令和三年度　卒業論文

ILC 国際リニアコライダー電子ドライブ陽電子源のキャプチャーライナックにおける等価回路モデルによるビームローディング補償の研究

広島大学物理学科

ビーム物理研究室

B174013 田地野浩希

指導教員　栗木雅夫

目次

第一章　序論

1-1　研究背景、目的

国際リニアコライダー（International Linear Collider, ILC）は高エネルギーの電子・陽電子の衝突実験を行うため、アジア、欧州、米国の研究機関による国際協力によって設計開発と建設が推進されている加速器計画である。ILC での陽電子生成方法の一つに電子ドライブ方式が検討されている。電子ドライブ方式とは高エネルギー電子を金属標的に打ち込み、制動輻射と対生成反応が生じさせることにより、陽電子を得る方式である。電子ドライブ方式におけるキャプチャーライナックは陽電子生成部の直下に置かれ、生成された陽電子を集群し加速する役割を担っている。陽電子は等間隔で複数のバンチ（ビームの塊）として生成されるが、ビームが減速場を誘起するため加速電場が後続のバンチにいくほど減少する過渡的ビームローディングが発生する。また、陽電子補足では陽電子が加速電場のクレストからずれた点に乗るため、ビームにより加速電場の振幅のみならず位相も変化してしまう。本研究では入力 RF への位相及び振幅変調を行い、この陽電子キャプチャーライナックにおける過渡的なビームローディングを補償する方法について検討した。また通常の定在波空洞よりも高いシャントインピーダンスを実現している APS 空洞を導入し、等価回路モデルを用いることで陽電子の加速時に発生するビームローディングを模擬し、その補償の精度を高めた。

第二章　国際リニアコライダー（ILC）

2-1　国際リニアコライダーの概要

国際リニアコライダー（International Linear Collider, ILC）は現在日本での建設が検討されている重心エネルギー250GeV から 1TeV の電子・陽電子衝突型の線形加速器である。ILC ではヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、超対称性粒子の発見などにより、超対称性、暗黒物質、余剰次元などの素粒子物理学の標準模型を超える物理の発見が期待されている。従来使用されてきた円形の電子・陽電子コライダーでは、シンクロトロン放射による放射減衰によりビームを小さく絞ることが可能で、また周回毎に多数回の衝突が可能など、粒子同士の衝突が起こりやすいという利点がある。一方で、シンクロトロン放射によるエネルギー損失はビームエネルギーの四乗で発散するため、一周あたりの加速エネルギーeVと放射によるエネルギー損失が等しくなると、それ以上の加速が困難となる。その関係は

$$eV = \frac{e^2}{3\varepsilon_0}\ \frac{\beta^3\gamma^4}{\rho} \qquad (2.1)$$

となる。ここでは、e は電子の素電荷、ε_0 は真空の誘電率、β は電子の速度を高速で規格化したもの（ローレンツβ)、γ は全エネルギーを静止エネルギーで規格化したもの（ローレンツ因子)、ρ はビームエネルギーの曲率半径である。加速とは粒子のローレンツγを大きくすることであるが、式（2.1）からわかるように、γを大きくするには一周あたりの加速エネルギーをγの四乗に比例して大きくする必要があり、極めて非効率になる。また、曲率半径 ρ を大きくする場合も、エネルギーの 4 乗に比例して大きくする必要があり、あまりにも巨大な加速器となってしまい、建設費用、必要な電力などからみてもとても現実的ではない。

そこで提案されたのがリニアコライダーである。リニアコライダーとは二つの線形加速器で粒子を加速させ衝突させる線形加速器のことである。リニアコライダーはシンクロトロン放射を無視することができ 200GeV を超えるような高い重心系エネルギーで、電子・陽電子衝突を実現できる唯一の現実的な方法であると考えられる。リニアコライダーの提案は 1960 年代まで遡るが、現在までに実際に運転された線形加速器としてはアメリカで設立された SLAC の SLC(SLAC Linear Collider)のみである。リニアコライダーは線形加速器で必要なエネルギーまでビームを加速する必要から、加速勾配（長さ当たりの加速エネル

ギー）を大きくする必要がある。また、ルミノシティを大きくするためには、ビームを細く絞り、正確に正面衝突させる技術も必要である。リニアコライダーの実現のため、これらの技術の実現に向けて多くの努力がなされており、SLC ができてからも、アメリカ、ドイツ、CERN(欧州)、そして日本でも次世代リニアコライダーの研究開発と計画立案が 1990 年代から進められてきた。目標とするエネルギーはそれぞれ異なるが、およそ 500GeV から 3.0TeV までのエネルギーを目標としている。これらの計画のうち、500GeV から 1.0TeV を目標とするアメリカ、日本、ドイツの計画は一本化が図られ、世界統一プロジェクトとして推進された。これが ILC 計画である。

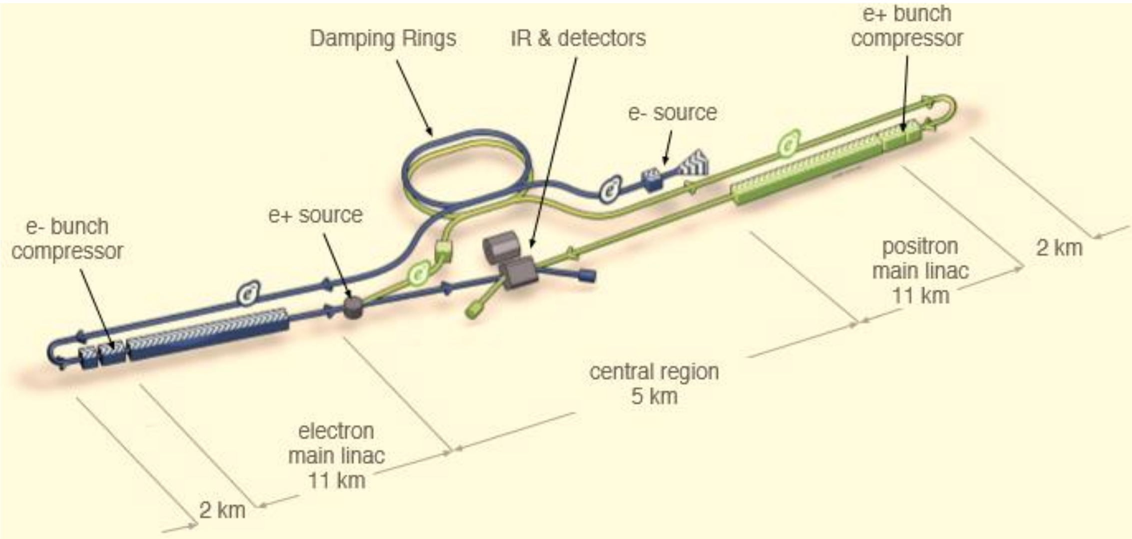

図 2.1　　ILC の模式図　[1]

線形加速器はシンクロトロン放射によるエネルギー損失はないが衝突させたビームは使い捨てとなってしまう。円形加速器の場合ではビームは一つの軌道を周回するため損失した分だけを供給するだけである。そのため ILC で必要な電荷量は、従来の円形加速器によるものよりもとても多いため、供給するビーム電流は二桁程度大きくなる。これを実現するためには、陽電子生成標的に入射する電子ビームの強度を強くする必要があり、従来の陽電子生成率では標的の熱的な破壊現象が生じてしまう。これを防ぐためには従来よりも効率よく陽電子を生成、捕獲する必要がある。

2-2　陽電子の生成方法

陽電子とは電子の反粒子であり、電子と全く等しい質量と、符号の異なる全く等しい電荷量を持っている粒子である。電子、陽子、中性子などの粒子は物質の構成要素として多く存在

するが反陽子、反中性子、そして陽電子などの反粒子は自然にほとんど存在せず、この世界では物質と反物質についての対称性は大きく破れている。電子は物質内にたくさん存在するためそこから取り出すだけでいいが、反物質は天然には存在しないため、陽電子は何らかの方法で生成する必要がある。陽電子の生成方法は主に二つある。

一つ目の方法はβ+崩壊を利用したものである。β+崩壊とは陽子が放射性原子核内で陽電子、中性子、ニュートリノに崩壊する反応である。β+崩壊に必要な放射性物質は陽子シンクロトロンからでた陽子ビームを標的に衝突させることで人工的に生成することができるが、この方法ではバンチ化した陽電子ビームを捕獲することはできない。なぜなら原子核崩壊は純粋な確率的な反応であり、その反応を制御することは不可能だからである。また崩壊が進むにつれてその強度は指数関数的に減少するため、ビーム密度を一定に保つことは困難である。

二つ目の方法は高エネルギーガンマ線による対生成反応である。対生成とは高エネルギー状態から粒子と反粒子が対となって生成する現象である。ガンマ線が物質内に入射すると、原子核の電場の助けを借りて、電子と陽電子対が生成される。電子対生成に必要なガンマ線のエネルギーは、電子と陽電子の静止質量がそれぞれ 0.51 MeV/c^2 なので最低でも 1.022 MeV/c^2 が必要である。10MeV 以下の低いエネルギーでは光電効果やコンプトン散乱、レイリー散乱などが支配的となってしまうので、対生成反応を効率的に起こすためには 10MeV 以上のエネルギーのガンマ線が必要である。対生成反応に必要な高いエネルギーのガンマ線を発生させる方法としては三つの方法が挙げられるので今からその方法について説明していく。

2-2-1 アンジュレーター方式

一つ目の方法はアンジュレーター方式である。この方式は高エネルギー電子ビームをアンジュレーターに通過させることで、シンクロトロン放射を起こしガンマ線を発生させる方式である。アンジュレーターとは周期的な磁場で入射した電子を蛇行させることによって、コヒーレントな放射光を発生させる装置である。基本構成はアンジュレーター、生成標的、陽電子捕獲セクションからなる。ガンマ線のエネルギーは 10MeV 程度なので発生した電子と陽電子のエネルギーは数 MeV 程度である。そのため、発生した電子・陽電子による制動放射によるガンマ線は発生せず、入射したガンマ線からは最大で一組の電子・陽電子対のみが発生するため、入射するガンマ線に比べ発生する陽電子数は少なくなる。実際の細く効率を考えると、入射するガンマ線の量を必要な陽電子に比べて約二桁ほど多くする必要がある。そのためにはアンジュレーターの長さを伸ばし一つの電子から放射するガンマ線数を

増やすか、通過させる電子数を増やさなくてはならない。陽電子は対生成反応から直接生成するという反応の単純さを持つため、入射するガンマ線が円偏光の状態にあれば偏極陽電子ビームの生成が可能である。

2-2-2　コンプトン方式

コンプトン方式とは電子ビームとレーザーの光のコンプトン散乱によりガンマ線を発生させ、そのガンマ線の対生成反応により陽電子を発生させるものである。コンプトン方式を用いるメリットとして高エネルギーのガンマ線を得やすいという点が挙げられる。レーザー光の周期長は 1 μm 程度であり、数 GeV 程度の電子ビームと散乱させることで、10MeV 以上のガンマ線の生成が可能である。一方でコンプトン散乱の断面積は小さく、またレーザー光を小さく絞った場合は急激にスポットサイズが大きくなるため、ルミノシティを大きくすることが難しい。そのためガンマ線の生成数を増やすためには電子の個数とレーザー光子の個数を増やす必要があり、大量の陽電子を生成するためには非常に強いパワーのレーザーが必要となる。

