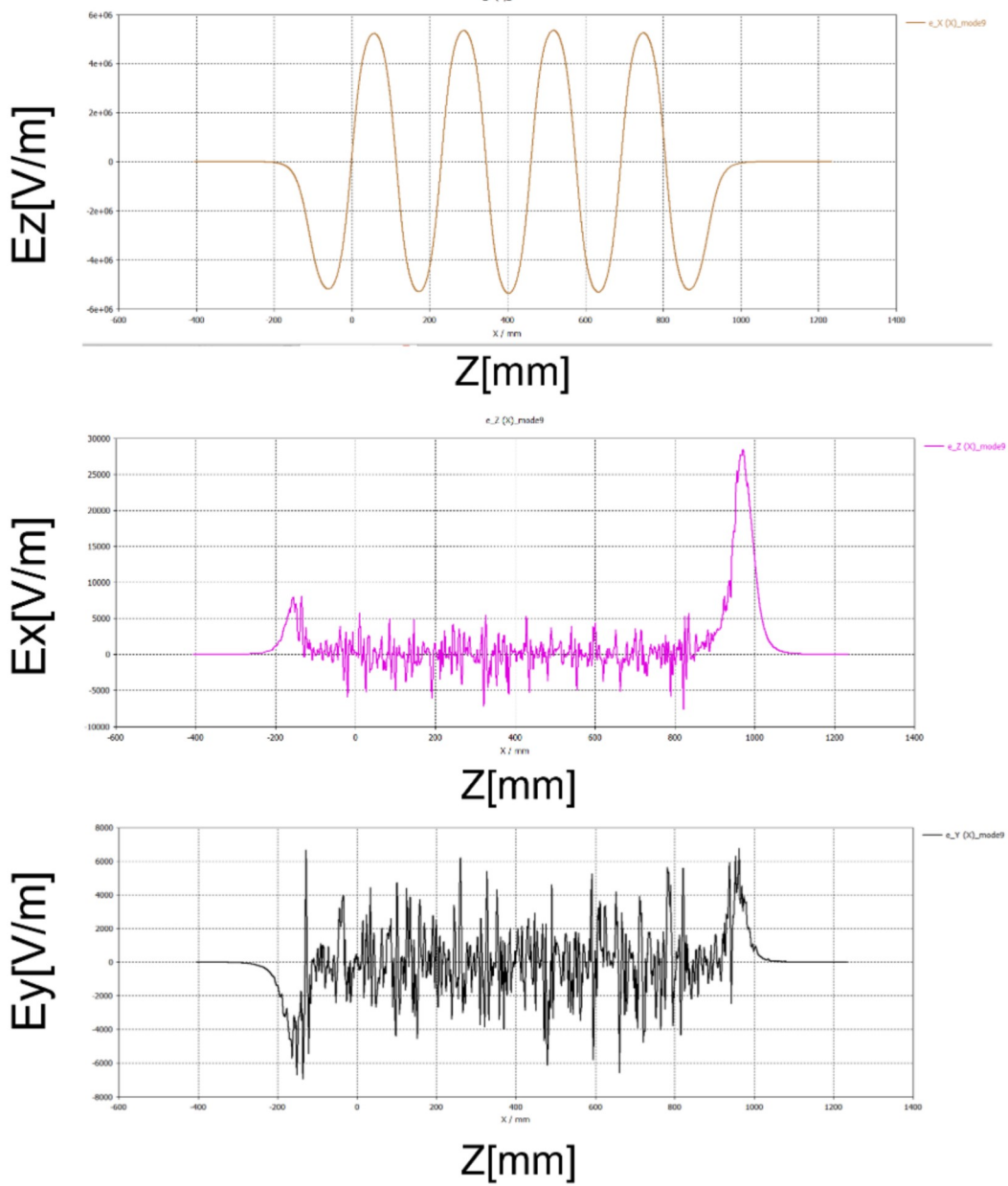


Fig 3.8: 電磁場 3D フィールドマップ. 横軸は進行方向ジオメトリ, 縦軸は軸上電場の振幅である. E_z が振動している領域がアイリスと呼ばれ, 9つのセルが並んでいる. アイリスの始端と終端の E_x , E_y にカップラー場が見える. KEK 許斐氏による提供 [16]

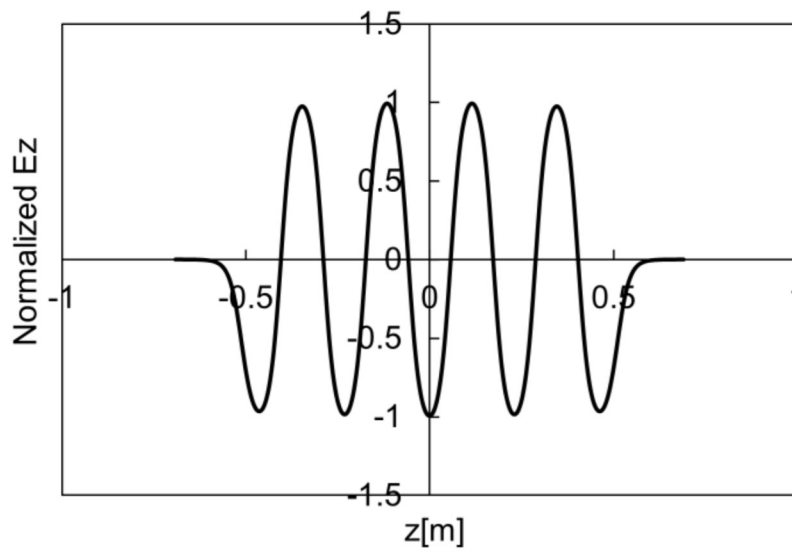


Fig 3.9: 9cell Tesla 空洞 2次元電場マップ

4 RFBT 実験のためのパラメータの決定

この章では RFBT 実験のためのシミュレーションを行い、実験パラメータの決定を行う。実験ではビームサイズやカソードに与える磁場など可変パラメータがいくつかあり、それらをシミュレーションを用いて最適な値を求める必要がある。また、RFBT においてはビームを x と y で Twiss パラメータを対称に輸送し、なおかつエミッタンス増大を極力抑える必要があるため、四重極磁石の調整が重要となる。シミュレーションには ASTRA[12] と呼ばれる加速器用トラッキングコードを用いる。以下示す距離 z はカソード表面の位置を基準とする。

4.1 RFBT 最小構成による非対称エミッタンスビーム生成

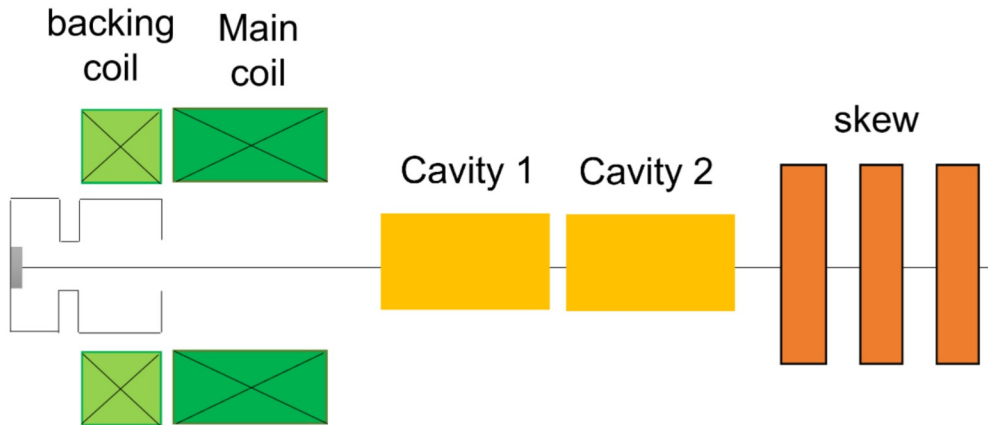


Fig 4.1: RFBT 基本構成に加速空洞を加えたビームライン

まず RFBT ビームラインの特性を調査するため Fig 4.1 に示す非対称エミッタンスビームに必要な最小構成要素に加速空洞を 2 つ加えたビームラインで RFBT のシミュレーションを行う。以降 Fig 4.1 を RFBT ショートビームラインと呼称する。ソレノイドはセクション 3.3 で述べた電子銃ソレノイドである。式 (2.73), (2.74), (2.75) から横方向角運動量の除去に必要な Skew の K 値は直前の相関行列, Skew 同士の距離で決まるが、より厳密な調整を行うために elegant[13] と呼ばれるコードを用いて skew の最適化を行う。elegant は滑降 simplex 法を用いて目的関数を最小化または最大化するように最適化変数を調整する機能を持つ。本研究では Skew の K 値を最適化変数, Skew 直前の粒子分布から導かれる理論値を初期値, Skew 通過後の Beam matrix の非対角成分の和

Tab 4.1: RFBT ショートビームライン シミュレーションパラメータ

Parameter	value	unit
Laser spot rms size on cathode	1.1	mm
Laser pulse rms length(gaussian)	5.11	ps
RF gun Peak E_z	46.5	MV/m
Booster1 cavity peak gradient	30	MV/m
Booster2 cavity peak gradient	40	MV/m
B_0 on cathode	978	Gauss
Main Coil max magnetic field	0.300	T
Backing Coil max magnetic field (正極性)	0.300	T

$$optimizedparameter = |\langle xy \rangle| + |\langle x'y \rangle| + |\langle xy' \rangle| + |\langle x'y' \rangle| \quad (4.1)$$

を目的関数とし、これを最小化した。その後、elegant が計算した Skew の磁極の強さを Astra へ入力、トラッキングを行った。シミュレーションパラメータを Table4.1 に示す。

式 (2.73), (2.74), (2.75) から求められる理論的な Skew の値 $q_{1,2,3}$ と elegant での最適化後の Skew の値 $q_{1,2,3,opt}$ は q_1 が正の場合、

$$\begin{aligned} Solution1 : q_1^1 &= 3.301, q_2^1 = -2.739, q_3^1 = 1.497, \\ OptimizedSolution1 : q_{1,opt}^1 &= 3.315, q_{2,opt}^1 = -2.775, q_{3,opt}^1 = 1.529, \end{aligned} \quad (4.2)$$

q_1 が負の場合、

$$\begin{aligned} Solution2 : q_1^2 &= -3.301, q_2^2 = -2.739, q_3^2 = 1.497, \\ OptimizedSolution2 : q_{1,opt}^2 &= 3.315, q_{2,opt}^2 = 5.239, q_{3,opt}^2 = 1.518, \end{aligned} \quad (4.3)$$

の 2 つの解が得られる。これに対してシミュレーション結果は

$$Optimizedsolution1 : \varepsilon_{n,x} = 84.99\text{mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.02\text{mmmrad} \quad (4.4)$$

$$Optilmizedsolution2 : \varepsilon_{n,x} = 85.00\text{mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.03\text{mmmrad} \quad (4.5)$$

となった。両方の解に対してほぼエミッタンス比に差は見られない。次に Optimized

Solution1 と Optimized Solution2 のビームサイズの変化について Fig 4.2 に示す.

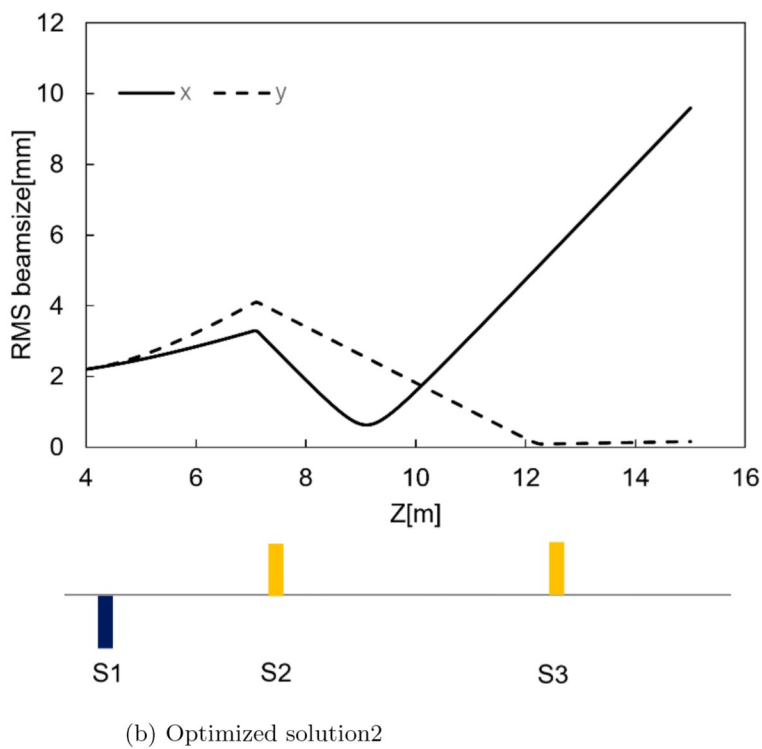
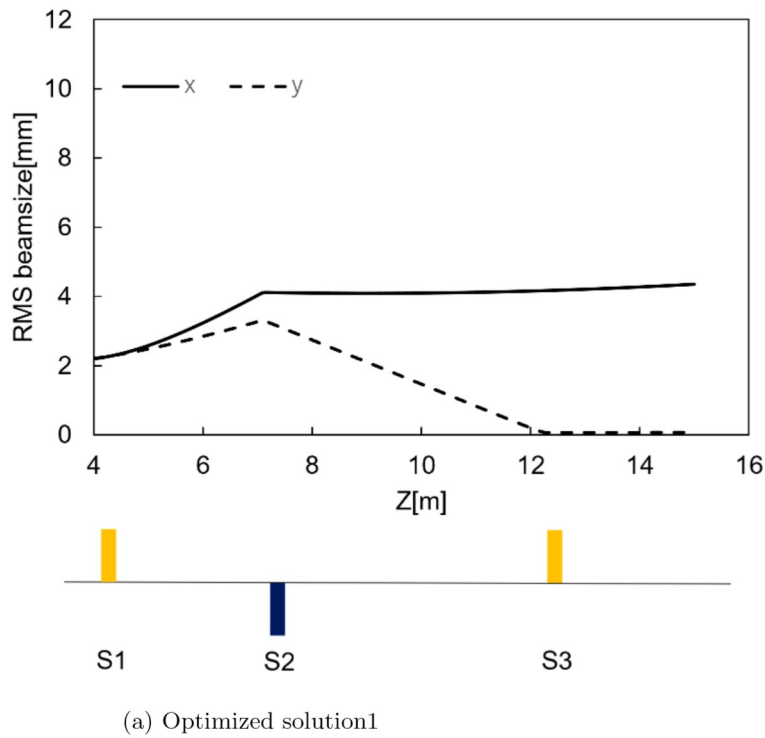


Fig 4.2: skew でのビームサイズの変化. 横軸は z 方向距離, 縦軸はビームサイズを表す. 実線が x , 点線が y 方向ビームサイズを表す.

