２０２１年度　修士論文

Alternate Periodic Structure 空洞による ILC 陽電子源の設計研究

広島大学大学院先進理工系科学研究科

量子物質科学プログラム

金野舜

指導教員 ： 栗木雅夫

２０２２年３月

目次

第 1 章　序論

国際リニアコライダー(International Linear Collider , ILC) [1]は、重心エネルギー250 GeV から 1 TeV の電子陽電子衝突型の線形加速器であり、ヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、超対称性粒子の発見などにより、超対称性やまだ我々の知らない対称性や自然の構造などを探る高エネルギー物理学のプロジェクトである。ILC はアジア、米州、欧州の研究機関が世界統一プロジェクトとして 10 年以上にわたり推進されているプロジェクトであり、現在、日本の岩手県の北上山地を建設候補地として、その実現が待ち望まれている。 ILC での陽電子生成方法の 1 つとして、高エネルギー電子を金属標的に入射して標的内で対生成反応を起こして陽電子を生成する、電子ビーム駆動方式が検討されている。電子ビーム駆動方式はこれまで多くの加速器において使用されてきた陽電子生成方式であり、技術的に成熟した一般的な方式である。しかし、ILC は線形加速器のため、一度入射したビームは再び使用することができず、常に電子または陽電子を供給し続けなければならないため、円型のコライダーに比べて、数桁多い大量の電子、陽電子が必要である。このため、金属標的の熱的破壊が危惧される。この熱的な破壊を防ぐため、入射した電子あたりの生成陽電子数（これを陽電子捕獲率と定義する）を高め、効率的に陽電子を生成する必要がある。これ

までの研究[2]から、陽電子捕獲率を高めるためには、金属標的直後に設置され、生成された陽電子を RF 加速可能な領域（RF バケツ）に集群し、同時にエネルギーを高めるためのキャプチャーライナックと呼ばれる初段の線形加速器を最適化することが重要なことがわかっている。具体的には、より高い加速勾配により生成した陽電子を集群し、さらに粒子が通過するアパーチャー（物理口径）をより広くとり、粒子損失を抑えることが効果的である。

本研究では、空洞のシャントインピーダンスが高く、アパーチャーも広くとれる Alternate Periodic Structure(APS)空洞を考え、その空洞設計とそれを用いた場合の陽電子捕獲についてシミュレーションにより評価した。また、電子ビーム駆動方式では陽電子のほかにも電子も生成されるため、キャプチャーライナックではビームによる減速場(ビームローディング)が生じ、さらにそのビームの位相が徐々に移動するという複雑な現象が起きる。ビームローディングによりバンチごとに受ける加速電圧が異なってしまい、バンチごとの陽電子捕獲率が変動してしまう。バンチごとの陽電子捕獲率を一定に保つためにそのビームローディングの補償についても検討した。

第 2 章　国際リニアコライダー(ILC)

2.1　ILC

ILC で起きる反応は、素粒子である電子と陽電子の反応であり、始状態を明確に定義できる。このため、ILC の重心エネルギー250 GeV から 1 TeV において、高い精度でトップクォークなどの性質の詳細研究、超対称性粒子、ダークマターの候補である WIMP などの未発見の粒子の発見が期待できる。電子・陽電子コライダーでこのような高いエネルギー衝突反応を実現するには、従来の円形加速器によるコライダーではなく、線形加速器によるコライダーである必要がある。その理由は、円形加速器ではシンクロトロン放射によるエネルギー損失が非常に大きくなるからである。このエネルギー損失をE_{loss}とすると、

$$E_{loss} = \frac{e^2}{3\varepsilon_0}\frac{\beta^3\gamma^4}{\rho} \tag{2.1}$$

と表せる。ここでeは電子の素電荷、ε_0は真空の誘電率、βはローレンツβで電子の速度を光速で規格化したもの、γはローレンツγ(電子の全エネルギーを静止エネルギーで規格化したもの)、ρはビーム軌道の曲率半径である。(2.1)式より、エネルギー損失はγの 4 乗に比例しているので、エネルギーを大きくすると、エネルギー損失は発散する。これを小さくするためには曲率半径ρを大きくしなければいけないが、曲率半径をエネルギーの 4 乗に比例して大きくしなくてはな