2-2-3　電子ドライブ方式

電子ドライブ方式は制動放射を利用した方式である。制動放射とは、高エネルギー電子を物質に入射すると、物質内の電磁場により電子が減速され、電子の周りの電場がガンマ線として放出される現象である。発生したガンマ線が物質内ですぐに対生成反応を起こし電子と陽電子が生成する。発生した電子及び陽電子のエネルギーが高ければ、再び制動放射を起こしてガンマ線が発生する。また発生したガンマ線が物質中の軌道電子をコンプトン散乱により叩き出すなどの反応が生じる。電子ビームを入射するとこのような様々な反応が連鎖的に生じ、結果的に大量の電子、陽電子、ガンマ線が生じる。このような反応のことを電磁シャワーという。上で述べた二つの方式に比べて一つの電子から生成される陽電子の数が多く、単純なシステムのため、従来の陽電子源の全てにこの方式が採用されている。

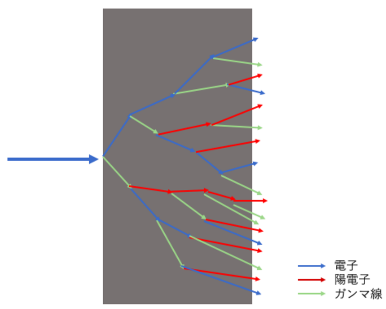

図 2.2 電子ビーム駆動方式における電磁シャワーの模式図　[4]

第三章　ILC 陽電子源（電子ドライブ方式）

3-1 基本設計

ILC の陽電子源はアンジュレーター方式も検討されているが、技術的な面で未熟な点が多く、また電子ドライブ方式は過去にも採用されていつという実績があるため電子ドライブ方式を採用する方針である。今回の研究では電子ドライブ方式の ILC 陽電子源に関しての性能の向上を目的に研究を行った。図 3.1 は電子ドライブ方式 ILC 陽電子源の模式図である。電子ドライバーライナック、ターゲット、キャプチャーライナック、ブースターライナック、ECS（Energy Compressor Section）の各部で構成される。ドライバーライナックは電子銃と駆動電子線形加速器で構成されており、電子銃が電子ビームを発生させた後、線形加速器で数 GeV まで加速する。発生した陽電子を収束させ、加速可能な領域に捕捉するのがキャプチャーライナックで、捕獲効率を高めるためにソレノイド磁石で囲まれている。電子がシケインと呼ばれる軌道を通過し捨てられた後、陽電子はブースターリニアック部で 5GeV まで加速され、そのエネルギーを ECS で圧縮させ、ダンピングリング（DR）の入射効率を向上させる。各部についての説明を以下で行う。

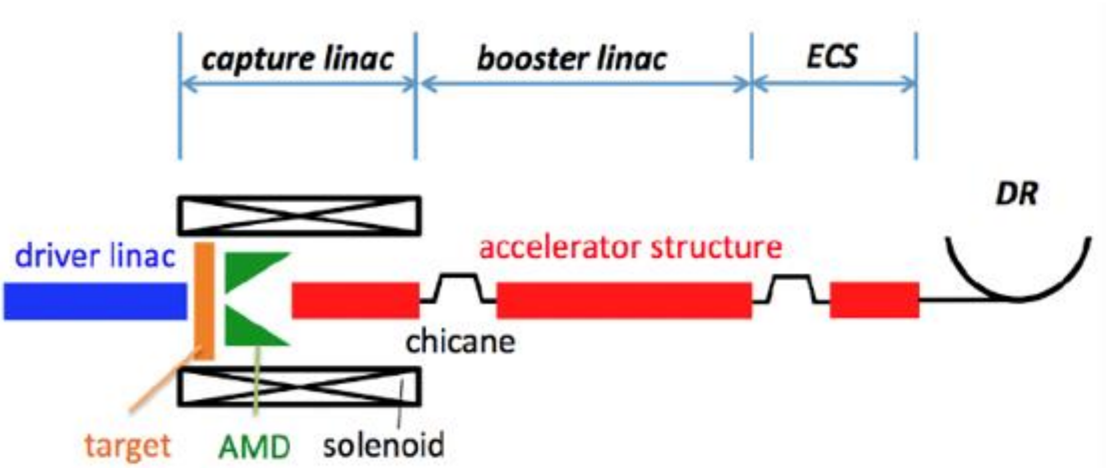

図 3.1　電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の模式図［3］

3-2　ドライバーライナック

電子ドライバーは S-band 光陰極 RF 電子銃と S バンド常伝導ライナックで構成されており陽電子生成用の 3.0GeV の電子ビームを供給する。バンチ電荷は陽電子生成率を 1.2 とすると 4.0nC となる。バンチ間隔は 6.15ns なので、ビーム負荷電流は 0.65A となる。S-band 光

陰極 RF 電子銃は陰極材料に CsTe が用いられ、光電子放出には UV レーザーが必要である。最終的に 3.0GeV まで加速した電子ビームは、金属ターゲットに照射される。

3-3　ターゲット

ターゲットはタングステン(W)にレニウム(Re)を 26%混合した 16mm の W-Re ターゲットである。W-Re ターゲットは SLC の陽電子源でも使用されており今までに最も高い負荷で陽電子生成に利用された実績を持つ。この金属標的に電子ビームを照射することで陽電子を生成する。

3-4　AMD（Adiabatic Matching Device）

横軸に実空間、縦軸に横方向運動量を取り位相空間で見てみるとターゲットで発生した陽電子は縦長に分布してしまう。この状態でドリフトさせるとビーム径が発散してしまい加速が困難となる。そのため発生した陽電子の横方向運動量を抑制する必要がある。そこで用いられのが、AMD(Adiabatic Matching Device)である。AMD は磁場を進行方向に生成する装置であり、ターゲット付近で大きい磁場が段々と低減していく構造になっている。AMD を通る陽電子はその磁場の影響を受け、らせん運動を行うが、低減していく磁場によりらせん運動は断熱的に変化する。そして粒子が下流に近づくにつれて、横方向運動量も減少する。

3-5　キャプチャーライナック

ターゲットで発生した陽電子は横方向運動量を抑制された後、キャプチャーライナックという線形加速器に入射される。一般的にキャプチャーライナックにはアンジュレーター陽電子源用に開発された定在波 L-band 構造を採用している。この構造の利点は直径 60mm の広い開口部でより良い陽電子捕獲ができることである。そしてこの加速器の周囲にはソレノイド磁石が設置されており、加速器に従って 0.5T の磁場がかけられている。電子ドライバーライナックと同じく 2 つのクライストロンと 4 つの加速空洞で 1 つの RF ユニットは構成されており、全体としてはクライストロン１８台、加速器３６台の９つのユニットで出来ている。そもそも定在波加速空洞とは隣り合った２つのセルの電磁場の位相が逆位相となるモード（πモード）になっている空洞のことである。進行方向の異なる波同士が重なり合って波形が進行せずその場にとどまって振動して見える波を定在波と呼ぶためこの空洞にもその名前がついている。定在波空洞は正味の群速度がゼロになる。そのためパワーが伝播しないように思うが、過渡的状態においては入力側の空洞とその隣接している空洞で蓄

積しているエネルギーに差が生じるためその差に比例してパワーの伝搬が起きる。
本研究では定在波 L-band 構造に変わり APS(Alternate Periodic Structure)空洞を使用する。APS 空洞とは $\pi/2$ モードの定在波加速空洞である。$\pi/2$ モードなので隣り合うセルの電磁場の位相差が $\pi/2$ になる。電場が発生するセルを長く、発生しないセルを短くすることで加速効率を向上させている。そのため通常の定在波加速空洞よりも高いシャントインピーダンスを実現させている。シャントインピーダンスとは消費パワーと加速電圧の比を表す値である。つまりこの値が高ければ高いほど加速効率が優れていることを表している。

3-6　シケイン

キャプチャーライナックを通過した後ビームはエネルギー偏差の大きい電子、光子、陽電子を除去するために、長さ 8.65m のシケインセクションを通過する。
シケインは 4 つの二重極磁場からなる軌道であり模式図を以下に示す。

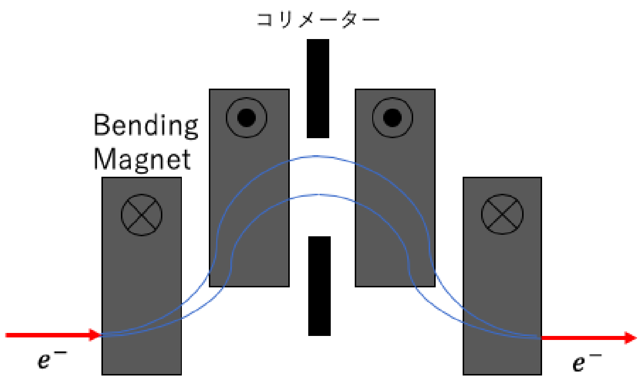

図 3-2 シケインの模式図 [4]

電子は陽電子と真逆の方向に曲げられる。曲げられた先の軌道にビームダンプを置くことで、電子ビームをそこで廃棄する。
陽電子の運動量をPとして磁場Bと曲率半径ρとの関係を表すと、

$$\rho = \frac{P}{eB} \qquad (3.1)$$

となる。eは素電荷を表す。この式から運動量が小さくなると曲率半径も小さくなり、逆に運動量が大きくなると曲率半径も大きくなることがわかる。運動量の小さい陽電子は長い飛跡を、運動量の大きい陽電子は短い飛跡を描く。そのため陽電子はシケインを通るとエネ

ルギーの小さい陽電子はバンチの後方に、大きな陽電子はバンチの前方に移動する仕組みになっている。この効果を momentum compaction という。またシケインの途中にはビームコリメーターが設置されており、通過する粒子の位置を制限することができる。

3-7　ブースター

陽電子ブースターはシケインである程度エネルギーが固まった陽電子を 5GeV まで加速する装置である。この装置には約 2m の L-band と S-band の進行波型の加速菅が用いられている。これら 2 つの加速菅に加えて、quadrupole magnets（Q マグネット）という横方向の収束場を与える装置が置かれている。線形加速器はラティスと呼ばれる加速菅と Q マグネットを周期的に配置した構造を持っている。表 1 は陽電子ブースターの構成をまとめたものである。

ラティスの種類	セルの数	入り口のエネルギー(MeV)	出口のエネルギー(MeV)	1つあたりのセルの長さ(m)	全ての長さ(m)
4Q+1L	14	232	492	3.8	53.2
4Q+2L	29	962	1454	6.0	174
4Q+4L	18	1194	2648	10.4	187.2
4Q+4s	26	2690	5338	10.4	270.4
合計	87	5078	9933	30.6	684.8

表 3.1　陽電子ブースターの構成

ビームは加速されると相対論的な効果によりビームの大きさが減少する。これを断熱減衰という。入り口付近ではビーム径が大きいので口径の大きい L-band 加速菅を使用し、出口付近では加速効率の高い S-band 加速菅を使用した。

3-8　ECS (Energy compressor system)

ブースターで 5 GeV まで加速された陽電子はその後 DR(Damping Ring)へと入射される。DR とは蓄積リングのことで、粒子はその蓄積リング内で進行方向及び横方向に振動しながら一定の軌道の周りを周回するような運動をする。この時その振動の振幅がある値を超えてしまうと粒子は不安定となり失われてしまう。その最大振幅のことをダイナミックアパ