Soution1 と比べて Solution2 では Beamsize の発散が大きい. Skew 下流でビームサイズが発散するとビームパイプの径を超えてしまうため解として適さない. ま

た, 2つめの Skew(S_2) が $\pm 1\%$ の誤差を持っていた場合 y 方向エミッタンスの変化を Tab 4.2 に示す.

Tab 4.2: Skew2 の誤差に対する y 方向エミッタンスの変化 (*unit : mmmrad*)

Solution	error: +1%	error: $\pm 0\%$	error: -1%
Optimized Solution1	0.10	0.02	0.10
Optimized Solution2	0.22	0.03	0.18

となり, 実験を行うにあたって誤差による影響が少ないのは Optimized solution1 である. よってこの場合 q_1 が正となる解を使用すべきである. また, ビームに与えられる角運動量 \mathcal{L} と熱エミッタンス ε_u は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= 42.44\text{mmrad} \\ \varepsilon_{u,n} &= 0.89\text{mmrad}\end{aligned}\tag{4.6}$$

となる. この2つから得られる理論的なエミッタンスは

$$\begin{aligned}\varepsilon_{n,x} &= 84.89\text{mmrad} \\ \varepsilon_{n,y} &= 9.33 \cdot 10^{-3}\text{mmrad}\end{aligned}\tag{4.7}$$

$$\varepsilon_{n,x}/\varepsilon_{n,y} = 9098\tag{4.8}$$

となる. 理論値とシミュレーション値を比較すると y 方向エミッタンスが2倍程度増大し, エミッタンス比がシミュレーション値の半分となる. 理論的には RFBT 後は磁場による角運動量は Skew により除去され, Skew 通過後は熱エミッタンスのみとなる. よって RFBT 後に得られる理論的なエミッタンスは

$$\varepsilon_{n,u}^2 = 0.79\tag{4.9}$$

で熱エミッタンスの2乗となる. これに対してシミュレーションでは

$$\varepsilon_{n,x} \cdot \varepsilon_{n,y} = 1.78 \quad (4.10)$$

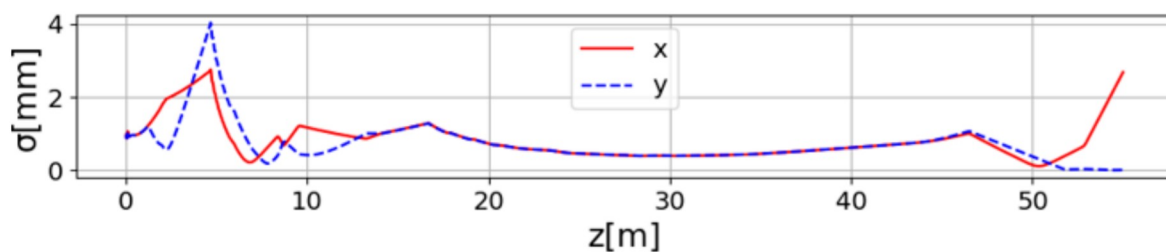
となり, エミッタンスが2倍ほど大きくなっていることが分かる. エミッタンス増大の要因として電子銃や加速空洞での電場による影響が考えられる. これについてセクション6.2で議論を行う.

4.2 STF ビームラインにおける非対称エミッタンスビーム生成

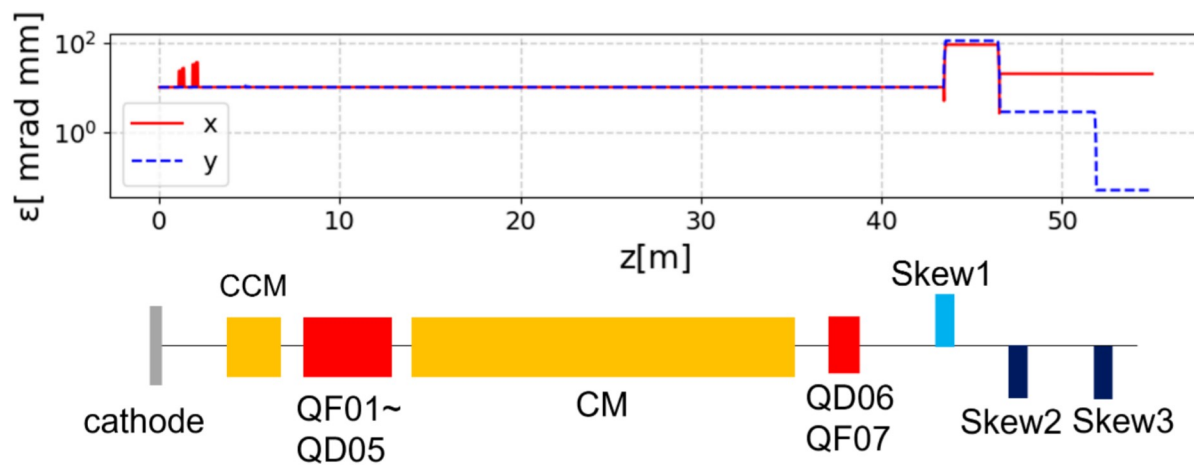
前セクションでは最小構成ビームラインによる RFBT のシミュレーションを行い, 1章で述べた理論によって非対称なエミッタンスが生成可能であることを確認した. そこで本セクションでは実際の KEK STF ビームラインの構成とほぼ同様の条件でシミュレーションを行う. ビームラインの構成は3章の Fig 3.1 の通りである. この論文では一般に長距離のビーム輸送において β 関数の広がりを抑えるために四重極磁石は用いられる. また, RFBT 実験においては x と y の対称性が重要であるため, β 関数の広がりを抑えることに加えて, 四重極磁石で x と y の Twiss パラメータの対称化, すなわち $\alpha_x = \alpha_y, \beta_x = \beta_y$ とする. ここで QF01 から QF07 までの四重極磁石の磁極の強さは ELEGANT によって最適化を行った. シミュレーションパラメータを Tab 4.3 に, シミュレーション結果を Fig 4.3 に示す. 空間電荷効果を加えた場合のシミュレーションパラメータを Tab ?? に, シミュレーション結果を Fig 4.4 に示す.

Tab 4.3: KEK STF RFBT シミュレーションパラメータ

Parameter	value	unit
Laser spot rms size	1.0	mm
Main coil peak B_z	0.07	T
Backing coil peak B_z	0.09	T
B_0 on cathode	283	Gauss
Thermal emittance ε_u	0.85	mm mrad
Angler momentum \mathcal{L}	10.14	mm mrad
E_{kin} after CCM	40	MeV
E_{kin} after CM	360	MeV
Skew1	2.603	1/m
Skew2	-3.876	1/m
Skew3	-4.972	1/m



(a) Beamsize



(b) Emittance

Fig 4.3: KEK STF RFBT シミュレーション. 実線が x, 破線が y 方向のビームサイズ, エミッタンスである.

理論的に得られるエミッタンスは

$$\begin{aligned}\varepsilon_{n,x} &= 20.32\text{mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.04\text{mmmrad} \\ \varepsilon_{n,x}/\varepsilon_{n,y} &= 508, \varepsilon_{n,x} \cdot \varepsilon_{n,y} = 0.78\end{aligned}\tag{4.11}$$

一方, シミュレーション結果は

$$\begin{aligned}\varepsilon_{n,x} &= 20.36\text{mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.05\text{mmmrad} \\ \varepsilon_{n,x}/\varepsilon_{n,y} &= 406, \varepsilon_{n,x} \cdot \varepsilon_{n,y} = 1.018\end{aligned}\tag{4.12}$$

であり, エミッタンスが3割ほど増大している. 一方空間電荷効果をいれてシミュレーションを行うと

Tab 4.4: KEK STF RFBT シミュレーションパラメータ (空間電荷効果)

Parameter	value	unit
Laser spot rms size	1.0	mm
B_0 on cathode	365	Gauss
Thermal emittance ε_u	0.85	mm mrad
Angler momentum \mathcal{L}	13.06	mm mrad
Bunch charge	60	pC
E_{kin} after CCM	40	MeV
E_{kin} after CM	360	MeV
Skew1	2.552	1/m
Skew2	-3.228	1/m
Skew3	7.306	1/m

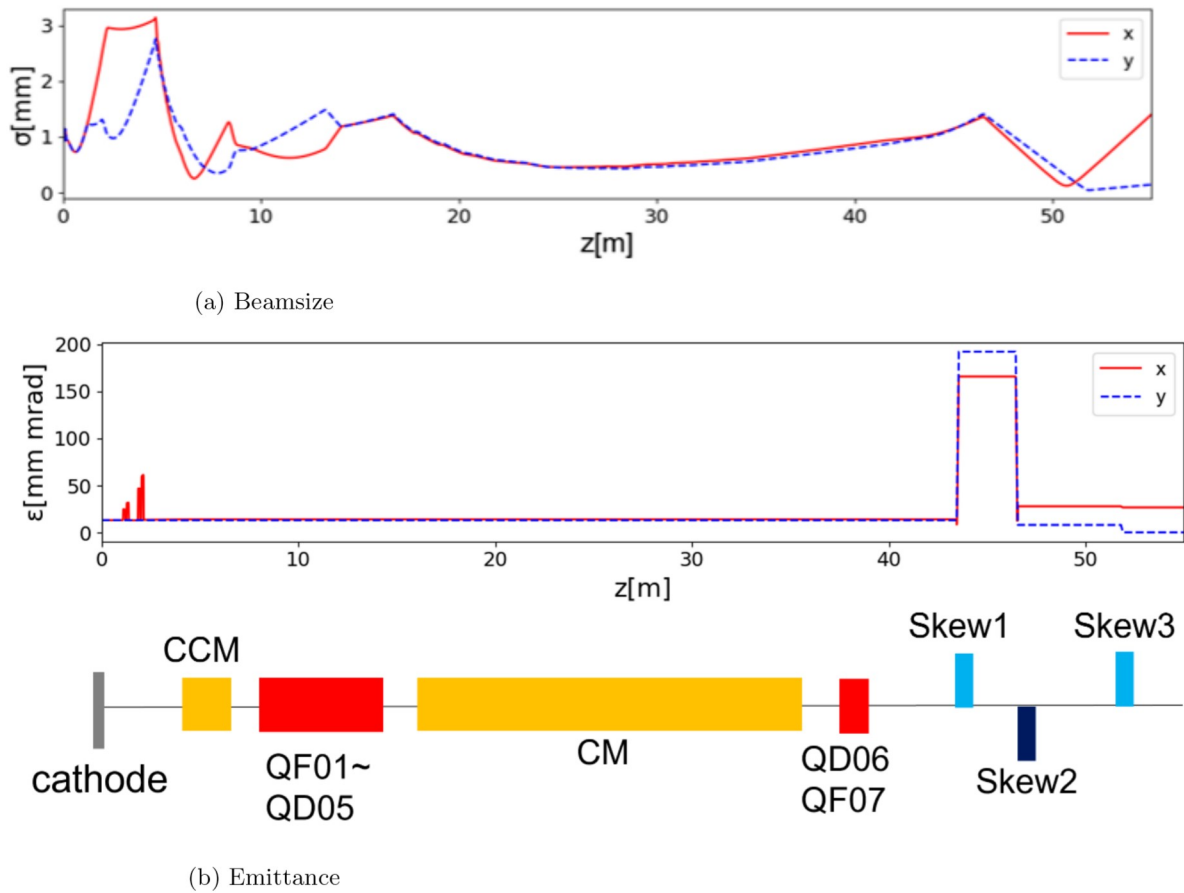


Fig. 4.4: KEK STF RFBT シミュレーション (空間電荷効果). 実線が x, 破線が y 方向のビームサイズ, エミッタンスである.

理論的に得られるエミッタンスは

$$\varepsilon_{n,x} = 26.15 \text{ mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.03 \text{ mmmrad} \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{n,x} / \varepsilon_{n,y} = 872, \varepsilon_{n,x} \cdot \varepsilon_{n,y} = 0.78$$

となる. 一方 Skew 通過後のエミッタンスは

$$\varepsilon_{n,x} = 26.63 \text{ mmmrad}, \varepsilon_{n,y} = 0.13 \text{ mmmrad} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{n,x} / \varepsilon_{n,y} = 200, \varepsilon_{n,x} \cdot \varepsilon_{n,y} = 3.40$$

であり, エミッタンスが約 4 倍に増大している. パンチ電荷は 60pC と小さいが, 空間電荷効果を含んだシミュレーションではエミッタンスが増大する. これは空間電荷による非線形な効果により, 電子銃や加速空洞電場による影響を受けやすいこと

や, Skew においてビームの収束に誤差が発生するためと考えられる.

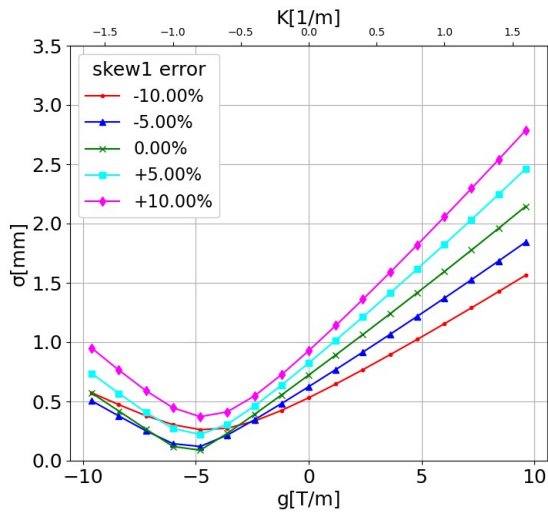
4.3 Qscan 法

本研究ではエミッタンス, Twiss parameter の計測は Qscan 法を用いる. Qscan は, 四重極磁石の磁場強度を変えながら, その下流のビームサイズを測定し, その応答からエミッタンス算出する. 詳しい計算方法については参考文献 [14] を参照.