らず、数百キロメーターを超える巨大加速器となり、建設費用、および電力も莫大となり、現実的ではない。線形加速器の場合は、原理的にシンクロトロン放射が無視できるので、建設費用や電力などは、エネルギーに対して文字通り線形である。すなわち、200GeV を超える重心系エネルギーで電子・陽電子衝突を実現できる唯一の現実的な解はリニアコライダーである。

1980 年代から 1990 年代にかけて、日本、アメリカ、ドイツ、ロシア、CERN など多くの国や機関がリニアコライダーの建設を計画した。2005 年にこれらの計画を一本化し、国際プロジェクトとして行う、ICFA(International Committee for Future Accelerator)が決定した。このようにして成立したプロジェクトが国際リニアコライダーILC である。

線形加速器によるコライダーの利点は上で述べたようにエネルギー損失がないことであるが、実現のためには克服すべきいくつかの課題がある。リニアコライダーでは、原理的に一度使用したビームは再び衝突に使うことができない。円形加速器の場合はビームが一つの軌道を何回も周回するため、供給すべきビームはその損失だけである。しかし、線形加速器の場合は、供給すべきビームと、衝突のために送り込まれるビームの量は等しく、円形加速器に比べて桁違いのビーム電流を供給しなくてはならない。そうなると陽電子を生成するための金属標的の破壊などが危惧されるので、それを防ぐために陽電子捕獲率を上げる

必要がでてくる。

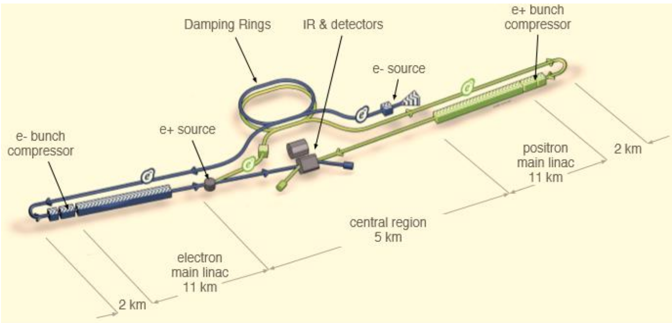


図 2.1　ILC の模式図[1]。

2.2　ILC 陽電子源

ILC の陽電子源ではアンジュレーター方式も検討されているが、まだ技術的成熟度が低いのが現実である。そのため、実用化実績があり技術的にも成熟した方式である電子ビーム駆動方式を採用する方針である。本研究では電子ビーム駆動方式の ILC 陽電子源について、そのさらなる性能向上のため、研究を行った。図 2.2 に電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の概要図を表す。数 GeV まで加速させた電子ビームを標的に入射し、電子と陽電子を発生させる。発生した粒子を収束させ、かつ加速可能な領域に捕捉するのがキャプチャーライナックである。キャプチャーライナック通過後は電子を除くためシケインと呼ばれる軌道を通過したのち、陽電子はブースター加速器に送られ、エネルギーを 5GeV まで高められる。 その後、エネルギー幅を抑制する ECS(Energy

Compressor Section)を通過し、Damping Ring に送り込まれる。以下、各部について詳細を説明する。

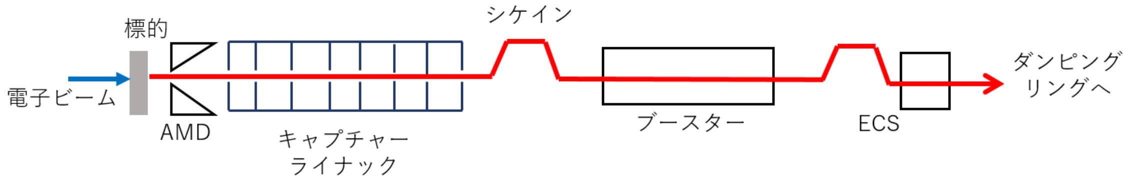


図 2.2　ILC 陽電子源の概要図。数 GeV に加速させた電子ビームを金属標的に打ち込み、生成された電子、陽電子はキャプチャーライナックで加速、集群される。シケインを通過することで電子を除去し、陽電子バンチの z 方向の広がりを抑制する。ブースターで約 5GeV まで加速され、ECS でエネルギー広がりを抑制し、ダンピングリングに送られる。