ーチャーと呼ぶ。陽電子は DR に蓄積された後、メインライナックに送られるため陽電子はダイナミックアパーチャー内にとどまる必要がある。また DR にダイナミックアパーチャーから外れている陽電子は DR を周回中に失われてしまうため、ビームとして使うことはできない。そのため DR に入射するビームはダイナミックアパーチャー内になければならない。その条件は以下のようになる。

$$\left(\frac{\mathrm{z}}{0.035}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{0.0075}\right)^2 < 1 \qquad (3.2)$$

$$\gamma A_x + \gamma A_y < 0.07 \qquad (3.3)$$

となる。ここで γ はローレンツ因子、A_xおよびA_yはアクションと呼ばれる物理量で、位相空間の中心からの距離を表したものである。発生した陽電子のうち ECS を通過し DR アクセプタンスを満たすものを捕獲陽電子として、捕獲用電子数N_{e+}、標的に入射した電子数をN_{e-}とすると陽電子捕獲率ηは,

$$\eta = \frac{N_{e+}}{N_{e-}} \qquad (3.4)$$

と定義される。

第四章　ビームローディング補償

4-1 ビームローディング

ビームローディングとは、空洞内をビームが通過することにより、空洞の消費電力が変化し、さらに電圧変動を生じる現象のことを指す。RF 空洞内をビームが通過するとビームは加速あるいは減速され空洞内の電磁場が変化する。そのため空洞内の電磁場を考える際は空洞への入力パワーとビームが及ぼす影響の 2 つを考慮する必要がある。

ビームローディングを簡単に考えるために、複数の加速空洞を単独の 1 つの空洞で代替した単セルモデルを用いて考える。始めにビームの加速をない状況を考える。外部からの入力パワーをP_{in}、反射波として入力側に反射する一部をP_rとする。また空洞壁で消費されるエネルギーを$\mathrm{P_0}$とすると、空洞内の全ての電磁場はこれらの合計で表されるはずなので、空洞内に蓄積しているエネルギーを W としてそれの時間変化の式は、

$$\frac{dW_0}{dt} = P_{in} - P_r - P_0 \qquad (4.1)$$

となる。この式を電圧表示にすると、

$$\frac{dW_0}{dt} = \frac{Q_0}{\omega}\frac{dP_0}{dt} = \frac{Q_0}{\omega}2G_0V_0\frac{dV_0}{dt} \qquad (4.2)$$

となる。ここでG_0はアドミッタンスと呼ばれる量で$P_0 = G_0V_0^2$である。V_0は空洞に誘起されている電圧、Q_0は空洞の Q値と呼ばれる量で、空洞の蓄積エネルギーと消費パワーの比であらわされる値であり空洞の性能を表す一つのパラメーターである。導波菅のアドミッタンスを$G_\omega = \beta G_0$として$P_{in} = \beta G_0 V_{in}^2$および$P_r = \beta G_0(V_{in} - V_0)^2$として式に代入すると、

$$\frac{\mathrm{Q_0}}{\omega}2G_0V_0\frac{dV_0}{dt} = -\beta G_0V_0^2 + 2\beta G_0V_0V_{in} - G_0V_0^2 \qquad (4.3)$$

ここで$\mathrm{Q_0} = (1+\beta)Q_L$を用いると

$$\frac{2\mathrm{Q_L}}{\omega}\frac{dV_o}{dt} = -V_0 + \frac{2\beta}{1+\beta}V_{in} \qquad (4.4)$$

となる。βは外部との結合度を表すパラメーターで、$\mathrm{Q_L}$は外部と外部回路を含めた系のQ 値である。ここで$\tau = \frac{2Q_L}{\omega}$ 、$\alpha = \frac{2\beta}{1+\beta}$とおくと、

$$\tau\frac{\mathrm{dV_0}}{dt} = -V_0 + \alpha V_{in} \qquad (4.5)$$

となる。$\mathrm{t} = 0$ の時$V_0 = 0$という初期条件を用いると、この方程式の解は

$$V_0(t) = V_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad (4.6)$$

となる。ここで

$$V_{RF} = \frac{2\beta}{1+\beta}\sqrt{\frac{P_{in}}{\beta G_0}} \qquad (4.7)$$

とおいた。この式から空洞にパワーを入力するとある時定数で徐々に電磁場が誘起され、ある値に漸近することがわかる。

次にビームローディングを含んだ式を考える。ビームローディングとはビームによるエネルギー損失なので空洞電圧Vとビームローディング電流Iの積で表される。すると式は、

$$\frac{\mathrm{Q_0}}{\omega}2G_0V_0\frac{dV_0}{dt} = -\beta G_0V_0^2 + 2\beta G_0V_oV_{in} - G_0V_0^2 - IV_0 \qquad (4.8)$$

となる。この式を同様に電圧表示に置き換えると、

$$\frac{2\mathrm{Q_L}}{\omega}\frac{dV_0}{dt} = -V_0 + \frac{2\beta}{1+\beta}V_{in} - \frac{1}{(1+\beta)G_0} \qquad (4.9)$$

となる。この方程式の解は、

$$V_0(t) = V_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + V_B\left(1 - e^{-\frac{t-tb}{\tau}}\right) \qquad (4.10)$$

となる。ここで $V_B = -\frac{I}{(1+\beta)G_0}$ とおき、初期条件として$t = 0$で RF を入力して$t = t_b$でビ

ーム加速を開始したとしている。第一項が RF 入力による電圧上昇、第二項がビームローディングによる電圧の減少である。二つの項は共に同じ時定数を持った指数関数である。このことから 2 つの項が振幅の導関数が同じであれば電圧は時間に依存せずに一定となり、加速されたビームのエネルギーは均一となる。式の両辺を微分することで以下のような条件を得る。

$$\mathrm{t_b} = -T_0 \ln\left(\frac{I}{2}\sqrt{\frac{rL}{\beta P_0}}\right) \qquad (4.11)$$

ここで、$r = \frac{1}{G_0 L}$ は単位長さあたりのシャントインピーダンスと呼ばれる量である。この時の電圧は、

$$V_0 = \frac{2\sqrt{\beta P_0 L r}}{1+\beta}\left(1 - \frac{I}{2}\sqrt{\frac{Lr}{\beta P_0}}\right) \qquad (4.12)$$

となる。これらの式からビーム電流と入力パワーが決まれば加速を一定とするタイミングと電圧は一意に決まることがわかる。

4-2 位相変調によるビームローディング補償

4-1 では電子ドライブ方式において、キャプチャーライナックによるビーム負荷電圧の補償がどうなるかを議論した。RF とビームによる振幅は同じ時定数で漸近する性質を持っているため、条件を合わせれば、RF による電圧の上昇とビームによる減速場の成長が相殺できることがわかった。しかし 4-1 では RF とビームの相対的な位相がゼロであること、すなわちビームが RF のクレスト（電場が最大となる位相）に乗っている状態を仮定していた。ビームが RF に対して相対位相 θ を持っている時は、

$$V(t) = V_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + V_B\left(1 - e^{-\frac{t-tb}{\tau}}\right)e^{i\theta} \qquad (4.13)$$

となる。空洞内では RF による電場とビームによる電場の 2 つが誘起されるが、この場合二

つの成分が位相差をもつことになる。その様子を図 4 に示す。RF による電場を青矢印、ビームによる電場をオレンジの矢印、RF による電場とビームによる電場の和で表される空洞電圧（Cavity 電圧）は緑の矢印で示している。RF を実軸方向に取りビームがそれに対して θ だけずれているとする。RF もビームも同じように、ビーム加速が開始したと同時に時定数 τ で淡色の矢印に向けて成長していく。位相差がある場合ビームによる電圧が必ず虚数成分を作るため空洞電圧にも虚数成分が生まれ、位相が移動していき、一定とならない。

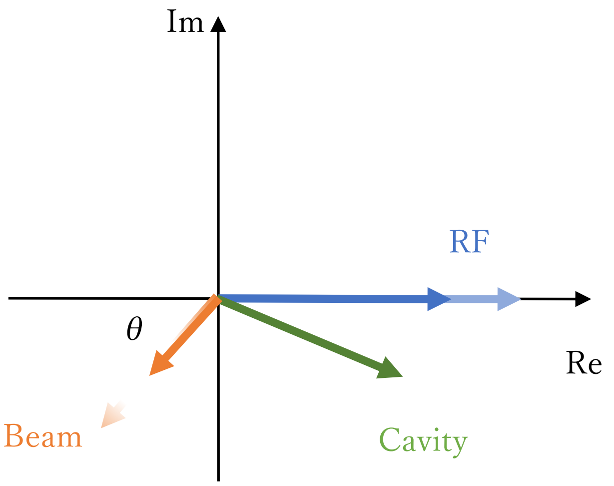

図 4.1　RF とビームに位相差がある場合の空洞に誘起される電圧の位相図

ビームの虚数成分を打ち消すために、入力 RF にも虚数成分を導入する必要があるため、加速開始と同時に RF の位相の変調を角度 ϕ として導入する。入力 RF のパワーは変えないとすると振幅は同じになる。ビーム加速を開始した瞬間の空洞電圧を V_{c0} とする。V_{c0} はビーム加速開始直後の電圧なので、実数成分のみを持つ。ビーム開始後の各々の電圧は漸近値に向けて成長していくから、位相変調後の V_{RF} とビームそれぞれの漸近値の和が V_{c0} に等しい場合、電圧は一定に保たれる。式で表すと、

$$V_{RF}e^{i\phi} + V_B e^{i\theta} = V_{c0} \qquad (4.14)$$

となる。図 4-2 に条件を示す。

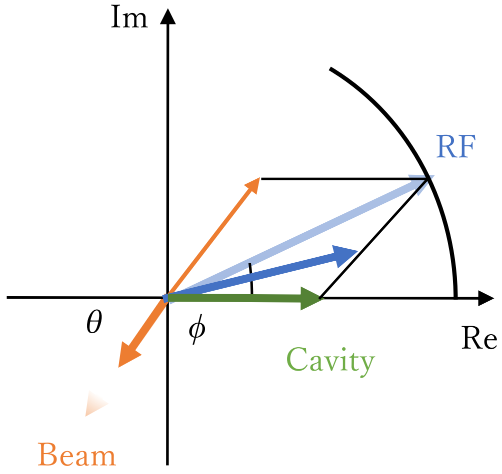

図 4.2　RF とビームに位相差があり、入力 RF に対する位相変調をかけた位相図。RF 電圧の虚数成分とビーム電圧の虚数成分が打ち消しあい Cavity 電圧は実数部のみを持つ。

位相変調をかけたことにより、ビーム電圧の実数成分だけでなく虚数成分をも打ち消すことができる。

ILC 電子ドライブ陽電子源では、陽電子はマルチバンチパルスで生成され、そのバンチ構造は間にギャップを有するものとなっている。その構造を以下の図に示す。1 パルス 33 バンチの陽電子が 197ns かけて生成され、80ns の間隔を置き、33 バンチが生成される。ビームが無い状態で、同じように位相変調をかけ続けてしまうと、電圧変動を引き起こしてしまう。上で導入したビーム負荷補償はビーム電流が一定であるときのみ有効な方法であり、ギャップを有する場合には対応できない。