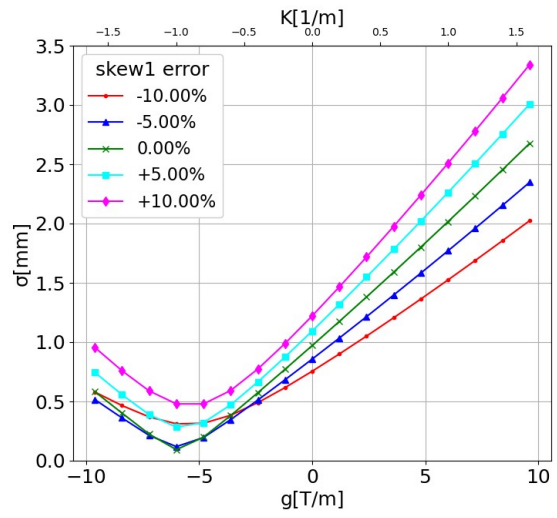
4.4 チューニングメソッドの検討

ビームラインに備え付けられた磁極は K 値に誤差を含む. 原因として, アライメントのずれや磁場分布を実効長に近似する際の計算などが考えられる. もし Skew の K 値がシミュレーションで求めた値に対して数 % でも誤差を持つ場合, うまくエミッタンス交換ができず, エミッタンス比は大きく低下する. よって Skew の K 値の誤差の補償が必要である. しかし Skew は 3 つあり, それぞれが誤差を持っていた場合, 実験中に調整を行うことは困難である. そこで, それぞれの Skew が誤差を含む場合を仮定し, Skew の K 値を変化させた場合の Qscan 特性の変化をシミュレートすることによって, 誤差を補償する方法を検討する.

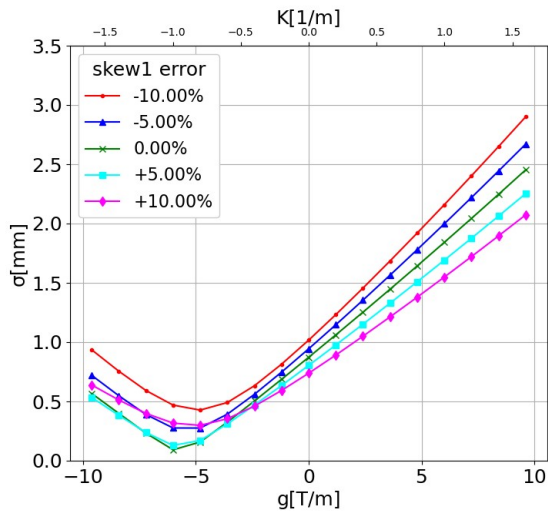
まずセクション 4.2 の空間電荷効果を含んだ場合 (Tab 4.4) をシミュレーション条件, Skew1~3 の K 値を誤差 0% の真値とする. 次に各 Skew が真値に対して $\pm 10\%$ の誤差を持つと仮定する. そして, 他の 2 つの Skew は $\pm 10\%$ の誤差を含んだまま, それぞれ Skew の K 値を真値に対して $+10\%$ から -10% まで変化させ, QFEEX01 を用いて PRM06 での Qscan を行う (ビームラインは Fig 3.1 を参照). シミュレーション結果を Fig 4.5 から 4.7 に示す.



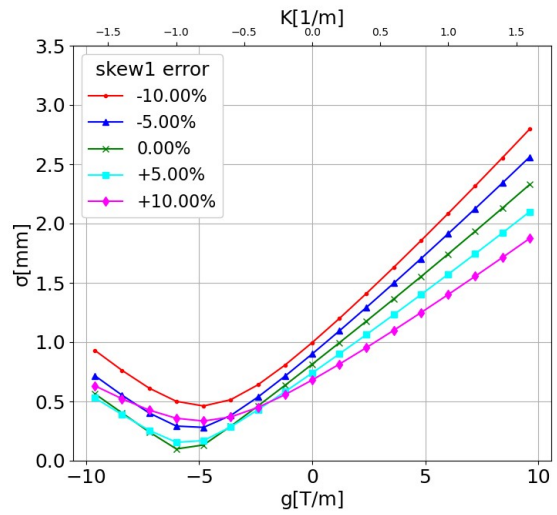
(a) Skew2: -10%, Skew3: -10%



(b) Skew2: -10%, Skew3: +10%

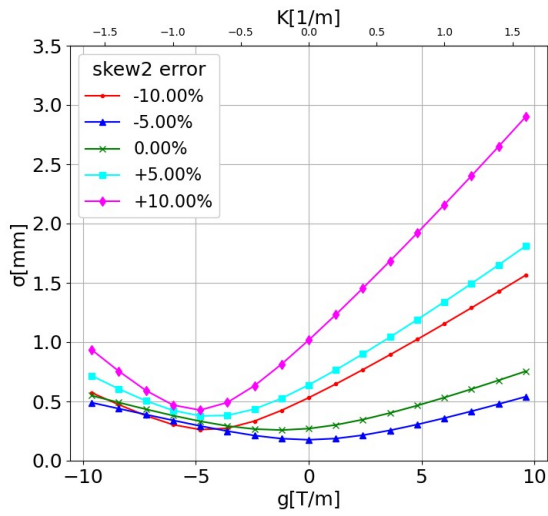


(c) Skew2: +10%, Skew3: -10%

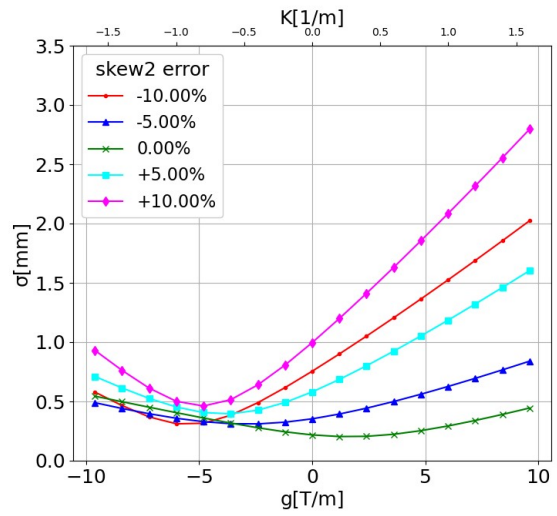


(d) Skew2: +10%, Skew3: +10%

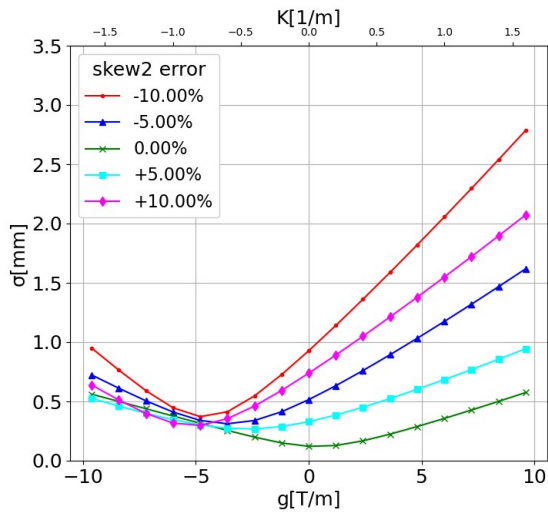
Fig 4.5: skew2, skew3 が $\pm 10\%$ 誤差を持つとき, skew1 を $+10\%$ から -10% まで変化させた場合の Qscan 結果. 横軸は QFEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はスクリーンでの y 方向ビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew1 の真値.



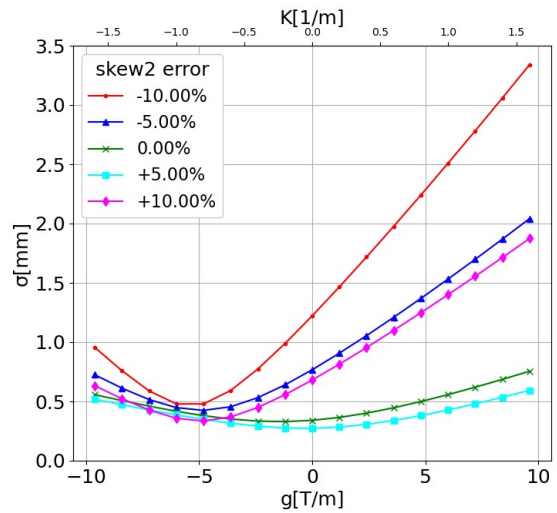
(a) Skew1: -10%, Skew3: -10%



(b) Skew1: -10%, Skew3: +10%

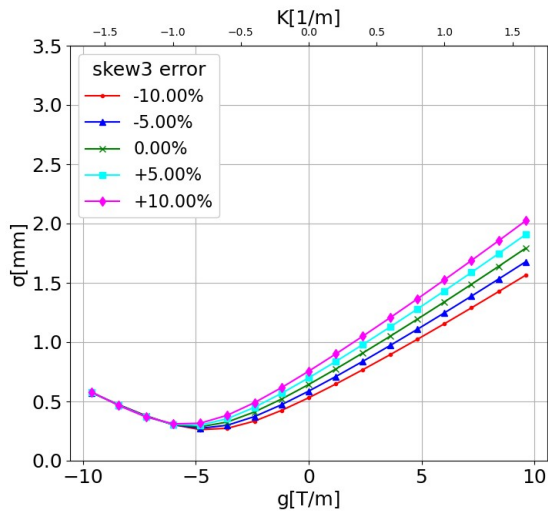


(c) Skew1: +10%, Skew3: -10%

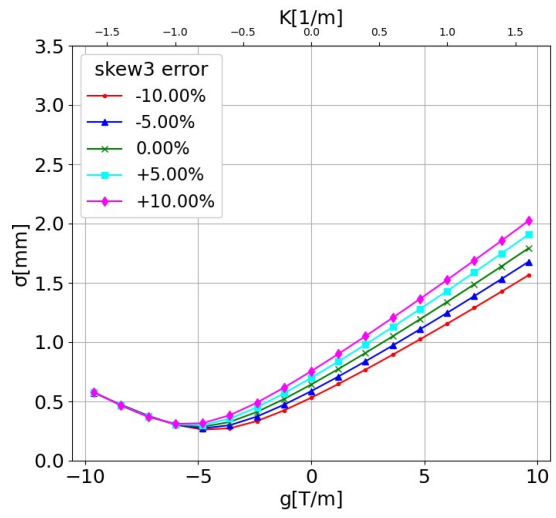


(d) Skew1: +10%, Skew3: +10%

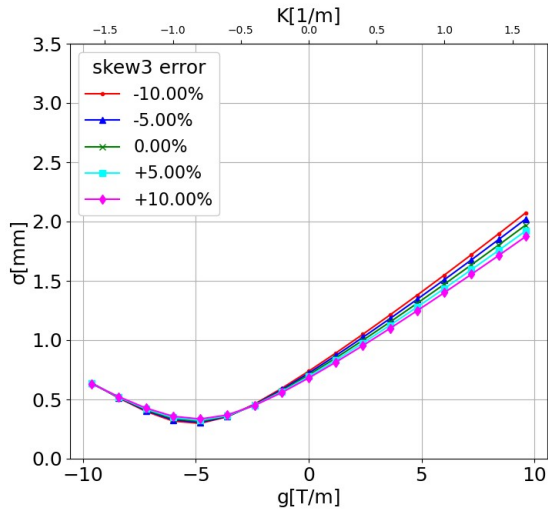
Fig 4.6: skew1, skew3 が $\pm 10\%$ 誤差を持つとき, skew2 を $+10\%$ から -10% まで変化させた場合の Qscan 結果. 横軸は QFEEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はスクリーンでの y 方向ビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew2 の真値.



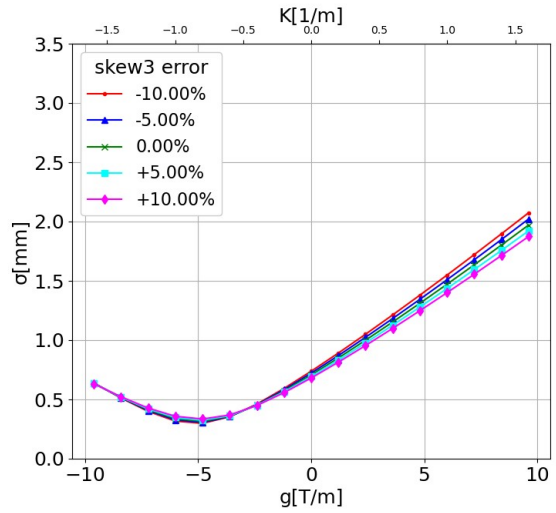
(a) Skew1: -10%, skew3: -10%



(b) Skew1: -10%, skew3: +10%



(c) Skew1: +10%, skew3: -10%

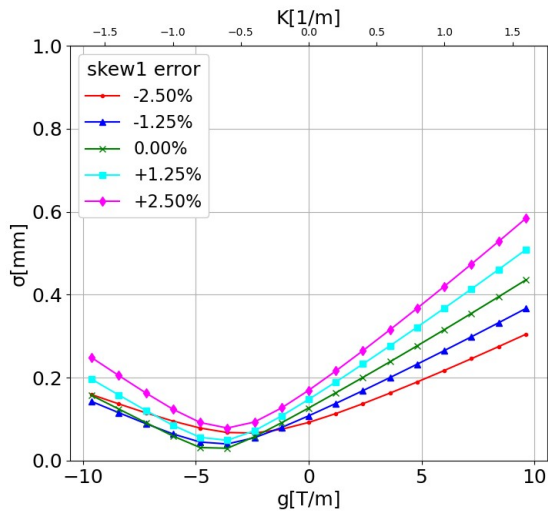


(d) Skew1: +10%, skew3: +10%

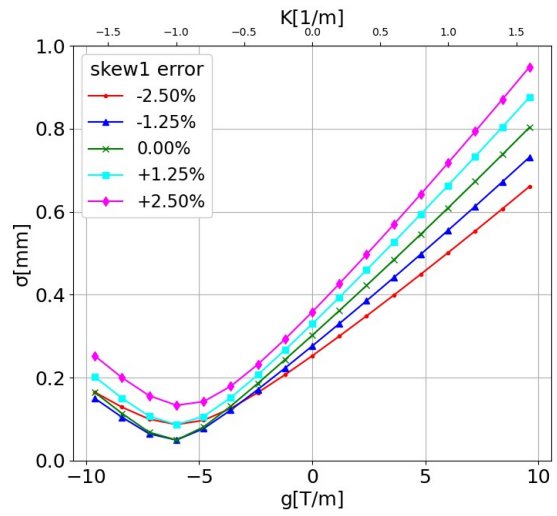
Fig 4.7: skew1, skew2 が $\pm 10\%$ 誤差を持つとき, skew3 を $+10\%$ から -10% まで変化させた場合の Qscan 結果. 横軸は QFEEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はスクリーンでの y 方向ビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew3 の真値.