2.2.1　陽電子生成方法

陽電子とは電子の反物質で、正の電荷を持つ。そのほかの物理的性質はほぼ全て電子と同じである。現在の世界では物質と反物質の対称性は大きく破れているため、電子は光電効果によって得ることができるが、陽電子は光電効果によって得ることができない。原理的には、陽電子の生成方法としてβ^+崩壊を利用したものと対生成反応を利用したものの 2 つの方法が挙げられる[3]。

β^+崩壊とは、放射性原子核中で陽子が中性子、陽電子、ニュートリノの 3 つに崩壊する反応である。放射性物質は人工的に作り出すことが可能である。発生した陽電子をビームとして高周波加速するためには、高周波の周期程度には短いパルス状であるほうが都合がよい。一方、β^+崩壊は純粋な確率的反応であり、時間的に連続して陽電子を発生するので制御することが不可能である。そのた

め、パルス状のビームを生成することができない。また、崩壊が進むにつれ陽電子の強度が減少していくのでビーム密度を一定に保つのが困難である。

2つ目の方法は対生成反応による方法である。対生成反応とは高エネルギーガンマ線が原子核と運動量を交換し、電子と陽電子を生成する反応である。電子と陽電子の静止エネルギーは 0.51 MeV/c^2 なので対生成反応を起こすために必要なエネルギーは最低でも 1.022 MeV/c^2 である。その上、10 MeV 未満のエネルギーでは光電効果やコンプトン散乱のような対生成反応以外の反応が支配的となるため、効率よく対生成反応を起こすには 10 MeV 以上のエネルギーを持つガンマ線が必要である。高エネルギーガンマ線を発生させる方法としては 3 つ挙げられる。

1つ目の方法はアンジュレーター方式である。この方式は、100 GeV 以上の高エネルギーの電子ビームをアンジュレーターに通し、シンクロトロン放射によりガンマ線を得る方式である。アンジュレーターとは電子ビームに直交した磁場が周期的にその向きを変えるように配置したデバイスのことである。この磁場により電子ビームを蛇行させ、シンクロトロン放射によってガンマ線を生成する。ガンマ線のエネルギーは 10 MeV 程度のため、対生成反応により生成した電子と陽電子のエネルギーは 5MeV となる。荷電粒子は物質中で制動放射によりさらにガンマ線を発生させるが、そのエネルギーは 5MeV 以下となるので、

このようにして発生したガンマ線は対生成反応に寄与することはない。100GeVを超える電子ビームというのは、通常では容易に手に入れることはできないが、リニアコライダーでは125 GeVから500 GeV程度の電子ビームが得られるので、この衝突用ビームを用いて原理的にはガンマ線を生成することが可能である。

2つ目の方法はコンプトン散乱を用いるものである。通常のコンプトン散乱は静止した荷電粒子と光子の散乱であるが、ここでは荷電粒子が運動量を持っている場合を考える。そうすると、散乱された光子のエネルギーは初期の光子のエネルギーのγ^2倍となる。例えば、1 eVほどのレーザー光子(波長1 μm程度、固体レーザーで容易に得られる)と数GeVの電子のコンプトン散乱から数10 MeVのガンマ線が得られる。比較的低いエネルギーから数10 MeVのエネルギーのガンマ線を生成することが可能である。このガンマ線を物質中に入射することで、対生成反応により陽電子が得られる。しかし、コンプトン散乱の反応断面積が小さいため、大量の陽電子を生成するには、極めて強いパワーのレーザーが必要である。

3つ目は電子ビーム駆動方式である。高密度の物質に数100MeVから数GeV程度の電子ビームを入射して制動放射を生じさせる方法である。制動放射によってガンマ線が生成され、そのガンマ線が物質内ですぐに対生成反応を起こし、

電子と陽電子が生成される。この時点で電子および陽電子はまだエネルギーが高い状態であるから、さらに制動放射を起こし、高エネルギーのガンマ線を生成し、さらなる対生成反応がおこる。結果的に、高いエネルギーの電子ビームを物質内に入射すると、対生成や制動放射など様々な反応が連鎖的に起こり、一度に大量の電子と陽電子を生成できる。この一連の反応を電磁シャワーという。上で述べたように電子ビーム駆動方式は他の 2 つの方式に比べ 1 つの電子から生成される陽電子の数が多いため、従来の陽電子源の加速器全てに採用されている。