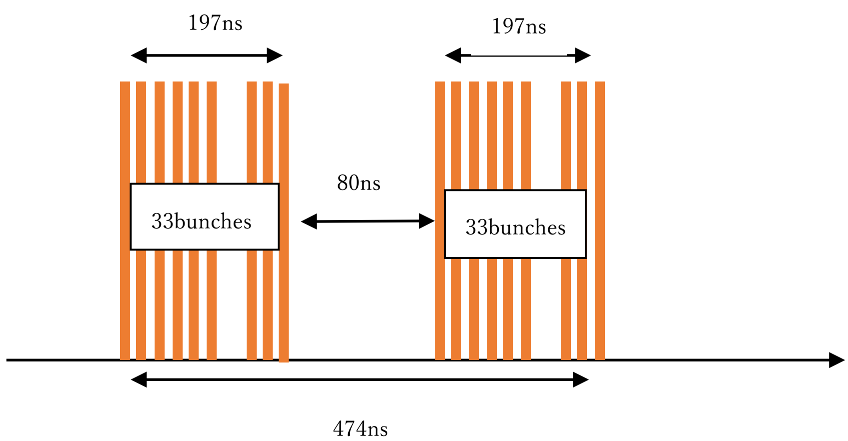

図 4.3　電子ドライブ用電子源のパルス構造の図

ギャップではビーム負荷による入力が消失するので、そこでは空洞電圧の値V_{c0}に相当する入力に変える必要がある。その様子を図 4.4 に示す。ビーム加速を開始した後にはV_{RF1}へと入力 RF を変調させる。そしてギャップに入ったら入力 RF をV_{c0}へと変調する。即ち位相は元に戻し 、振幅をV_{c0}と等しくなるようにする。そうすると空洞電圧は全く変動しない。パルスとギャップを繰り返すたびにこのような変調の切り替えを行うことで、空洞電圧を一定に保つことができる。

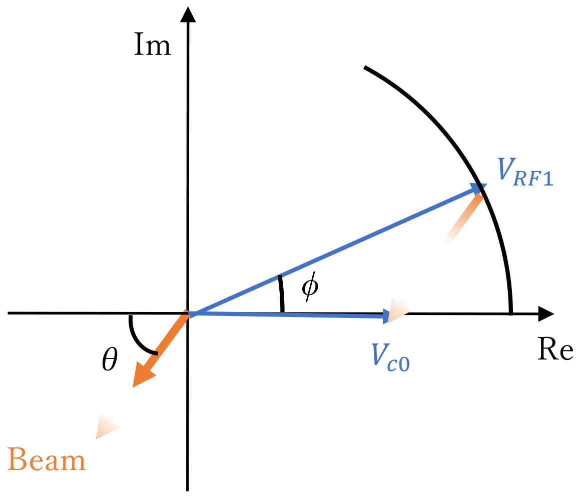

図 4.4　ギャップを有する場合の位相変調の図。ビーム電圧を打ち消すためにV_{RF1}をかけて、ギャップに入ったらV_{c0}に切り替える。それ交互に繰り返すことで空洞電圧を一定に保つ。

第五章　APS 空洞の等価回路モデルによる
ビームローディング補償

5-1　APS 空洞の等価回路モデルにおける電圧計算

第五章では APS 空洞の等価回路モデルを用いて空洞内の電圧の時間推移を計算し、APS 空洞におけるビームローディング補償を模擬的に再現する。図 5.1 に APS 空洞の概要図を示す。

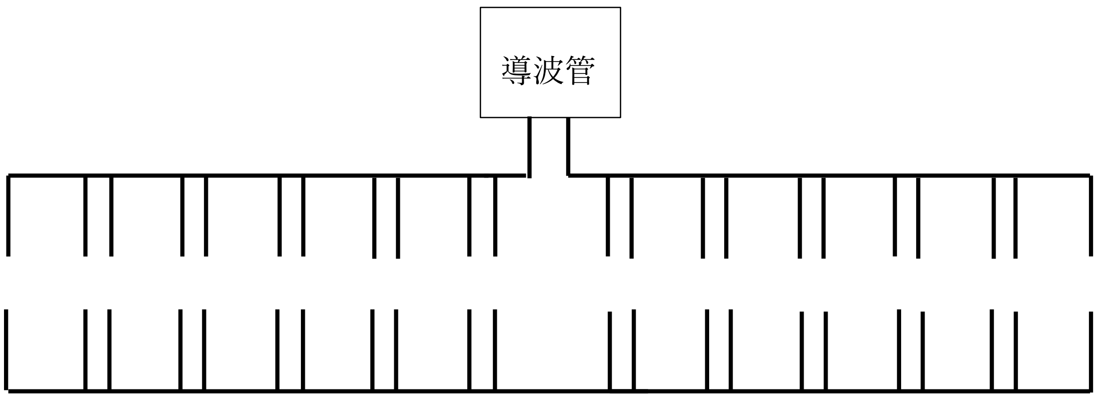

図 5.1　APS 空洞の概要図

APS 空洞は$\pi/2$モードの定在波空洞である。$\pi/2$モード空洞とは、隣り合うセルの位相差が$\pi/2$の空洞で、群速度が最大であり、非常に安定性が高いのが特徴である。一方で隣り合うセルの電場が打ち消しあい、電場の立つセルが一つ置きになる。そのままだと、加速効率が低下してしまうため、電場の立たないセル長を短く、電場の立つセルを長くとり、加速効率を高めている。電場の立たないセルは、電磁場のエネルギーを伝えるための機能を持つため、結合セルと呼ぶ。一方で、長いセルを加速セルと呼ぶ。本研究で過程するのは、図 5.1 に示すような加速セル 11 セル、結合セル 10 セルの計 21 本のセルで構成された加速空洞である。中央の加速セルには導波管がつながれており、これをカプラーセル、それ以外の加速セルをレギュラーセルと呼ぶ。本研究では、加速空洞を等価回路により表現し、ビームローディングとその補償について検討を行った。

5-1-1　レギュラーセルの電圧計算

図 5.2 は電磁場の共振を集中回路に変換したもので、レギュラーセルの等価回路モデルである。図の①、②は空洞の共振、③は空洞の表面抵抗、④はビームローディング電流、⑤はとなりのセルとの結合を表している。

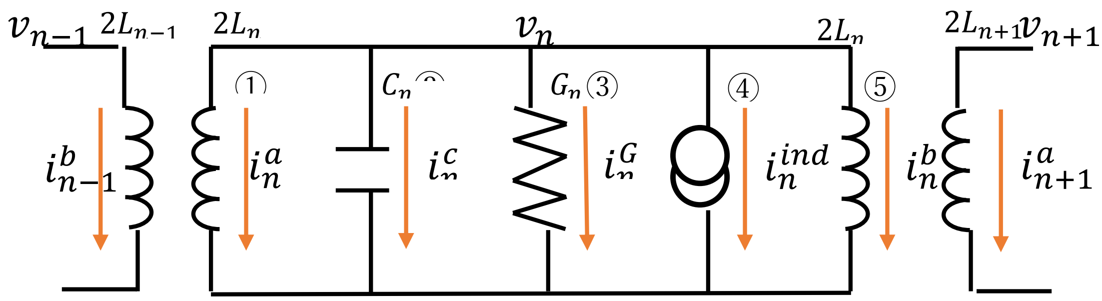

図 5.2　レギュラーセルの等価回路モデル

この等価回路モデルを用いて、（1）共振周波数（2）セル電圧（3）蓄積される電磁エネルギー（4）セル内の電力損失（5）隣接するセル、外部回路間のエネルギー交換の五つを、実際の加速空洞と同じとするように、各回路素子の値を決定する。各パラメーターを空洞のパラメーターで示すと、以下のような形になる。

インダクタンス　$$L_n = \frac{\left(\frac{R}{Q}\right)_n}{\omega_{cell}} \qquad (5.1)$$

キャパシタンス　$$C_n = \frac{1}{\omega_{cell}\left(\frac{R}{Q}\right)_n} \qquad (5.2)$$

コンダクタンス　$$G_n = \frac{1}{\left(\frac{R}{Q}\right)_n Q_{0n}} \qquad (5.3)$$

ω_{cell}は空洞の共振周波数、R/Q は空洞のシャントインピーダンスを Q 値で割った値、Q_{0n} は n セルの Q 値である。これらは回路パラメーターで表すと以下のようになる。

$$\omega_{cell} = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}} \qquad (5.4)$$

$$Q_{0n} = \frac{\omega_{cell} C_n}{G_n} \qquad (5.5)$$

$$\left(\frac{R}{Q}\right)_n = \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} = \omega_{cell} L_n = \frac{1}{\omega C_n} \qquad (5.6)$$

n 番目のセルにキルヒホッフの法則を適用すると次のような回路方程式が成り立つ。

$$i_n^{ind} + i_n^a + i_n^C + i_n^G + i_n^b = 0 \qquad (5.7)$$

$$i_n^C = C_n \frac{dv_n}{dt} \qquad (5.8)$$

$$i_n^G = G_n v_n \qquad (5.9)$$

$$v_n = 2L_n \frac{di_n^a}{dt} + M \frac{di_{n-1}^b}{dt} = 2L_n \frac{di_n^b}{dt} + M \frac{di_{n+1}^a}{dt} \qquad (5.10)$$

$$M_{n-1,n} = k\sqrt{4L_{n-1}L_n}\,,\ M_{n,n+1} = k\sqrt{4L_n L_{n+1}} \qquad (5.11)$$

M：相互インダクタンス　k：結合度（すべてのセルで等しい）

k は空洞間の結合を表すパラメーターで、バンド幅から決まる。i_n^aとi_n^bはそれぞれ左側と右側のインダクタンスL_nに流れる電流であるため、インダクターに流れる総電流は、次のように定義される。

$$i_n^L = i_n^a + i_n^b \qquad (5.12)$$

式を簡単にするために電圧と電流を次のように規格化する。

$$\hat{v}_n = \sqrt{C_n} v_n = \frac{v_n}{\sqrt{\omega_{cell}\left(R/Q\right)_n}} \qquad (5.13)$$

$$\hat{\imath}_n = \sqrt{L_n} i_n = \sqrt{\frac{\left(R/Q\right)_n}{\omega_{cell}}}\, i_n \qquad (5.14)$$

すると規格化された回路方程式は以下のようになる。

$$\hat{\imath}_n^{ind.} + \hat{\imath}_n^L + \hat{\imath}_n^C + \hat{\imath}_n^G = 0 \qquad (5.15)$$

$$\hat{\imath}_n^L = \hat{\imath}_n^a + \hat{\imath}_n^b \qquad (5.16)$$

$$\hat{\imath}_n^C = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{v}_n}{dt} \qquad (5.17)$$

$$\hat{\imath}_n^G = G_n \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} \hat{v}_n = \frac{G_n}{\omega_{cell} C_n} \hat{v}_n = \frac{1}{Q_{0_n}} \hat{v}_n \qquad (5.18)$$

$$\hat{\imath}_n^{ind.} = \sqrt{L_n} i_n^{ind.} = \sqrt{\frac{\left({}^R/_Q\right)_n}{\omega_{cell}}} i_n^{ind.} \qquad (5.19)$$

$$\frac{1}{2}\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \qquad (5.20)$$

これらの式より

$$\hat{v}_n - \frac{1}{2} k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} \qquad (5,21)$$