まず Fig 4.5 では Skew1 は誤差が 0% の場合, y 方向のウエストサイズが最小となる。これから Skew1 は Skew2 と Skew3 に関係なく単独で調整を行うことができると考えられる, また, この場合誤差を $\pm 2.5\%$ の範囲に修正できると考えられる。次に Fig 4.6 では Skew1: -10% , Skew3: -10% の場合, Skew1: $+10\%$, Skew3: $+10\%$ では Skew2 の誤差が 0% を。また, Skew1 と Skew3 の誤差によって Qscan の特性が大きく異なることから, Skew2 は他 2 つの誤差の影響を大きく受けるといえる。よって Skew2 は $\pm 2.5\%$ の誤差範囲に修正できるが, チューニングの際は注意が必要であると考えられる。そして Fig ?? では Skew3 を調整しても, ウエストの位置や, 曲線の傾きがほとんど変化しない。また, Skew1 と Skew2 の誤差の影響はほぼない。以上のことから Skew1 と Skew2 は単独でチューニング可能であるが, Skew3 は不可能である。よってまず Skew1 と Skew2, 最後に Skew3 の調整をすべきである。

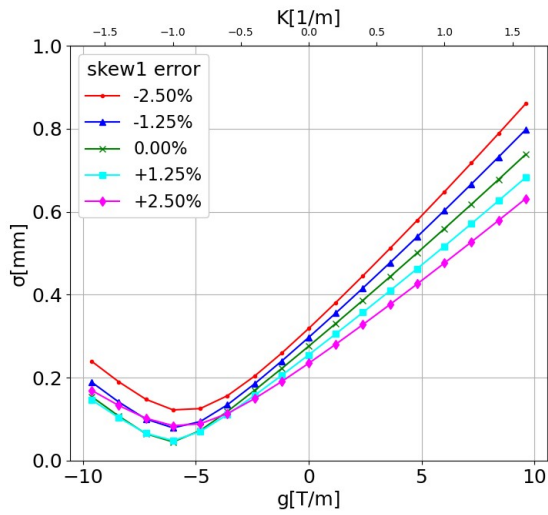
次に Skew1 と Skew2 がそれぞれ $\pm 2.5\%$ の誤差に修正された場合を考える。先ほどと同様に 2 つの Skew は初期値のまま, それぞれ Skew の K 値を真値に対して $+2.5\%$ から -2.5% まで変化させ, QFEEX01 による PRM06 での Qscan を行った。シミュレーション結果を Fig 4.8 と 4.9 に示す。



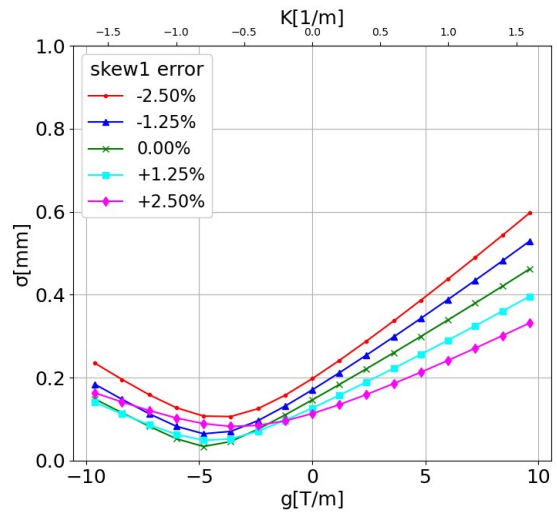
(a) Skew2: -2.5%, Skew3: -10%



(b) Skew2: -2.5%, Skew3: +10%

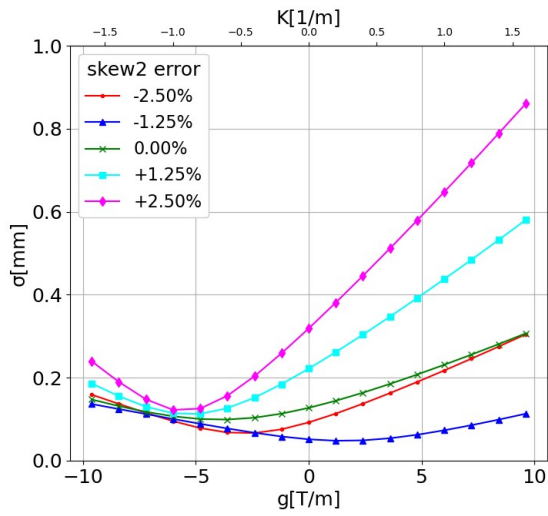


(c) Skew2: +2.5%, Skew3: -10%

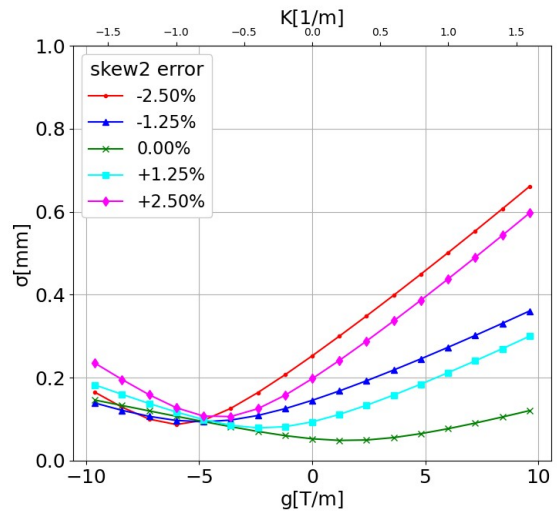


(d) Skew2: +2.5%, Skew3: +10%

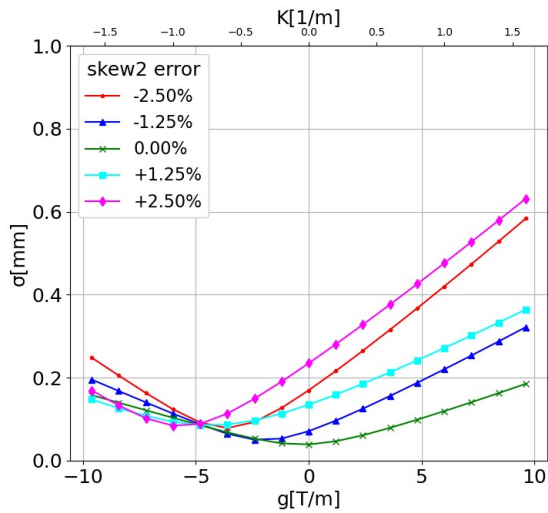
Fig 4.8: skew2 が ± 2.5 , skew3 が $\pm 10\%$ の誤差を持つとき, skew1 を $+2.5\%$ から -2.5% まで変化させた場合の Qscan 結果. 横軸は QFEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はスクリーンでの y 方向ビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew1 の真値.



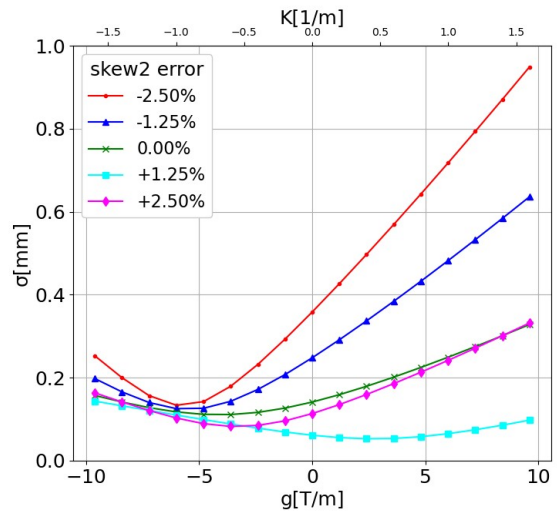
(a) Skew1: -2.5%, Skew3: -10%



(b) Skew1: -2.5%, Skew3: +10%



(c) Skew1: +2.5%, Skew3: -10%



(d) Skew1: +2.5%, Skew3: +10%

Fig 4.9: skew1 が ± 2.5 , skew3 が $\pm 10\%$ の誤差を持つとき, skew2 を $+2.5\%$ から -2.5% まで変化した場合の Qscan 結果. 横軸は QFEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はスクリーンでの y 方向ビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew2 の真値.

Fig 4.8 では Fig 4.5 で示したのと同様に, Skew1 のエラーが 0% の場合にウエストサイズが最小となる. よって Skew1 は誤差が 0% の状態に限りなく近づけることができる. 一方 Fig 4.9 では, Skew2 は他 2 つの誤差の影響を受けるため, 真値を判別しづらい. そこで (b) の Skew1: -2.5% , Skew3: $+10\%$ の場合の y 方向エミッタンスの変化を Fig 4.10 に示す.

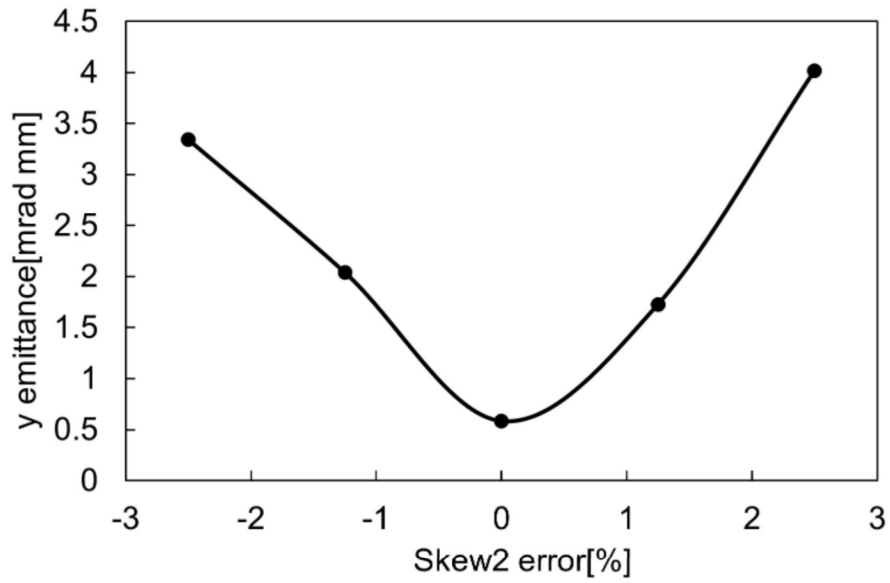


Fig 4.10: skew1 が -2.5 , skew3 が $\pm 10\%$ の誤差を持つとき, skew2 を $+2.5\%$ から -2.5% まで変化させた場合の y 方向エミッタンスの変化. 横軸は Skew2 の誤差, 縦軸はエミッタンス.

Fig 4.10 ではちょうど y 方向エミッタンスが最小となるとき, Skew2 の誤差が最小となる. よって Skew2 の調整は, y 方向エミッタンスを計算することにより行うことができる.

最後に Skew1 と Skew3 の誤差が 0% となった場合, Skew3 を $\pm 10\%$ 変化させた場合について Fig 4.11 に示す.

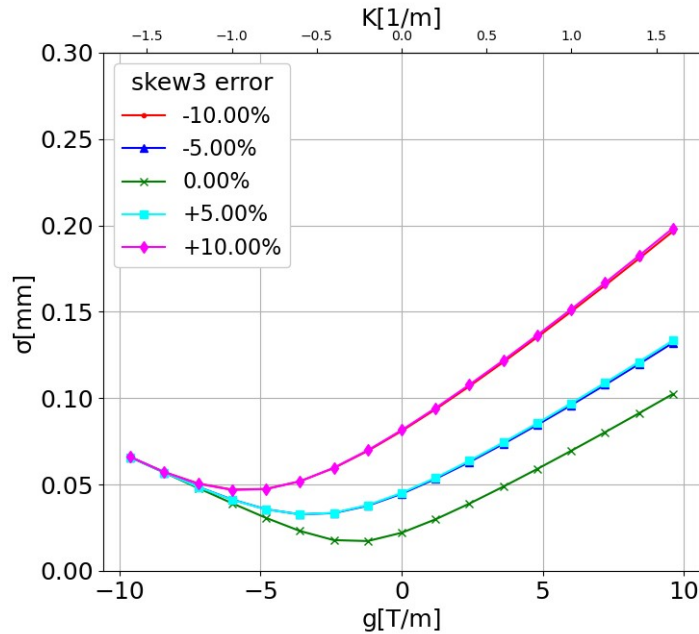


Fig 4.11: skew1, skew3 の誤差が 0% の場合, skew3 を +10.0% から -10.0% まで変化させた場合の y 方向ビームサイズの変化. 横軸は QFEEX01 の磁極の強さ, 縦軸はビームサイズ. 誤差が 0% の場合が skew3 の真値.

Fig 4.11 では誤差が 0 % のときウエストサイズが最小となる. よって Skew1 と Skew2 の誤差が 0% となる場合に, Skew3 は調整を行うことができる.

以上についてまとめると, Skew のチューニングの手順は

- (1) Skew1 の磁極の強さを ± 数 % 変化させて Qscan を行い, y 方向のウエストサイズが最小になる磁極の強さを求める. このとき Skew1 の Qscan 特性は他の 2 つの誤差の影響をほとんど受けない.
- (2) Skew2 の磁極の強さを ± 数 % 変化させ, y 方向のエミッタンスが最小となる磁極の強さを求める. このとき, Skew2 の Qscan 特性は他 2 つの誤差の影響を大きく受ける. そのためビームサイズのみでは誤差の調整ができない.
- (3) (1) と (2) を繰り返し, y 方向のエミッタンスが十分に小さくなった後, 同様に Skew3 の磁極の強さを ± 数 % 変化させ, ウエストサイズが最小となる磁極の強さを求める.