という差分方程式が得られる。なお導出の際にはk^2の項は小さいとして無視している。実際にこの項の大きさは O(0.1)であり、他の項よりも無視できるほど小さい。これらの式より時間依存の回路方程式が得られる。

$$\frac{1}{\omega_{cell}^2} \frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2} + \frac{1}{\omega_{cell} Q_{0_n}} \frac{d\hat{v}_n}{dt} + \hat{v}_n = \frac{1}{2} k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) - \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{\imath}_n^{ind.}}{dt} \qquad (5.22)$$

電圧を以下のように振動項と振幅項に分ける。

$$\hat{v}(t) = \hat{V}(t) e^{i\omega t} \qquad (5.23)$$

一回微分、二階微分はそれぞれ

$$\hat{v}'(t) = \left(\frac{1}{\omega} \frac{d\hat{V}(t)}{dt} + i\hat{V}(t)\right) e^{i\omega t} \qquad (5.24)$$

$$\hat{v}''(t) = \left(\frac{1}{\omega}\frac{d\hat{V}'(t)}{dt} + i\frac{1}{\omega}\frac{d\hat{V}(t)}{dt} + i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t)\right)e^{i\omega t} \qquad (5.25)$$

となる。ここで$v' = \frac{dv}{d\theta} = \frac{dt}{d\theta}\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\omega}\frac{dv}{dt}$とすると、

$$\hat{v}'(t) = \frac{1}{\omega}\frac{d\hat{v}}{dt} = \left(\hat{V}'(t) + i\hat{V}(t)\right)e^{i\omega t} \qquad (5.26)$$

$$\hat{v}''(t) = \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2\hat{v}}{dt^2} = \left(\hat{V}''(t) + 2i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t)\right)e^{i\omega t} \qquad (5.27)$$

とあらわすことができる。これらの式を代入して変形すると

$$\hat{V_n}'' + \left(2i + \frac{1}{Q_{0_n}}\frac{\omega_{cell}}{\omega}\right)\hat{V_n}' + \left(i\frac{1}{Q_{0_n}}\frac{\omega_{cell}}{\omega} + \frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2} - 1\right)\hat{V_n}$$
$$= \frac{1}{2}k\frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2}\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\right) - \frac{\omega_{cell}}{\omega}\left(\hat{I}_n^{ind.\prime} + i\hat{I}_n^{ind.}\right) \qquad (5.28)$$

となる。ここでω：RF の周波数、ω_{cell}:セルの共振周波数である。

$$\frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2} - 1 = 2\frac{\omega_{cell} - \omega}{\omega} = 2\delta_n \qquad (5.29)$$

と近似すると、

$$\hat{V_n}'' + \left(2i + \frac{1}{Q_{0_n}}\right)\hat{V_n}' + \left(i\frac{1}{Q_{0_n}} - 2\delta_n\right)\hat{V_n} = \frac{1}{2}k\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\right) - \hat{I}_n^{ind.\prime} - i\hat{I}_n^{ind.} \qquad (5.30)$$

という式ができる。ここで数値計算を行うため、有限差分近似を用いる。有限差分近似とはとある関数 f(x)の微分の定義式$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a} = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$において h を有限にして近似を行うものである。これを電圧を表す関数$\hat{V_n}(\theta)$に用いる。まず独立変数 θ を離散化して格子点を作る。m 番目の格子点θ_mの時の電圧の値を$\hat{V}_n^m(\theta)$とする。この時等間隔で格子が形成されているとすると格子点同士の間隔は Δθ であらわすことができる。$\theta = \theta_m$の点の周り

で$\hat{V}_n^{m+1}(\theta)$と$\hat{V}_n^{m-1}(\theta)$をテイラー展開する。

$$\begin{aligned}\hat{V}_n^{m+1}(\theta) &= \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m+1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} \\ &= \hat{V}_n^{m}(\theta) + \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} \qquad (5.31)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{V}_n^{m-1}(\theta) &= \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m-1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} \\ &= \hat{V}_n^{m}(\theta) - \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} \qquad (5.32)\end{aligned}$$

(5.31),(5.32)の式の差をとると、

$$\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) - \hat{V}_n^{m-1}(\theta)}{2\Delta\theta} \qquad (5.33)$$

これらの式の和をとると、

$$\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) + \hat{V}_n^{m-1}(\theta) - 2\hat{V}_n^{m}(\theta)}{(\Delta\theta)^2} \qquad (5.34)$$

となるので、代入して整理すると、

$$\begin{aligned}\hat{V}_n^{m+1} &= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{V}_{n-1}^{m} \\ \hat{V}_n^{m} \\ \hat{V}_{n+1}^{m} \\ \hat{V}_n^{m-1} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\hat{I}_n^{m-1\,ind.} \\ -\hat{I}_n^{m\,ind.} \\ -\hat{I}_n^{m+1\,ind.} \end{pmatrix} \qquad (5.35)\end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)} \qquad b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)}$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2}-i\frac{1}{Q_{0n}}+2\delta_n}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)} \qquad b_2 = \frac{i}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)} \qquad b_3 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)-\frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2}+\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i+\frac{1}{Q_{0n}}\right)} \qquad (5.36)$$

という式を求めることができる。この式をすべての空洞に適用すると、キャビティー電圧の時間発展が計算できる。

5-1-2　カプラーセルの電圧計算

カプラーセルには導波管がつながっているため、RF による電流（①）と空洞と導波管の結合（②）を考慮した等価回路モデルを利用する。図はそのカプラーセルの等価回路モデルを表したものである。

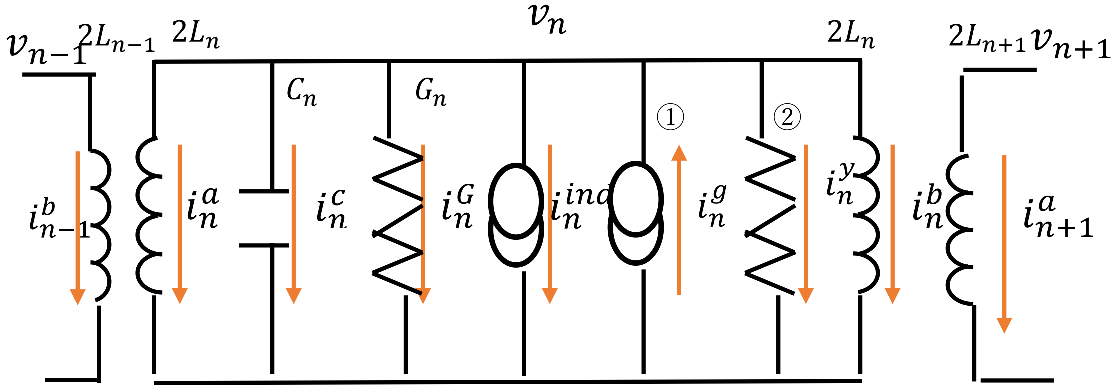

図 5.3　カプラーセルの等価回路モデル

基本的には、レギュラーセルの等価回路にi_gとi_n^Yを追加した回路になっていて、解き方としてはレギュラーセルと同じになる。ただし Q 値は空洞と空洞外部の消費エネルギーの比を表した β（カップリングベータ）を用いて,

$$Q_{0n} \to \frac{Q_{0n}}{1+\beta} \qquad (5.37)$$

となり、ビームローディング電流には RF による電流が作用するので、

$$-i_n^{ind} \to i_g - i_n^{ind} \qquad (5.38)$$

となる。これらを用いてレギュラーセルと同様に計算を行うと,

$$\hat{V}_n^{m+1} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{V}_{n-1}^m \\ \hat{V}_n^m \\ \hat{V}_{n+1}^m \\ \hat{V}_n^{m-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1\, ind.} \\ \hat{I}_g^m - \hat{I}_n^{m\, ind.} \\ \hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1\, ind.} \end{pmatrix} \qquad (5.39)$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \qquad b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)}$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2} - i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}} + 2\delta_n}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \qquad b_2 = \frac{i}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \qquad b_3 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right) - \frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \qquad (5.40)$$

(5.35),(5.40)から各セルごとの電圧を求めることができるので、各格子点ごとにすべてのセルの電圧の和をとることで、その時間の APS 空洞全体の電圧を求めることができる。

5-2　APS 空洞における位相変調方法

実際に APS 空洞に位相変調をかけるときは、カプラーセルにつながった導波管から位相変調をかけた RF を送り込む。図 5.4、図 5.5 は位相変調前と後のカプラーセル内の電流を表した図でI_{RF}は位相変調前の RF 電流の値、I_{RF}'は位相変調後の RF 電流の値、I_{beam}はビーム電流である。

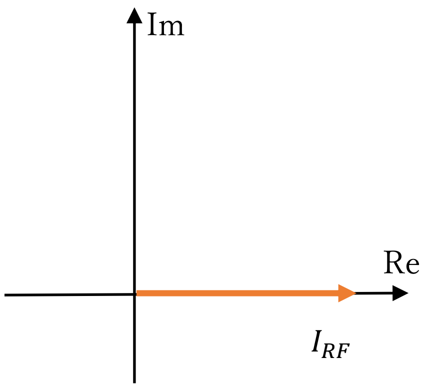

図 5.4　位相変調前のカプラーセル内の電流を表した図

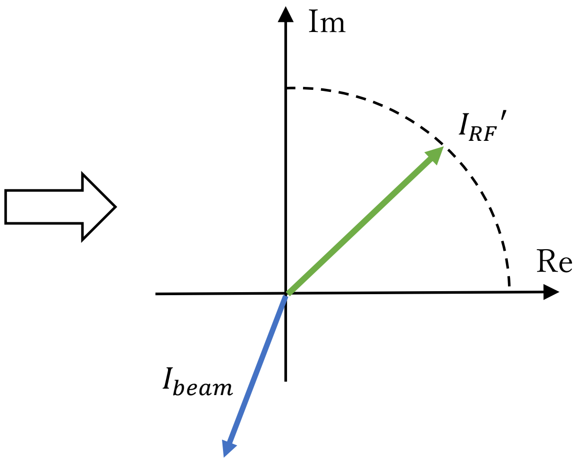

図 5.5　位相変調後のカプラーセル内の電流を表した図

ビーム電流を流し始める時間および位相変調をかけ始める時間をt_bとして、t_b前と後に導波管から流す電流を式であらわすと

$$I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I'_{RF} & (t > t_b) \end{cases} \qquad (5.41)$$

のようになる。しかし実際カプラーセルに送り込まれる電流は(5.41)のように階段関数で変化するわけではない。実際の大パワーの RF は、発振器で生成した小振幅の RF 信号を、クライストロンと呼ばれる共振構造を有した三極真空管により増幅した後、導波管を通して加速管に送り込まれる。大パワーの RF の位相変調をかけることは困難であるから、位相変調は発振器からの小振幅の信号にたいして行う。クライストロンが共振構造となっていることから、実際に加速管に送り込まれる RF の位相変調は、クライストロンの時定数だけおくれて発生する。クライストロンに生じる位相変調の時間変化を 4-1 の単セルモデルを利用して求める。
図 5-7 の①、②は、クライストロンに送り込む RF 信号への位相変調を表す。導波管に流れ込む電流の

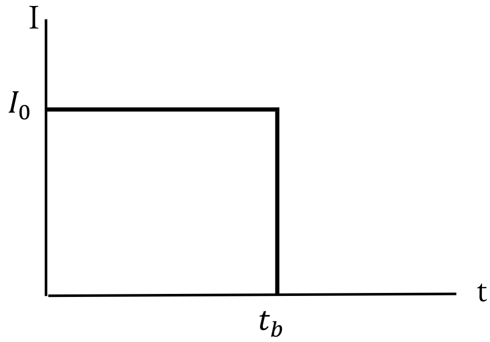

図 5-7 ①：$t < t_b$の時に導波管に流れ込む電流の図

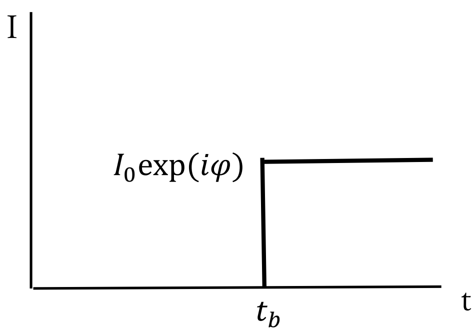

図 5-7 ②：$t > t_b$の時に導波管に流れ込む電流の図

クライストロンの出力は空洞の電圧に比例する。クライストロンの空洞への入力電圧をV_{in}、空洞の電圧を Vとすると

$$\tau \frac{\mathrm{dV}}{dt} = -V + \alpha V_{in} \qquad (4.5)$$

となる。この式の一般解は

$$V(t) = Bexp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \alpha V_{in} \quad (B\text{: 定数}) \qquad (5.42)$$

となる。ここで図 5-7 の①と②で場合分けを行う。

①

（ⅰ）$t < t_b$ 、　$V(0) = 0$　、$\alpha V_{in} = A\big(1 - u(t - t_b)\big)$
入力電圧V_{in}は$t = t_b$のときに 0 になるため階段関数$u(t - t_b)$を用いると上記の式になる。この条件を一般解に当てはめると、

$$V(t) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\tau}}\right) \qquad (5.43)$$

という解になる。

（ⅱ）$t > t_b$ 、　$V(t_b) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t_b}}{\tau}}\right)$　、$\alpha V_{in} = A\big(1 - u(t - t_b)\big)$

（ⅰ）より$t = t_b$の時の電圧の値は$V_0(t_b) = A(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t_b}}{\tau}})$となるためその条件を一般解に当てはめると、

$$V(t) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t_b}}{\tau}}\right)\mathrm{e}^{--\frac{\mathrm{t-t_b}}{\tau}} = V_{tb}e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} \qquad (5.44)$$

という解になる。

②　$t > t_b$　$V(t_b) = 0$　$\alpha V_{in} = A'\ u(t - t_b)$
A'は $t > t_b$の時に送り込まれる電圧を表す。この条件を一般解に当てはめると、

$$V(t) = A'\left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) \qquad (5.45)$$

(5.43),(5.44),(5.45)より導波管内部の電圧は

$$t < t_b \qquad V(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad (5.46)$$

$$t > t_b \qquad V(t) = V_{tb}e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} + A'\left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) \qquad (5.47)$$

電流は電圧ひ比例するから、APS 空洞に流れる電流は、

$$I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I_{RF}e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} + I'_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) & (t > t_b) \end{cases} \qquad (5.48)$$

5- 3 では(5.41)の場合と(5,48)の場合でビームローディング補償の比較を行う。

またここで位相変調をかける時間t_bはI'_{RF}の実数部であるI_{RF1}を入れた時の定常電圧V_cを求めたのち、I_{RF}を入れた時に電圧がV_cになる時間をt_bとることにより決まる。その時間をt_bとすれば RF の電流をI_{RF}からI_{RF1}に切り替えても電圧の増加量は 0 になるからである。今回求められた時間は$t_b = 1.3525(\mu s)$となった。

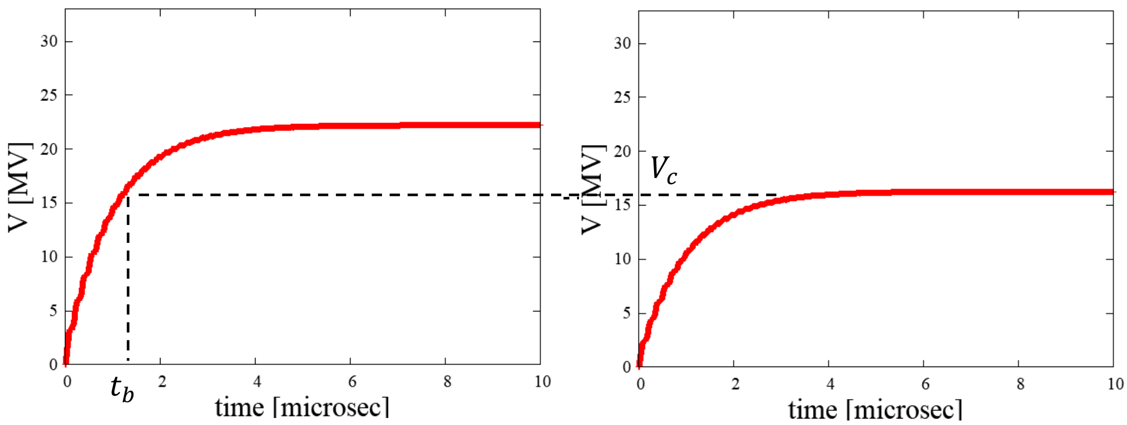

図 5-8　　左：I_{RF}を入れた時の電圧のグラフ

右：I_{RF1}を入れた時の電圧のグラフ

5-3　結果

上記で述べた方法で実際に位相変調をかけた場合の APS 空洞の電圧の結果を比較するまえに、カプラーセル、レギュラーセル、結合セルのそれぞれで流れる電流を記していく。また今回はビーム電流の位相差を$\pi/6$として計算している。

①　結合セル

結合セルには RF 入力がないためビーム入力前は、結合セルの電流は 0 になる。ビーム入力後の電流は(5.19)式の値になりそこに位相差をかけている。APS 空洞は$\pi/2$モードなので、隣り合うセルとの位相差が$\pi/2$となっている。$\pi/6$は RF 電流との位相差である.

$$I = \begin{cases} 0 & (t < t_b) \\ I_{beam}\left(= -\sqrt{\frac{x}{\omega}}exp\left(i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi(n-11)}{2}\right)\right)\right) & (t > t_b) \end{cases} \tag{5.49}$$

（シャントインピーダンス$x = 29.6$　　$Q_0 = 9.1 \times 10^5$　　$\omega = 2 \times \pi \times 1.3 \times 10^9$）

② レギュラーセル

レギュラーセルの電流の式は結合セルと同じになる。

$$I =$$

$$\begin{cases} 0 & (t < t_b) \\ I_{beam}(= -\sqrt{\frac{x}{\omega}} exp\left(i\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi(n-11)}{2}\right)\right)) & (t > t_b) \end{cases} \quad (5.50)$$

（シャントインピーダンス$x = 141.1$　　$Q_0 = 2.5 \times 10^4$　　$\omega = 2 \times \pi \times 1.3 \times 10^9$ ）

③　カプラーセル

図 5-1 より$t < t_b$のときにカプラーセルに流れる電流は$I = I_{RF}$になる。そのI_{RF}を求める際にカプラーセルが共振状態のとき図 5-5 のようにあらわされることを利用する。

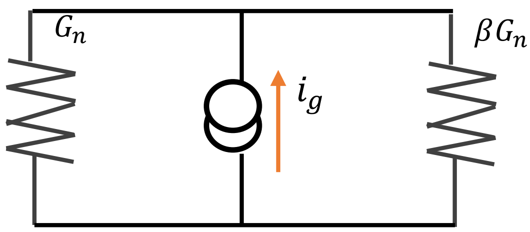

図 5-9 共振状態でのカプラーセルのモデル

図 5－5 より合成コンダクタンスは、

$$G'_n = \beta G_n + G_n = (1 + \beta)G_n \quad (5.51)$$

となる。またI_{RF}による消費パワー（加速菅への入力パワー）P は、

$$P = \frac{\left(i_{RF}/2\right)^2}{G'_n} \quad (5.52)$$

となる。この時電流は実効値で考えるため 2 で割っている。式よりI_{RF}の値を求めることができ、規格化した値が式になる。

$$I =$$

$$\begin{cases} I_{RF} = 2\sqrt{\frac{x}{\omega}}\sqrt{PG_n'} & (t < t_b) \\ I_{RF}' - I_{beam} = \left(I_{RF}' - \sqrt{\frac{x}{\omega}}\exp i\left(\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi(n-11)}{2}\right)\right)\right) & (t > t_b) \end{cases} \quad (5.53)$$

（シャントインピーダンス$x = 141.1$　　$Q_0 = 2.5 \times 10^4$　　$\omega = 2 \times \pi \times 1.3 \times 10^9$ ）

以上求めた電流の式を使い、(5.35),(5.39)の式から電圧を求めていく。また(5.41)と(5.48)式の場合で位相変調にどれだけの影響を及ぼすのかを比較していく。図であらわしている電圧の値は各セルの電圧をすべて足し合した値を 1 ns ごとにプロットしたものである。また電圧の値は$\sqrt{\omega x}$　$(\omega = 2 \times \pi \times 1.3 \times 10^9, x = 141.1)$　をかけて、規格化を行っている。

① $I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I_{RF}' & (t > t_b) \end{cases}$

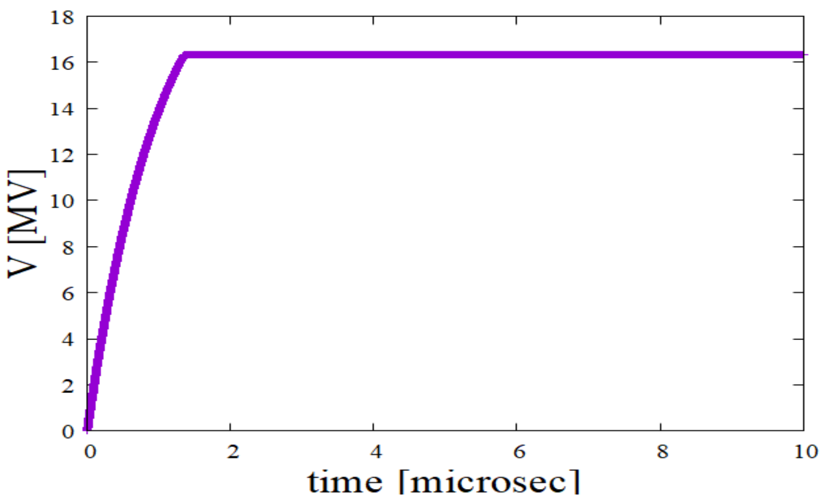

図 5-10 ①の条件の時の各セルの電圧の実数部の和を 0. 1 ns ごとにプロットしたグラ

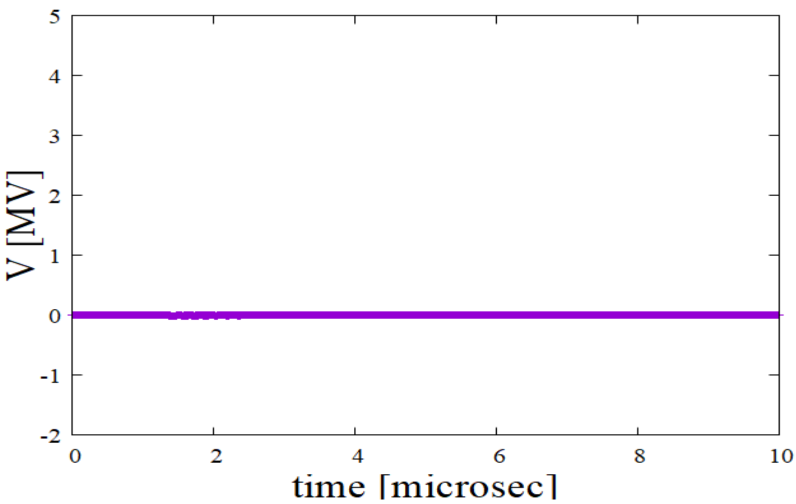

図 5-11 ①の条件の時の各セルの電圧の虚数部の和を 0.1ns ごとにプロットしたグ

② $I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I_{RF} e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} + I'_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) & (t > t_b) \end{cases}$