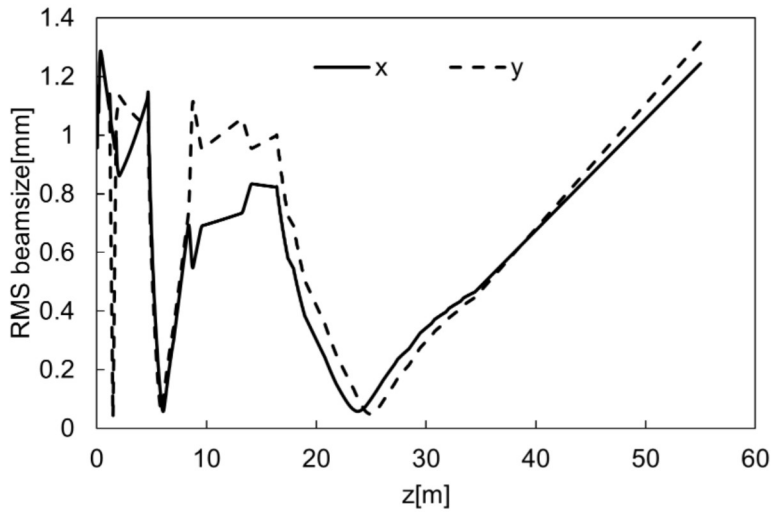
となる.

5 ビーム実験

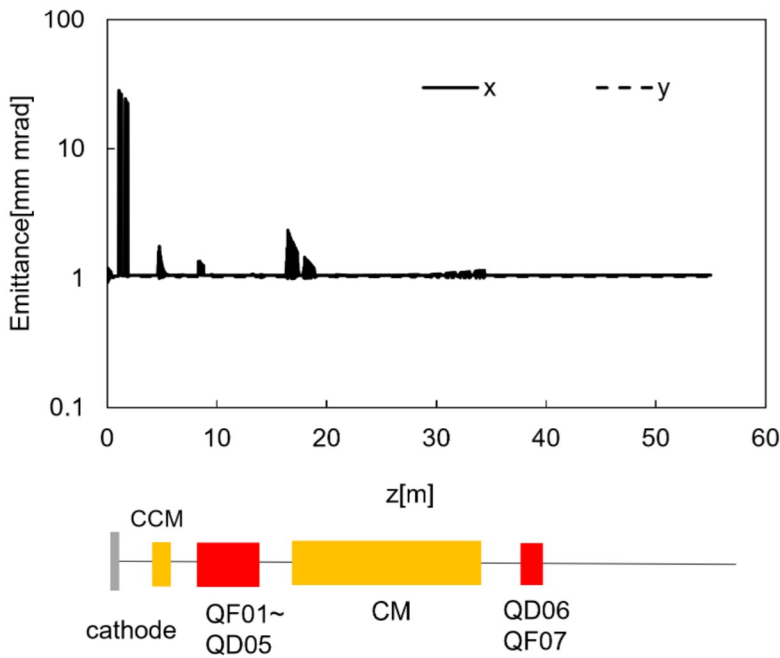
ビームラインの構成についてはFig 3.1を参照. まずRFBT実験を行う前にBacking Coilを逆極性に接続し, カソード上の磁場を打ち消し ($B_z \cong 0\text{Gauss}$) ビーム実験を行った. これはシミュレーション結果 (Fig 4.4) から分かるように, 角運動量を与えるとエミッタンスが大きく膨れてしまい, ビームライン上でエミッタンスが増加した場合, その増加幅や原因を特定できないためである. また, 設計上想定していない要素がビームに悪影響を与えている可能性がある. このため, STFビームライン上でエミッタンス増大の原因の特定や, シミュレーションの再現性を確認するため事前実験を行った. 事前実験ではシミュレーションでエミッタンスの増加が最小となるように四重極磁石磁石の設定を行った. 事前実験のパラメータを Table 5.1 に, シミュレーション結果を Fig 5.1 に示す. 事前実験を行った結果, 線形な区間でエミッタンスの増大がみられるなど設計上想定していない現象が見られた. RFBTによる非対称エミッタンス生成において高エミッタンス比を得るためにはビームラインにおけるエミッタンス増大を抑える必要があり, 測定結果が, シミュレーションを再現してなければ計算通りの非対称エミッタンスが得られない. よって次回の実験に向けた改善を行う必要がある. また, 6章で事前実験についての解析を述べる.

Tab 5.1: 事前実験パラメータ

Parameter	value	unit
Laser spot rms size	1.1	mm
Thermal emittance ε_u	0.93	mm mrad
Bunch charge	60	pC
E_{kin} after RFgun	3.5	MeV
E_{kin} after CCM	40	MeV
E_{kin} after CM	310	MeV



(a) ビームサイズ. 横軸が z , 縦軸が rms ビームサイズを表す.



(b) エミッタンス. 横軸が z , 縦軸がエミッタンスを表す.

Fig 5.1: 事前実験用 Optics シミュレーション. それぞれ実線が x , 破線が y を表す.

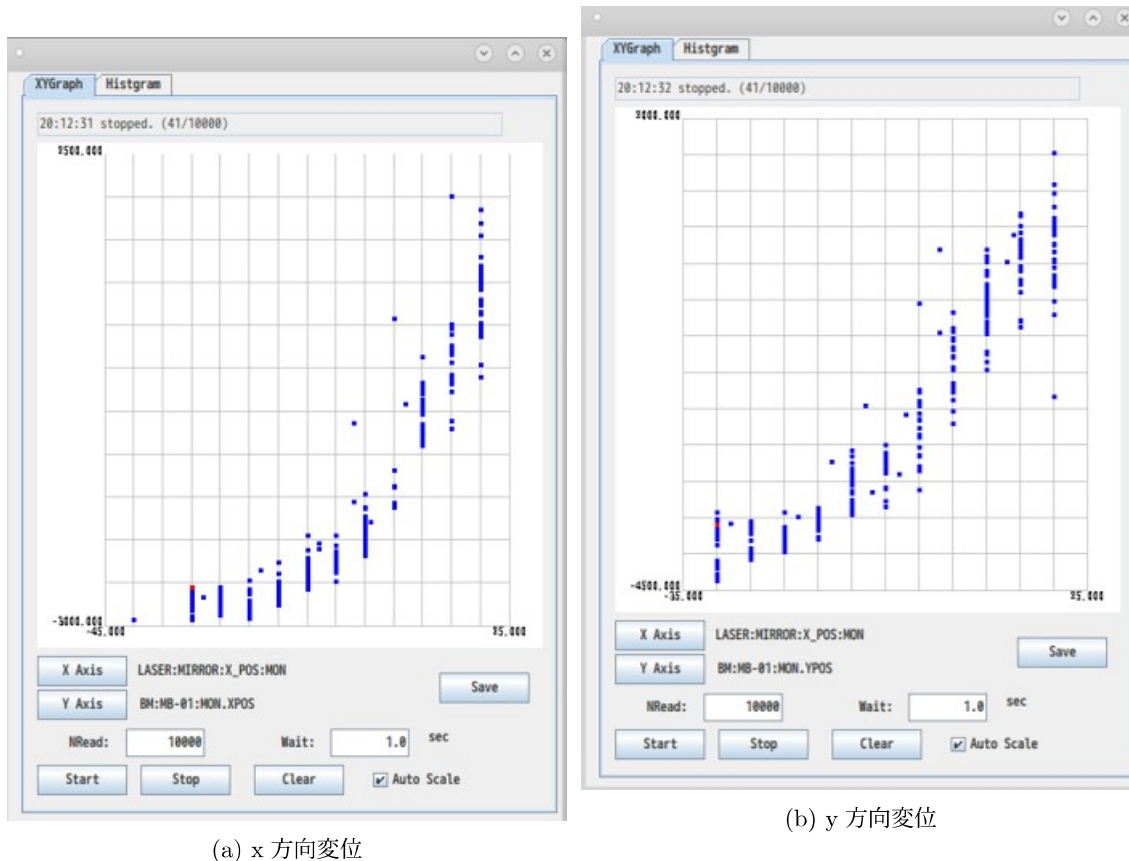
5.1 レーザー照射位置の調整

中心軌道からビームがずれると, 加速空洞などで非線形な効果を受けやすくなる. これを防ぐためカソード上でのレーザーの照射位置をソレノイド磁場中心に持ってくる必要がある. しかし STF ではレーザーの照射位置の絶対的な座標が不明であ

り, 相対的なスケールの座標でのみ調整が可能である. そこでソレノイド出口のビームモニターを用いて, 次の方法でレーザーの照射位置の調整を行う. まず x 方向の照射位置の調整を行う.

- (1) 横軸をレーザーの x 方向の照射位置, 縦軸をビームモニターで計測したビームの x, y 方向の位置としたグラフを作成する.
- (2) レーザーの照射位置を x 方向に 5 目盛り変位させる.
- (3) グラフに数点プロットする.
- (4) Main coil の電流を初期値から 20A 大きくする.
- (5) グラフに数点プロットする.
- (6) Main coil の電流を初期値に戻す.
- (7) (2) から (6) を繰り返す.

このときグラフ上にプロットされた点の縦幅がソレノイド磁場の変化によるビームの変位となる. また, ソレノイド磁場中心をビームが通過するとき, ソレノイド磁場の変化によるビームの変位は最小となる. よってグラフの縦幅が最小となるレーザーの照射位置がソレノイド磁場中心となる. 測定結果を Fig 5.2 に示す.



(a) x 方向変位

(b) y 方向変位

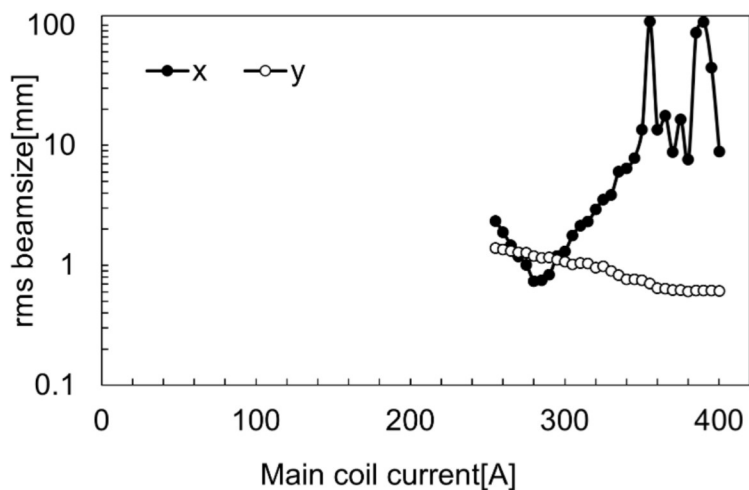
Fig 5.2: ビームモニターでの変位. 横軸はレーザーの x 方向位置. 縦軸はそれぞれビームモニターで計測したビームの変位を表す. (a) は縦軸がビームの x 方向の変位を表し, (b) は y 方向の変位を表す.

Fig 5.2 の (a) ビームモニターでの x 方向のビームの変位, (b) ビームモニターでの y 方向のビームの変位, 両方ともレーザーの x 方向の照射位置が-20 のときビームモニターでのビームの変位が最小となる. よってレーザーの x 方向の照射位置は-20 が最も中心に近いと考えられる. また, 同様にレーザーの照射位置を y 方向に調整したところ, y: 0 の場合, ビームモニターでのビームの変位が最小となった. よってレーザーの照射位置を $(x, y) = (-20, 0)$ とし, ビーム実験を行う.

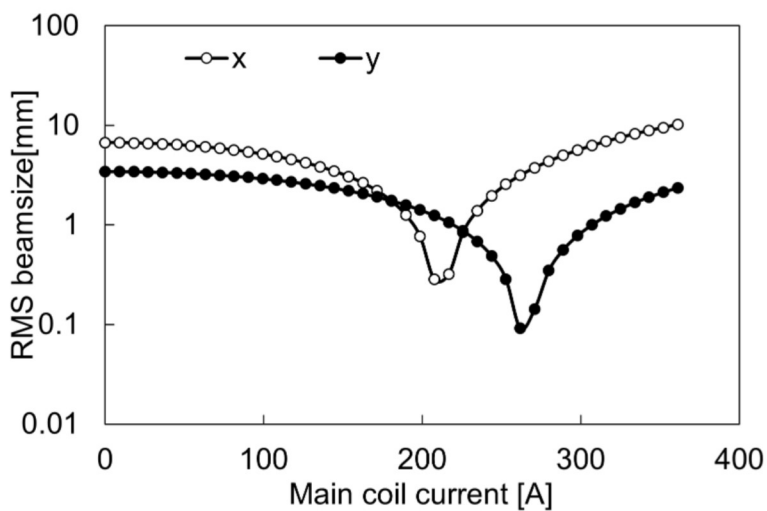
5.2 Solenoid scan

ビームサイズが Fig 3.1 において Qi の直後にスクリーン PRM03 があり, これが電子銃に最も近いスクリーンとなる. このスクリーンで Solenoid scan を行う. ソレノイドは半径方向に収束力を持つレンズとみなすことができ, 収束力は磁場の強さに比例する. そのため四重極磁石と同様にビームサイズの Scan を行うことができる. Main Coil と Backing Coil のソレノイドの電流を変えることにより, スクリーン上で

のビームサイズを計測した。このとき Main coil と Backing Coil は電流値比が 5.09 となるように調整, カソード上で常に $B_z \cong 0\text{Gauss}$ となるように調整を行った。その結果を Fig 5.3 に示す。



(a) 実測値



(b) シミュレーション

Fig 5.3: ソレノイドスキャン結果. 横軸が Main coil の電流値, 縦軸が rms ビームサイズである. 白丸が x, 黒丸が y 方向 RMS ビームサイズを示す.