ここで(4.4)より、導波管の Q 値をQ_0とすると、時定数$\tau = \frac{2Q_0}{(1+\beta)\omega}$となる。$Q_0 = 2000$として計算を行った。

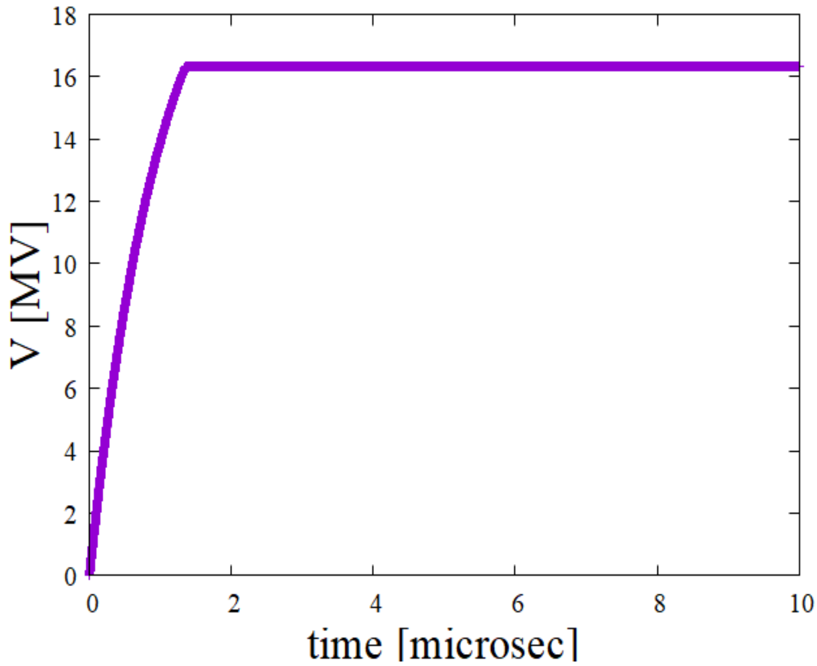

図 5-1… …トしたグラ

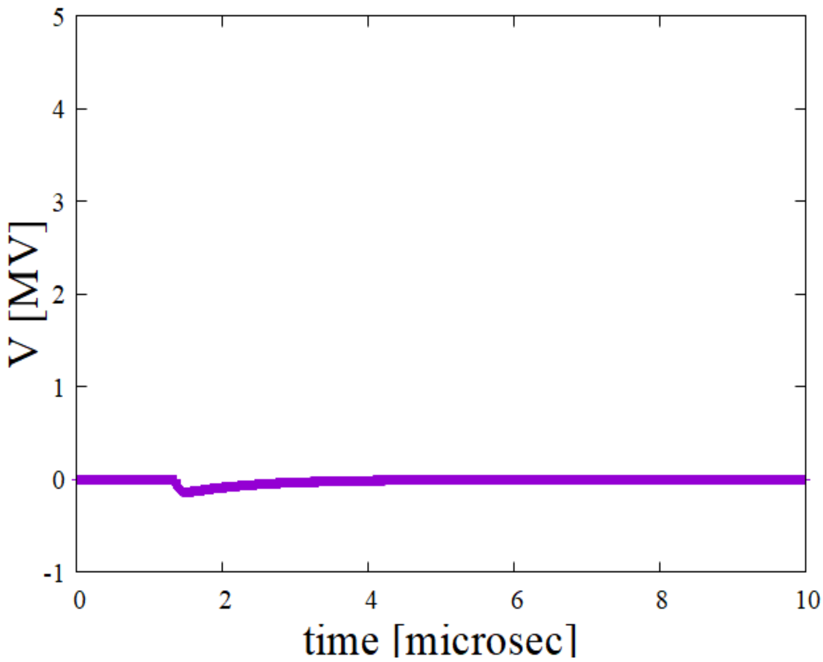

図 5-13 ②の条件の時の各セルの電圧の虚数部の和を 1 ns ごとにプロットしたグラフ

図 5-10,5-11 から①の条件の時は虚数部がうまく打ち消され、位相変調がうまくできていることがわかる。しかし図 5-13 を見ると虚数成分をしっかりと打ち消すことができていない。範囲を拡大してみると最大で約 0.15MV の虚数成分が発生している。次に RF 電圧のみの場合と、ビーム電圧のみの場合で比較していく。

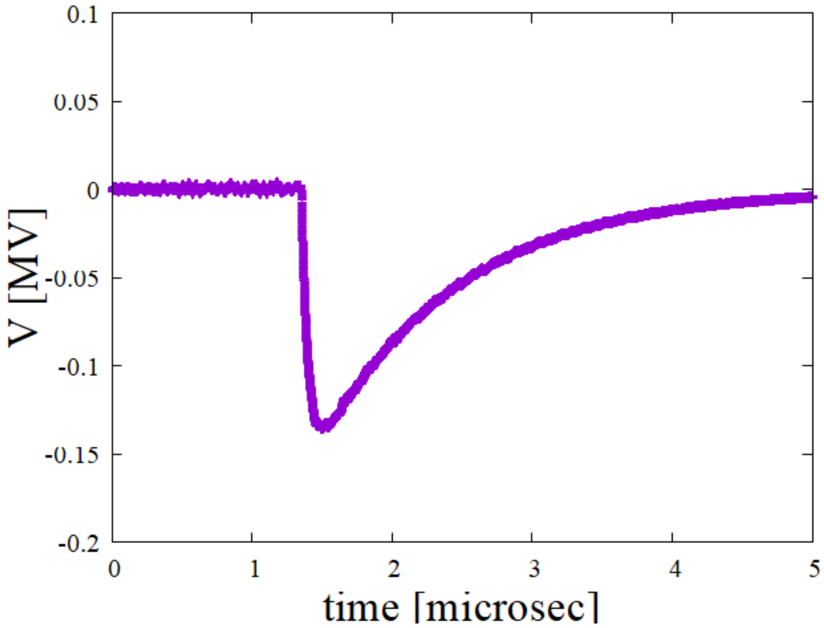

図 5-14 図 5-13 の範囲を拡大した図

条件①

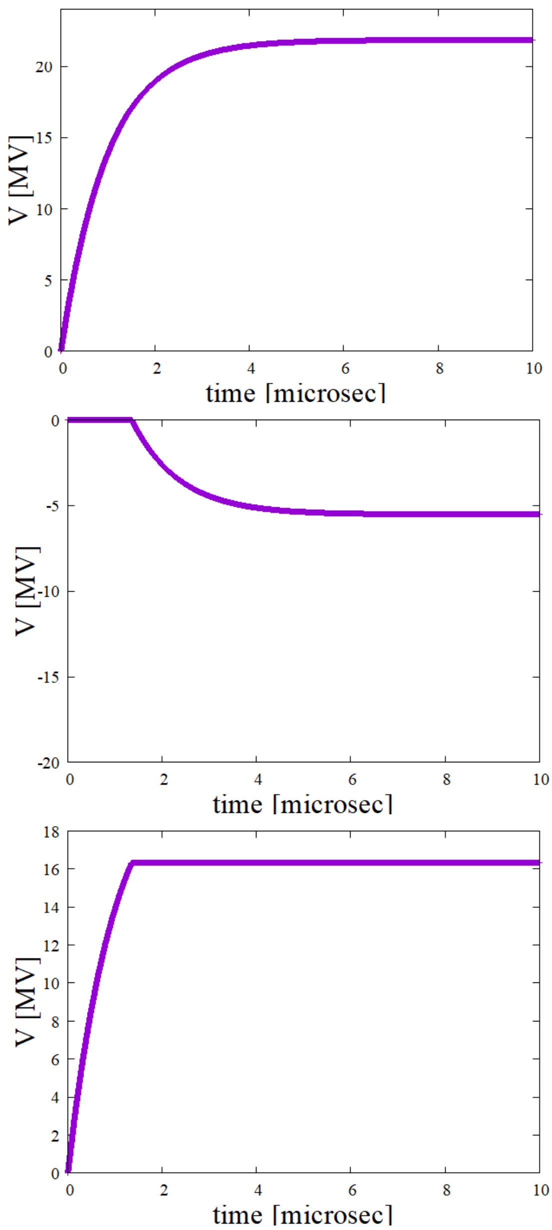

図 5-12 条件①の時の電圧の実数部を比較した図。上のグラフが RF 電流のみを流した時の電圧、真ん中がビーム電流のみを流した時の電圧、下がそれらを合わせた電圧のグラフである。

条件②

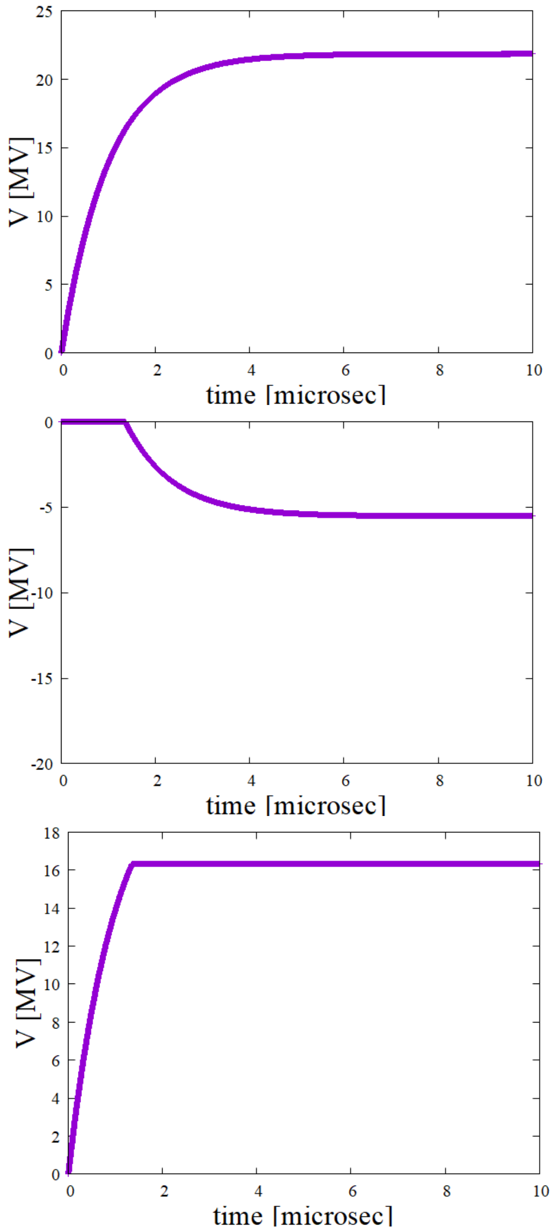

図 5-13 条件②の時の電圧の実数部を比較した図。上のグラフが RF 電流のみを流した時の電圧、真ん中がビーム電流のみを流した時の電圧、下がそれらを合わせた電圧のグラフである。