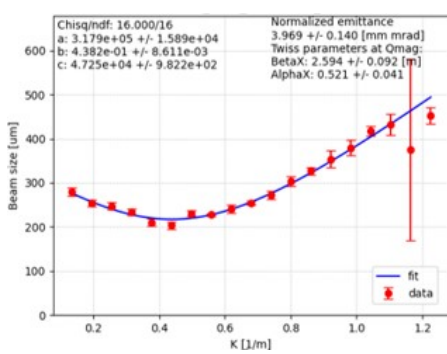
x 方向のウェストをとる電流値が実測値は 280.25A, ミュレーションで 211.5A となり, 実測値がシミュレーション値の 1.325 倍となる。この考察はセクション 6.1 で述べる。

5.3 Qscan

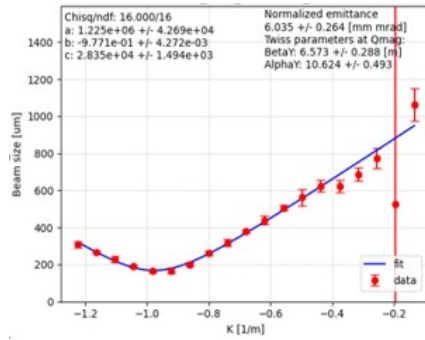
QF03とQD05を用いてそれぞれPRM04, PRM04-4AでQscanを行った結果を Tab 5.2, Fig 5.4に示す. また, QF04をOFFにした場合のQD05を用いてPRM04-4AでQscanを行った結果を Tab 5.3に示す.

Tab 5.2: Qscan 結果

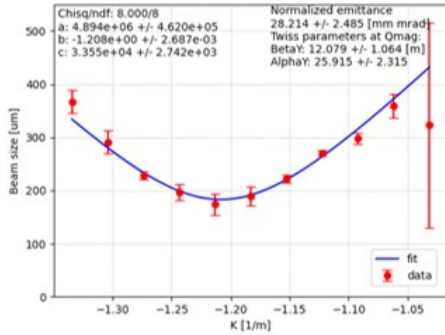
Qscan magnet	β_x [m]	α_x	$\varepsilon_{n,x}$ [mm mrad]	β_y [m]	α_y	$\varepsilon_{n,y}$ [mm mrad]
QF03	2.59 ± 0.09	0.52 ± 0.04	3.9 ± 0.1	6.57 ± 0.29	10.62 ± 0.49	6.0 ± 0.3
QD05	0.60 ± 0.11	3.94 ± 0.80	22.2 ± 3.9			



(a) QF03 x 方向 Qscan



(b) QF03 y 方向 Qscan



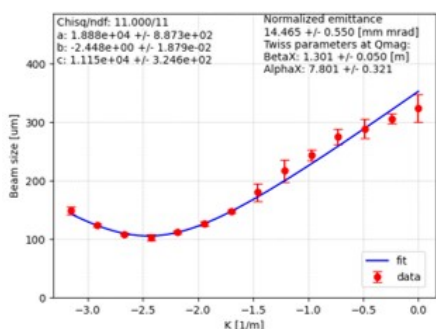
(c) QD05 x 方向 Qscan

ji

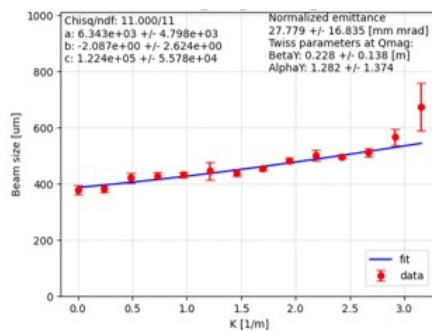
Fig 5.4: Qscan の結果. 横軸は Qscan magnet の K 値. 縦軸はビームサイズ.

Tab 5.3: Qscan 結果 QF04 OFF

Qscan magnet	β_x [m]	α_x	$\varepsilon_{n,x}$ [mm mrad]	β_y [m]	α_y	$\varepsilon_{n,y}$ [mm mrad]
QD05	1.32 ± 0.05	7.80 ± 0.32	14.5	0.23 ± 0.14	1.28 ± 1.37	27.8 ± 16.8



(a) QD05 x 方向 Qscan, QF04 off



(b) QD05 y 方向 Qscan, QF04 off

Fig 5.5: QF04 を OFF にして Qscan を行った結果. 横軸は Qscan magnet の K 値. 縦軸はビームサイズ.

Tab ?? では QF03 から QD05 にかけてエミッタンスが増大していることが分かる. また, 実験と同様の条件でシミュレーションした結果を Tab 5.4 に示す.

Tab 5.4: 事前実験シミュレーション

Qscan magnet	β_x [m]	α_x	$\varepsilon_{n,x}$ [mm mrad]	β_y [m]	α_y	$\varepsilon_{n,y}$ [mm mrad]
QF03	0.42	-0.18	1.05	0.98	0.21	1.03
QD05	0.50	-0.14	1.1			

Tab 5.2 と Tab 5.4 と比較を行うと β , α 関数, エミッタンス全てシミュレーションと一致していないことが分かる.

6 シミュレーションによる実験結果の解析

6.1 solenoid scan の再現

実測値 Fig 5.3a とシミュレーション Fig 5.3b ではビームサイズがウエストをとるソレノイドの電流値が 1.325 倍と差が大きくなった. そこで電子銃出口での運動エネルギーを 1.325 倍する. 電子銃出口の運動エネルギーを 4.6MeV に変更し, 同様にシミュレーションした結果を Fig 6.1 示す.

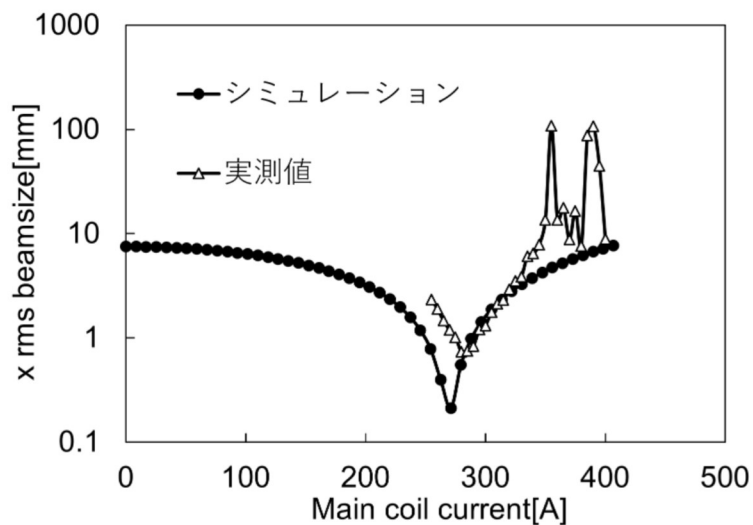


Fig 6.1: 3.5MeV と 4.6MeV の場合のソレノイドスキャン. 横軸は Main coil の電流値, 縦軸は x 方向 rms ビームサイズ

ビームの運動エネルギーが 4.6MeV であれば測定値とほぼ合致する. STF ビームラインではシケインでのビーム軌道を計測することにより, 電子銃をでたあとのビームのエネルギーの測定を行う. ここで電子銃を出た後の運動エネルギーが 3.5MeV の時シケインの中心軌道をビームが通過すると考える. この時のシケインでのビーム軌道を Fig 6.2 に示す. ビームの運動エネルギーが 4.6MeV であった場合, 3.5MeV と比較して軌道の差は約 15mm である. ビームパイプの中心軌道が 60mm であるため, これは誤差としては大きい. よってビームエネルギーの測定が誤差を持つ可能性についてさらなる検討が必要である.

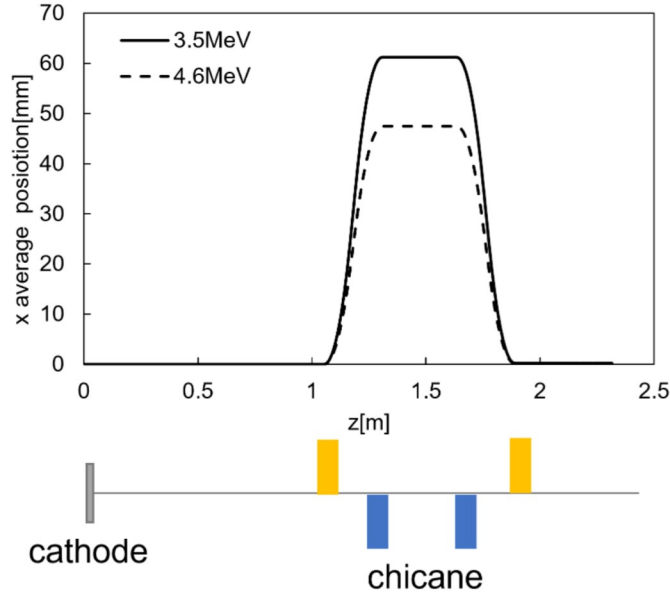


Fig. 6.2: 運動エネルギーが 3.5MeV と 4.6MeV の場合のシケインでの軌道. 横軸は z , 縦軸は x 方向の平均位置.

6.2 空洞内電場によるエミッタンス増大

6.2.1 RFGun 電場による影響

RF 電子銃では RF 電磁場を利用し加速, バンチ化を行う. これらはマイクロ波を加速空洞内に導入して共振させ, 空洞内に動電場を形成し それらと電子ビームを相互作用することにより行われる. 加速エネルギーを最大化するためには電子ビームが空洞を通過するときの電場の位相を調整することが必要である. また, バンチは空間的な広がりを持つため, 電磁場が加える発散力はバンチスライスごとに異なる. このためバンチスライスごとの粒子分布にズレが生じ, 位相空間上に投影される粒子分布は広がり, エミッタンス増大が起こる. 空洞内の z 軸電場の z 成分を

$$E_z(z, t) = E_0 \cos(kz) \sin(\omega t) \quad (6.1)$$

とする. ω は RF 電磁場の角振動数, k は波数, E_0 は振幅で, 定数である. このとき電磁場の位相差によって起こるスライスごとの横方向運動量の変化 ΔP_x を式 6.2 に, 横方向運動量の変化によって起こる横方向エミッタンスの変化 $\Delta \varepsilon_{nx,rf}$ 式 6.3 に示す

[15].

$$\Delta P_x = \frac{eE_0k}{2c} |\sin \varphi| \delta s \quad (6.2)$$

$$\Delta \varepsilon_{nx,rf} = \frac{[\langle x^2 \rangle \langle \Delta P_x^2 \rangle^2 - \langle x \Delta P_x \rangle^{1/2}]^2}{mc} = \frac{eE_0K}{2mc^2} \sigma_x^2 \sigma_z |\sin \varphi| \quad (6.3)$$

e は素電荷, E_0 は z 軸上の z 方向電場の振幅 k は波数, φ は加速位相の場合のバンチ中心での位相, x, s はバンチ中心からの横方向距離, 進行方向距離, mc^2 は電子の全エネルギー, σ_x, σ_z はそれぞれ横方向ビームサイズ, 進行方向ビームサイズである. これらから, 横方向ビームサイズの 2 乗に比例して, バンチ中心での位相 φ によってエミッタンスが増加する. 実験では加速位相を選択する上でエミッタンスや Energy spread に注意する必要がある. そのため電子銃加速位相によるエミッタンス特性についてシミュレーションにより検証を行った. まず電子銃電場の加速位相に対して, 電子銃出口 ($z = 1.0m$) での平均運動エネルギーを示したものを Fig 6.3 に, Energy spread を Fig 6.4 に示す. グラフではほぼ差は見られないが, 電場振幅が異なるとエネルギーがピークとなる加速位相も異なる. また, Energy spread が最大となる電子銃位相も異なり, 電子銃電場が大きいほど Energy spread がつきやすいことが分かる.

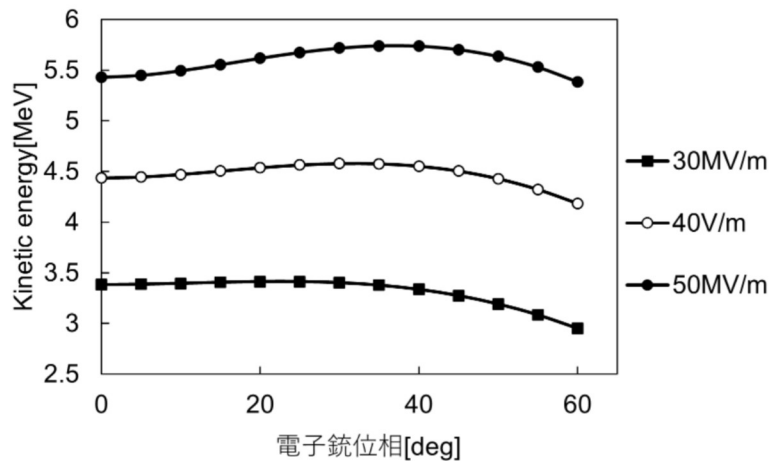


Fig 6.3: 電子銃加速位相 vs 平均運動エネルギー. 横軸は電子銃位相, 縦軸は運動エネルギー. エネルギーのピークとなる加速位相が電場の振幅によって異なる. それぞれ $E_0 = 30MV/m$, $E_{kin,peak} = 3.5MeV$, $E_0 = 40MV/m$, $E_{kin,peak} = 4.6MeV$, $E_0 = 50MV/m$ のとき $E_{kin,peak} = 5.7MeV$ である.

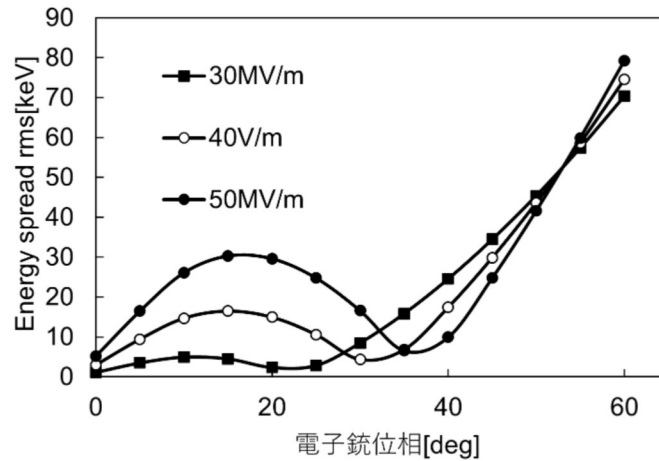


Fig 6.4: 電子銃加速位相 vs rms Energysprad. 横軸は電子銃位相, 縦軸は Energyspread. E_0 は電場振幅.