条件①

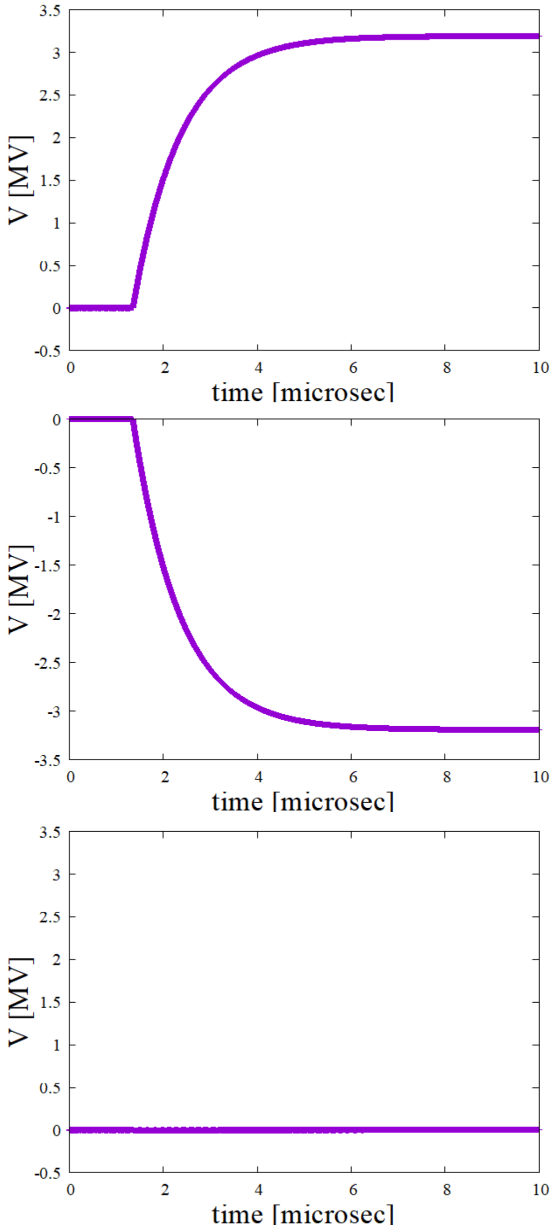

図 5-14 条件①の時の電圧の虚数部を比較した図。上のグラフが RF 電流のみを流した時の電圧、真ん中がビーム電流のみを流した時の電圧、下がそれらを合わせた電圧のグラフである。

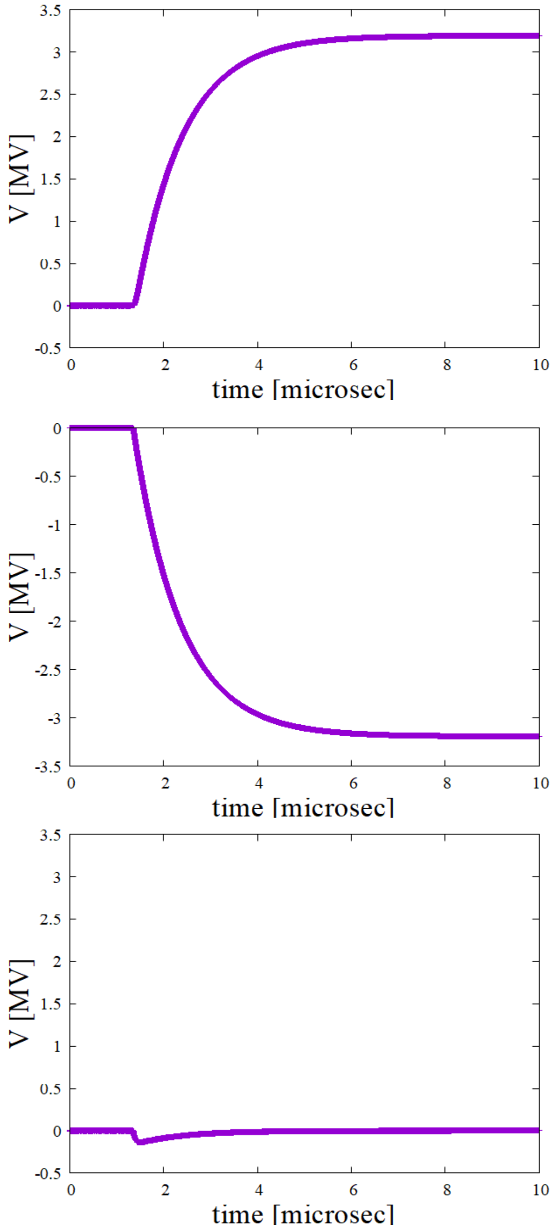

図 5-15 条件②の時の電圧の虚数部を比較した図。上のグラフが RF 電流のみを流した時の電圧、真ん中がビーム電流のみを流した時の電圧、下がそれらを合わせた電圧のグラフである。

また②の条件の時虚数成分だけでなくビーム入力直後の実数成分の電圧にも影響が出ていることがわかる。

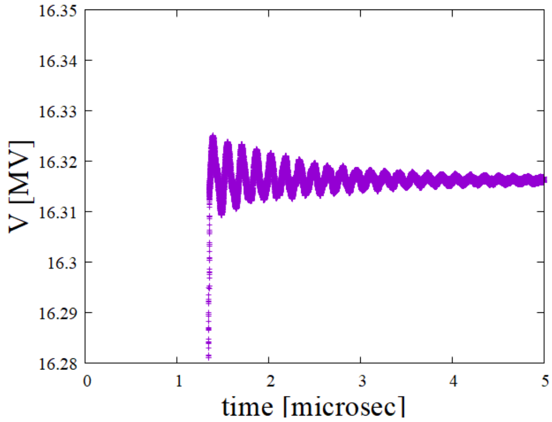

図 5-16　5-10 の拡大図

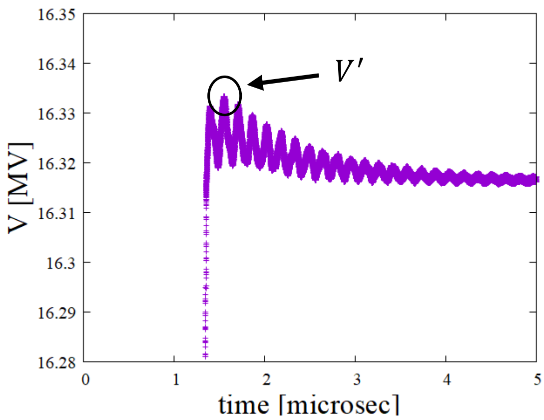

図 5-17　5-12 の拡大図

そこで電圧の実数部への影響と Q 値との関係を調べるために$\Delta V = V' - V_0$として縦軸$\Delta V(kV)$、横軸 Q のグラフを示す。V'は電圧の最大値、V_0は電圧の定常状態とした。図 5-18 から Q 値が大きくなると電圧へ与える影響も大きくなることが分かった。

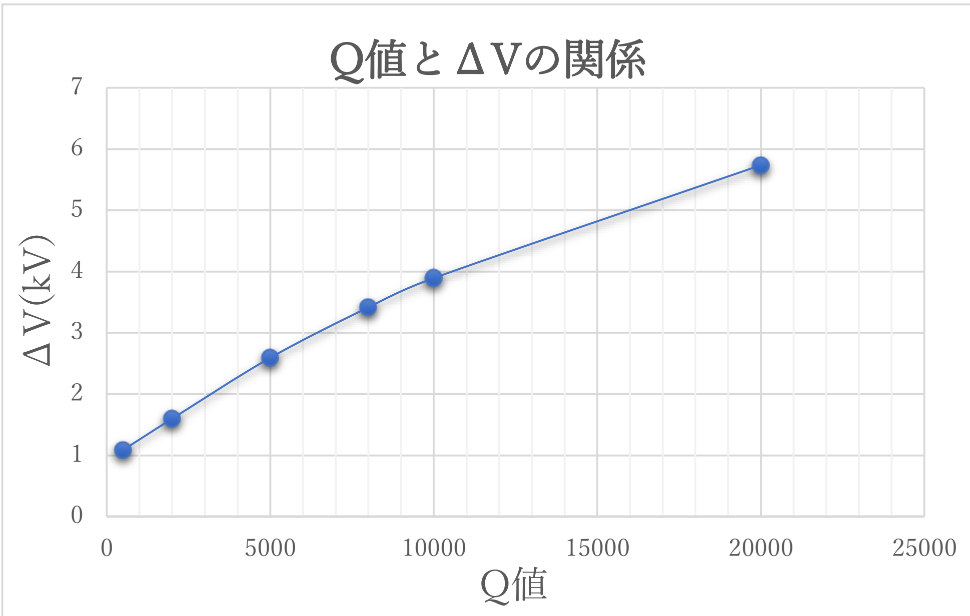

図 5-18 ΔVと Q 値との関係を表したグラフ Q 値が２００００程になるとΔVが約 6kV ほどになっている。

第六章　まとめ

本研究では、APS 空洞の等価回路モデルを使用しビームローディング補償の検討を行った。クライストロン入力に位相変調をかけた場合の出力変化を等価回路によるシングルセルモデルの方法で求め、APS 空洞への RF 入力電流に導入することで、より現実に近い状態でビームローディング補償について検討した。その結果、クライストロンの空洞の Q 値が 20000 程度との場合、電圧変動は 6kV 未満となり、空洞の加速電圧 16MV にくらべて無視できる程度であることが確認できた。また虚数部が表れ、位相変動が生じるが、その大きさもほぼ影響のないレベルである。実際のクライストロンの Q 値は 2000 前後であるから、その影響はほぼ無視できるほどの大きさである。今回は一つのビーム位相について検討したのみであったが、、加速位相を含むすべての位相について、より一般的な検討をおこなうことは次の課題である。

謝辞

本研究を行うにあたって、指導教員の栗木雅夫教授をはじめ、加速器物理学研究室の方は大変お世話になりました。使用したプログラムに関しては、同じ研究室の先輩である金野さんに非常に多くのご支援をいただきました。 この場を借りて感謝申し上げます。

参考文献

[1] ILC Technical Design Report , KEK Report 2013-1 (2013)
[2]栗木雅夫、“電子陽電子入射器”、OHO (2021)
[3]栗木雅夫、“Foundation of Electron Accelerator”、(2019)
[4]金野舜、“電子ビーム駆動式 ILC 陽電子源におけるキャプチャーライナックの空洞の設計と陽電子捕獲率の評価”、令和元年度広島大学卒業論文、(2019)
[5]名越久泰、“電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の設計研究”、平成三十年度広島大学修士論文、(2018)
[6] H. Nagoshi, et al.”A design of an electron driven positron source for the international linear collider”, Nucl. Instr. And Meth. A, Vol 953(11) (2020) 163134.
[7]T.Shintake,”Analysis of the transient response in periodic structures based on a coupled-resonator model”,(1999)