次に電場の加速位相に対して電子銃出口での ($z = 1.0m$) 横方向エミッタンス (ϵ_x) の変化について表したものを Fig.6.5 に示す. 熱エミッタンスは $0.85mm \text{ mrad}$ である. これから電場振幅によるエミッタンス増大幅は異なることと, エネルギーが最大となる位相付近でエミッタンス増大も最大になることが言える ($E_0 = 50MV/m$ では RF 電子銃位相が 35 度の時, エネルギーが最大となる). また, Fig 6.4 と Fig.6.5 を比較すると, エミッタンスが最小となる加速位相と Energy spread が最小となる加速位相が異なる.

以上のことから RF 電子銃電場によるエミッタンスや Energy spread の増大を抑えるため, 加速位相や電場の大きさを調整することが重要である.

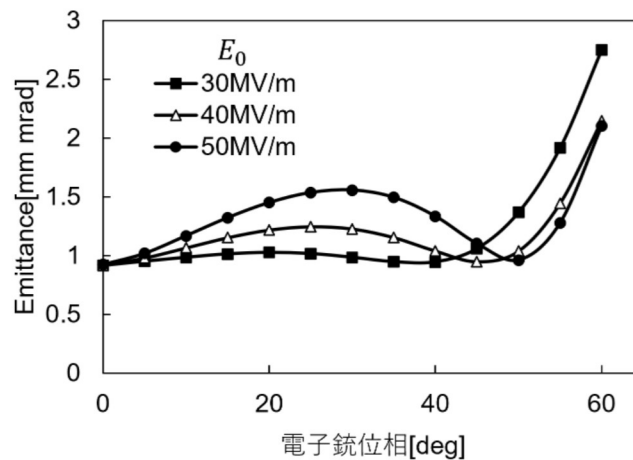
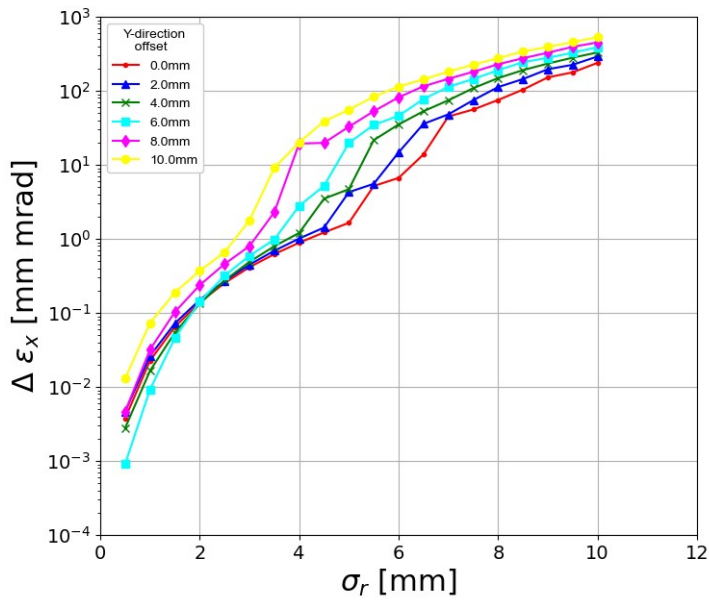


Fig 6.5: 電子銃加速位相 vs 横方向エミッタンス, 電子銃加速電場の振幅を変化させた場合. レーザースポット径: $1.0mm$

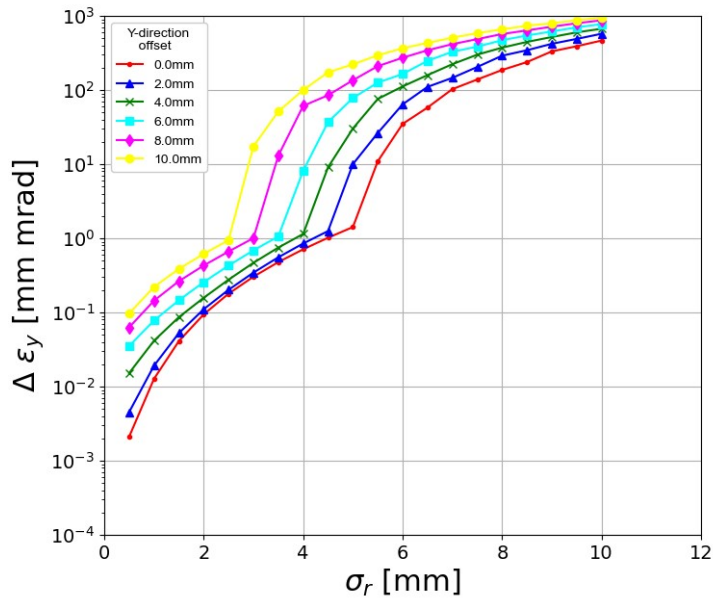
6.2.2 加速空洞内のエミッタンス増大

加速空洞はセルの形状から z 方向の他に半径方向にも軸対称な電場成分を持つ。このため半径方向にも電子に力が働き、この力は非線形な収束・発散作用をもたらす。また、Fig 3.7にも示したようにカプラーと呼ばれる電磁波入力用の導波路が加速空洞出入口に設置されており、軸対称ではない電磁場が生まれる。非対称な電磁場によるビームへの影響はカプラーキックとよばれ、ビームへ悪影響を及ぼすことが報告されている [18]。これらの効果を検証するため、電磁場 3D フィールドマップを作成し、加速空洞内でのエミッタンス増大の評価を行った。

まず、CST[17]と呼ばれる電磁場計算用ソフトウェアにより計算されたファイルを ASTRA 用の 3D マップに変換を行った。 x, y, z 方向の z 軸上電場プロファイルを図 3.8 に示す。次にシミュレーション条件として単独の加速空洞をドリフト空間に設置し、空洞直前で粒子を生成し、この加速空洞場がビームに及ぼす影響についてシミュレーションを行った。シミュレーション結果を図 6.6 に示す。シミュレーション結果から、入射時のビームサイズが大きいほど非線形な効果を受けエミッタンスが増大することが分かる。また、オフセットが加えられ、空洞中心からずれた場合、さらにエミッタンスが増大することが分かる。しかし、入射時のビームが小さい、なおかつ中心にビームを通すとエミッタンス増大はほぼゼロである。よってカプラーキックのエミッタンスの影響はほぼ無視できると考えられる。よってビーム実験の際はビームサイズを空洞内で大きく広げないことや、軌道中心にビームを通すことが必要である。空洞通過前後のビーム軌道を Fig 6.7, に示す。横方向にビームがけられてビーム軌道が曲がっている。このことからカプラーキックにより横方向運動量を持つことが分かる。この発生した軌道のずれはステアリング磁石により修正が可能であるが、CM の様に多数の加速空洞が連結した状態であると軌道修正ができないため、CM 前後でのエミッタンスの増加は起こりやすいと考えられる。また、カプラー場によるエミッタンス増大への影響は小さいという結果が得られた。



(a) x 方向エミッタンスの変化



(b) y 方向エミッタンスの変化

Fig 6.6: 空洞入射前のビームサイズに対する空洞通過後の x, y 方向エミッタンスの変化. 縦軸は加速空洞直前の r 方向 rms ビームサイズ, 横軸はエミッタンスの増大幅, 凡例は入射ビームに加えた y 方向へのオフセットを表す.

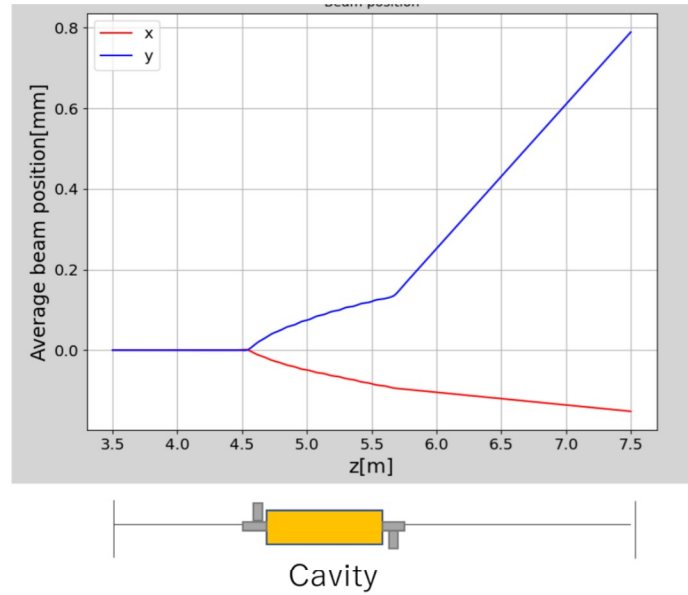


Fig. 6.7: カプラーキックによる横方向運動量の発生. 横軸は z 軸位置, 縦軸は粒子の平均位置である. 赤が x , 青が y 方向の位置を表す. 空洞前後で軌道が大きく変わっている.

6.3 ソレノイド磁場による角運動量の発生

KEK STF には電子銃ソレノイドともう 1 つ他にビームを収束させるためのソレノイドが CCM の直前に単独で存在する. ソレノイド電磁石の作る軸対称な磁場はビームに収束力を与え, ビームの断面で分布を回転させる働きを持つ. このため, 通常ソレノイドは広がったビームを収束させるために用いられる. この時のビームの角運動量 L はソレノイド磁場を通過する前後で保存する. これを Busch の定理といい, 次の式で表される.

$$L = \gamma m r^2 \dot{\Phi} - e r \frac{1}{2} e B_z(z) r^2 = \text{const} \quad (6.4)$$

r はビーム軸中心からの横方向距離, γ はローレンツ因子, $\dot{\Phi}$ は Φ 方向の時間微分, B_z は進行方向磁場, m, e は電子の質量と電荷である. この式から, ビームは軸対称な磁場中で θ 方向に運動はするが, 磁場中で受ける角運動量の総和はゼロとなることを表している. これは r 方向磁場が磁場入り口と出口では向きが異なるため, ソレノイド磁場の前後では回転方向に粒子に働く力はキャンセルされるためと考えることができる. このとき中心方向に向かう力は残るため, 結果としてビームは収束される.

しかし、フォトカソード上でビームを生成した場合、 $\langle \dot{\Phi} \rangle = 0$ となるため、

$$\langle L \rangle = \frac{1}{2} e B_0 \langle r^2 \rangle = e B_0 \sigma_c^2 \quad (6.5)$$

となる [3]. B_0 はカソード表面の磁束密度であり、 $\sigma_c = \frac{1}{2} \langle r^2 \rangle$ は RMS ビームサイズである。この場合、Busch の定理は成り立たず、角運動量が発生してしまう。このため RFBT 理論では角運動量を発生させるため、ソレノイド磁場中でビームを発生させる。

他に Busch の定理が成り立たない条件として、ソレノイド磁場入口で横方向運動量が進行方向運動量に比べて大きい場合、つまり磁場中で軌道差がつく場合がある。これについて以下の様にシミュレーションを行い検証を行った。まず、ドリフト空間にピークの z 方向磁場の強さが $0.1T$ となるようなソレノイド磁場を置く (Fig 6.8). $z = 0\text{m}$ で仮想的に粒子を発生させ、磁場を通過した後 $z = 3.0\text{ m}$ 地点での粒子について計算を行う。このときの入射する粒子の横方向運動量を変化させた場合の出口でのエミッタンスの変化を Fig 6.9 に示す。その他のシミュレーション条件は以下の通りである。

Tab 6.1: ソレノイド通過前粒子パラメータ

Parameter	value	unit
RMS Beamsize	1.0	mm
Emittance	1.3	mm mrad
E_{kin}	3.5	MeV

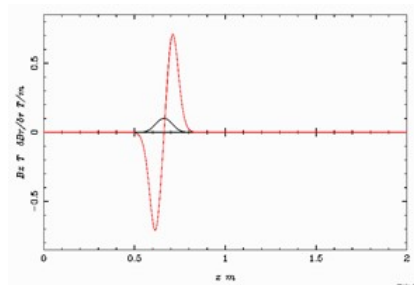


Fig 6.8: ソレノイド磁場分布. 横軸は z 方向位置, 縦軸は磁場の強さを表す. 黒線は z 方向, 赤線は r 方向の磁場成分を表す.

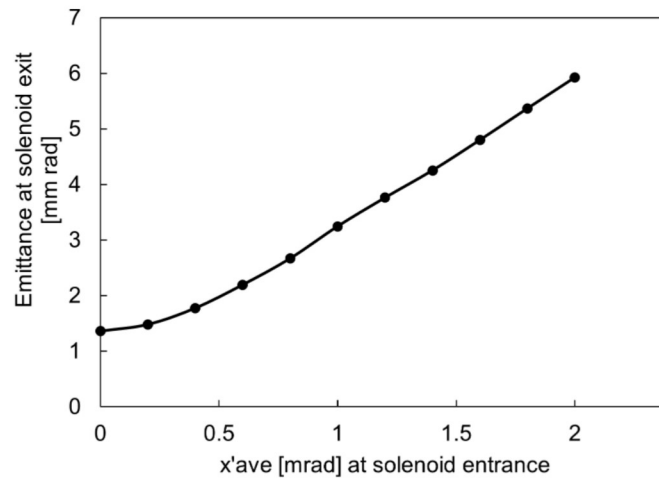


Fig 6.9: ソレノイド入口横方向運動量 vs ソレノイド出口エミッタンス. 横軸は横方向運動量, 縦軸は x のエミッタンスを表す.

これから, 横方向運動量が増加するごとにエミッタンスが増大することが分かる. また, x と y の位相空間の相関 $\langle x'y \rangle$ の変化を Fig 6.10 に表す. また, x y 空間の粒子分布の変化を Fig 6.11 に示す.

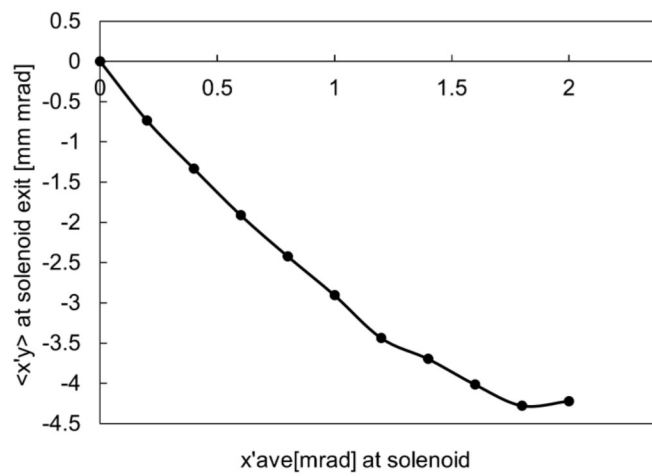


Fig 6.10: ソレノイド入口の横方向運動量とソレノイド出口の xy 相関. 横軸は横方向運動量, 縦軸は xy の平均を表す.

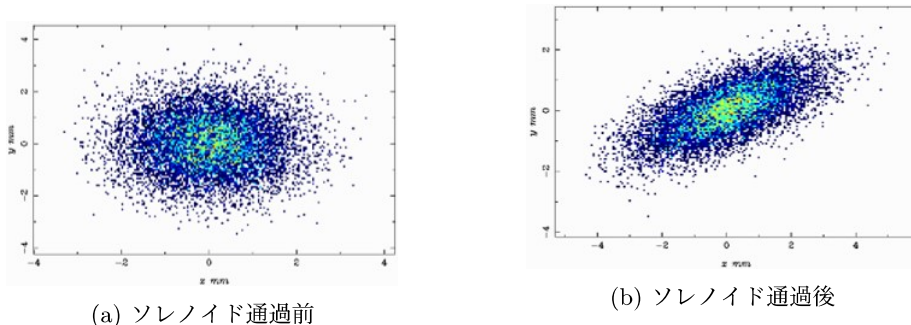


Fig 6.11: ソレノイド通過前と通過後の粒子分布の比較. 横軸は x , 縦軸は y 方向位置を示す. x y 平面に粒子を投影. ASTRA では粒子密度が低い部分は寒色系, 高い部分は暖色系の色で表示される.

Fig. 6.10 から, 横方向運動量が増加する, つまりソレノイド磁場内で軌道差がつくことによって, 入口と出口で角運動量がキャンセルされず, x と y に相関が生まれ, エミッタンスが増大すると考えられる. 粒子分布 Fig 6.11 を見ると x と y に相関が現われていることが分かる. ビームライン中には軌道を調整するためのステアリングマグネット (ダイポール磁石) や加速空洞のカプラーキックなど, 横方向運動量を増加させる効果を持つコンポーネントが多い. よって電子銃ソレノイド以外の位置にソレノイドを用いることは RFBT 実験において適さないと考えられる.

6.4 シミュレーションによる実験結果の検討

Tab 5.3 について転送行列による説明を試みる. QF03 の磁極の強さ, QF03 から QD05 までのドリフト区間の距離, Tab 5.2 と Tab 5.3 の比較から, QF03 から QD05 の区間において x, y 両方向に収束が働いていると考えられる. よってまず QF03 から QD05 の間に Q_{Im} があると仮定する (Fig 6.12). この Q_{Im} は x と y 両方向に収束力を持ち, それぞれの収束力を K_x, K_y とする. そして QF03 での Qscan の結果 (Tab 5.2) を初期値とし, 転送行列による計算を行った. このとき QF03 と Q_{Im} との距離と K_x, K_y を最適化変数とし, 滑降シンプレックス法により最適化を行った. このとき QF04 は OFF の状態である. その結果を Tab 6.2 に示す.

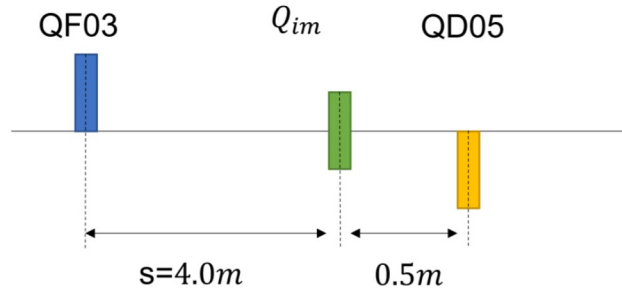


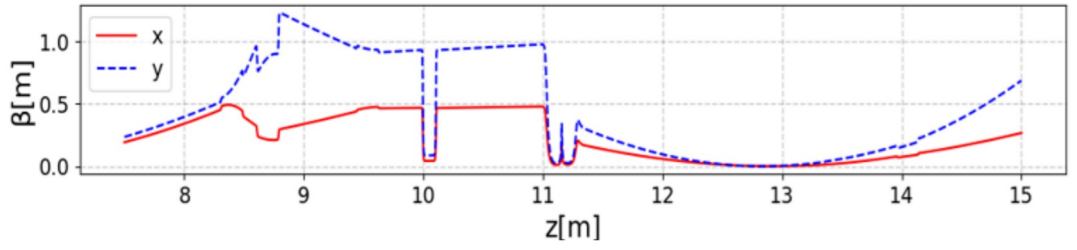
Fig 6.12: 仮想的な Q_{im} を QF03 から QD05 においた図

Tab 6.2: Q_{Im} を QF03 から QD05 の間に挿入した場合の転送行列による計算. $K_x = 1.40[1/m]$, $K_y = 2.47[1/m]$

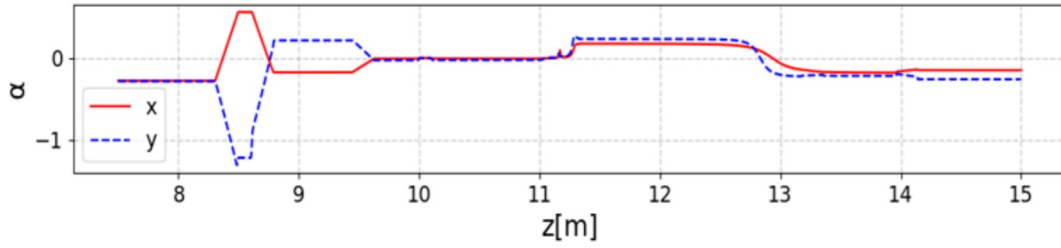
	$\beta_x[m]$	α_x	$\beta_y[m]$	α_y
QD05($z=14m$)	2.12	4.45	0.04	1.28

Tab 5.3 と Tab 6.2 を比較すると β_y , α_y は良く一致している. しかし, β_x , α_x は一致しているとは言い難い. このことから転送行列によって Tab 5.3 の結果について説明することは難しいと考えられる.

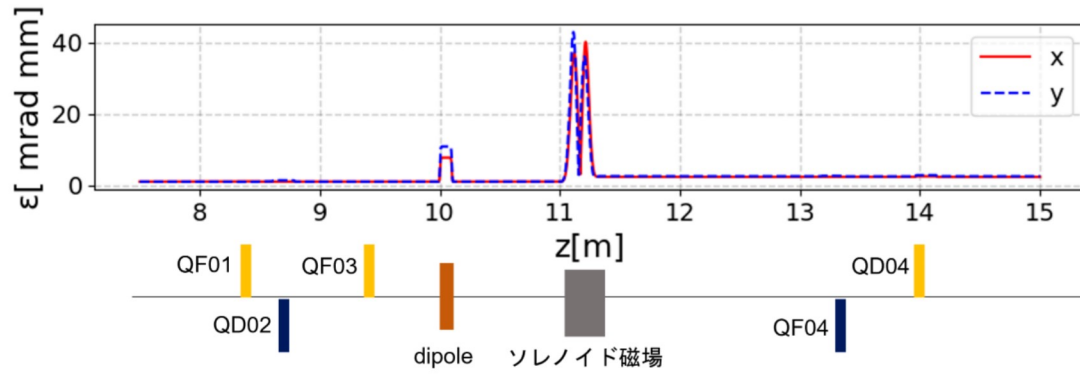
次に磁場によるエミッタンス増大について検討を行う. 既にセクション 6.3 でビームの横方向運動量が大きく, ソレノイド磁場内で軌道差がつくと角運動量が発生することを述べた. また, QF03 から QD05 の区間には軌道調整用のダイポールマグネットが存在し, 横方向の運動量の変化が起きやすい. よってソレノイド磁場の存在について検証を行う. まず, QF03 から QD05 の間に x 方向に軌道を曲げるダイポール磁場と B_z のピークが 0.7T となる 6.8 と同様なソレノイド磁場の分布を仮定する. そして QF01 から QD05 直後の区間をシミュレーションを行った. この場合の β 関数, α 関数, エミッタンスのシミュレーション結果を Fig 6.13, Tab 6.3 に示す.



(a) β 関数



(b) α 関数



(c) エミッタンス

Fig 6.13: ソレノイド磁場を仮定した場合のシミュレーション結果. 実線が x で破線が y 方向を表す.

Tab 6.3: ソレノイド磁場を仮定した場合のシミュレーション結果

Qscan magnet	β_x [m]	α_x	$\varepsilon_{n,x}$ [mm mrad]	β_y [m]	α_y	$\varepsilon_{n,y}$ [mm mrad]
QF03	0.42	-0.18	1.05	0.98	0.21	1.03
QD05	0.07	-0.18	2.37	0.15	-0.18	2.51

Tab 6.3で QF03 から QD05 にかけてソレノイド磁場を通過するとエミッタンスが増加することが確認できた。しかし、ビームラインの設計上、ピーク磁場が 0.7T となるようなソレノイド磁場が存在するとは考えにくい。よってエミッタンスの急激な増加についてさらなる検討が必要である。

7 まとめ

ILCにおける素粒子衝突実験において Beamstrahlung を抑えつつ、ルミノシティを高めるため、非対称エミッタンスビームが必要である。その生成方法として我々は RFBT と TLEX と呼ばれる手法を組み合わせた Damping ring を不要とする新たな方法を提案する。RFBT と TLEX を組み合わせ、6次元位相空間において各自由度間のエミッタンスを交換することにより、 $\varepsilon_x=10$ mm mrad, $\varepsilon_y=0.04$ mm mrad の非対称エミッタンスビームの生成を目指す。

本研究ではその前段階として RFBT による xy 間のエミッタンス交換を行う。RFBT は磁場中で電子を生成し、3つの Skew を通過させることにより、非対称エミッタンスビームを生成する。このとき、理論的に得られるエミッタンスは熱エミッタンスとカソードで発生した角運動量によって決定される。KEK STF のビームラインとほぼ同じ条件でシミュレートしたところ、エミッタンス増大はするものの、空間電荷効果を入れた場合でも $\varepsilon_{n,x}/\varepsilon_{n,y}=200$ のエミッタンス比が得られることが分かった。エミッタンス増大の原因としては電子銃や加速空洞の電場による影響が大きいと考えられる。

次に KEK STF で行った実験では Twiss パラメータがシミュレーションと大きく異なるなど、シミュレーションと実際のビームラインとの差が無視できないほど大きいことがわかった。また、ドリフト空間においてエミッタンスが増大する現象が見られた。原因について四重極磁石間にソレノイド磁場を置くことで検証を行ったが、満足な結果は得られなかった。よってエミッタンスの急激な増大について更なる検討が必要である。また、RFBT 実験を行う上でエミッタンスの増加は極力抑えなければならぬ。よって RFBT 実験を遂行する上で原因の究明が重要である。

今後は実際のビームラインのシミュレーションでの再現性を高めることや、エミッタンスを増加させず RFBT による高エミッタンス比を得る方法について検討を行う。また、将来的には TLEX と組み合わせ、6次元位相空間におけるエミッタンス交換を実現を目指す。

謝辞

本研究を遂行するにあたって、日々のミーティングにおいて加速器物理の知識や思考法、研究手法やプレゼンテーション技術など、多岐にわたって指導して下さった指導教員である加速器物理研究室教授 栗木先生に深く感謝を申し上げます。

共同研究者である同研究室 LIPTAK 先生、KEK の早野氏、山本康史氏、山本直人氏、金氏、清宮氏、東北大の柏木氏、早稲田大の鷲尾氏には本研究を行うにあたり、助言やご指導などをいただくなど大変お世話になりました。さらに快くデータを提供して下さった許斐氏、実験にご協力いただいた福田氏をはじめ、KEK の職員の皆様には感謝の意を表します。

加速器物理研究室、ビーム物理研究室の先生方、先輩方、そのほかの多くの方々のご協力のもと本論文をまとめることができました。ありがとうございました。

参考文献

- [1] M. Kuriki, "Foundation of Electron Accelerator", non published, (2019).
- [2] ILC Technical Design report, KEK-Report, 2013-1.
- [3] YIN-E SUN, "ANGULAR-MOMENTUM-DOMINATED ELECTRON BEAMS AND FLAT-BEAM GENERATION", Ph. D, THE UNIVERSITY OF CHICAGO, (2005).
- [4] P.Emma and Z.Huang, *et, al*, "Transverse-to-longitudinal emittance exchange to improve performance of high-gain free-electron lasers", Phys. Rev. ST, (2006).
- [5] K. -J. Kim, "Round-to-flat transformation of angular-momentum-dominated beams", Phys. Rev. ST, (2003).
- [6] E. Thrane, "PHOTOINJECTOR PRODUCTION OF A FLAT ELECTRON BEAM", Proceedings of LINAC2002, Gyeongju, Korea, (2002).
- [7] R. A. Powell, et, all. "Photoemission Studies of Cesium Telluride", Phys. Rev. B, (1973).
- [8] Klaus Flöttman, "Note on the thermal emittance of electrons emitted by Cesium Telluride photo cathodes", TESLA FEL – Report, (1997).
- [9] M.Kuriki et al, "1ms pulse Beam Generation and Acceleration by Photocathode Radio Frequency Gun and Superconducting Accelerator", Japanese Journal of Applied Physics", (2013).
- [10] H.Hayano, "STF 加速器 2018-2019 ビーム運転のまとめ", nonpublished, (2020).
- [11] Ron. F. Holsinger, "Poisson Superfish", available at <https://laacg.lanl.gov>, Los Alamos NATIONAL LABORATORY HP.
- [12] K. Flöttman, "ASTRA A Space Charge Tracking Algorithm", available at, <https://www.desy.de>.
- [13] M. Borland, "ELEGANT: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation", Advanced Photon Source, (2021).

- [14] M.Fukuda, ”エミッタンス測定”, oho, (2020).
- [15] 宮島 司, ”ERL 入射部でのビーム力学”, oho, (2008).
- [16] T. Konomi, ”Transverse field of STF cavity”, non published, (2021).
- [17] CST Studio Suite, <https://www.3ds.com>.
- [18] T. Muto, ”The calculation of transeverse kick by the input coupler of superconducting cavity for ERL main linac”, Proceedings of the 7th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Himeji, Japan, August 4-6, (2010).