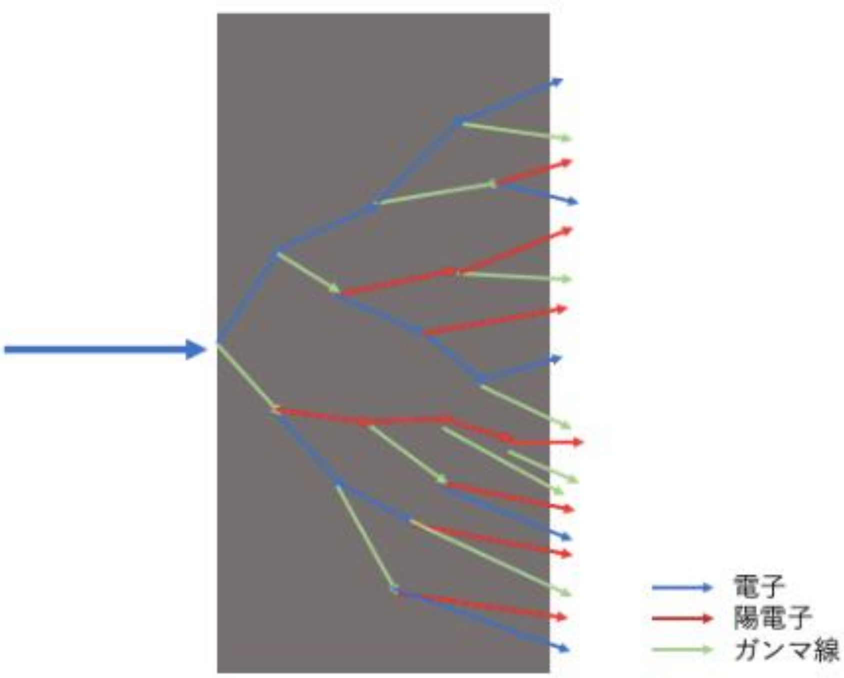


図 2.3 電子ビーム駆動方式における電磁シャワーの模式図。制動放射と対生成反応を繰り返して大量の陽電子を生成する。青色の矢印は電子、赤色の矢印は陽電子、緑色の矢印はガンマ線を表す。

2.2.2　電子銃と金属標的

　電子銃は S-band の光陰極 RF 電子銃である。光陰極 RF 電子銃とは、高周波空洞内でビームを光電効果により生成する装置で、発生した電子ビームは空洞内の高い電場で引き出され、数 MeV 程度まで加速される。100MV/m 程度の高い電場を作ることができるため、数 nC という大電荷を持つ短パルスビーム（バンチ長は 10ps 程度）が生成可能である。電子銃で生成された電子ビームは駆動電子線型加速器で 3 GeV まで加速され、金属標的に照射される。

標的はタングステン(W)にレニウム(Re)を 26 %混合した W-Re 標的である。これは 1990 年代にスタンフォード線形加速器センター(Stanford Linear Accelerator Center ,SLAC)で行われた世界初のリニアコライダーで使用されたものである。 電子ビームを金属標的に照射することで陽電子を生成する。金属標的で生成された陽電子は多重散乱の結果、ビームの進行方向に垂直な方向の運動量が大きくなってしまう。この状態でビームをドリフトさせると運動量の広がりが実空間に伝播してしまいビーム径が発散し、加速が困難になる。このため、発生した陽電子の横方向運動量を抑制する必要がある。

AMD(Adiabatic Matching Device)は、進行方向に磁場を生成する装置であるが、その磁場の大きさは標的近傍で大きく、それが連続的に低減するという形状である。陽電子はこの磁場によりらせん運動を行うが、磁場の変化が周回運

動にくらべてゆっくりならば、断熱不変量が存在し、磁場の減少に伴い横方向運動も低減していく[4]。

2.2.3　キャプチャーライナック

2.2.3.1　Alternate Periodic Structure(APS)空洞

APS 空洞の説明の前に、一般的な加速空洞について説明する。導波管を電磁波が伝播する際、角周波数の違いが伝播にどのように影響を与えるかを示したものが分散曲線と呼ばれるものである[5]。図 2.4 に分散曲線を示す。

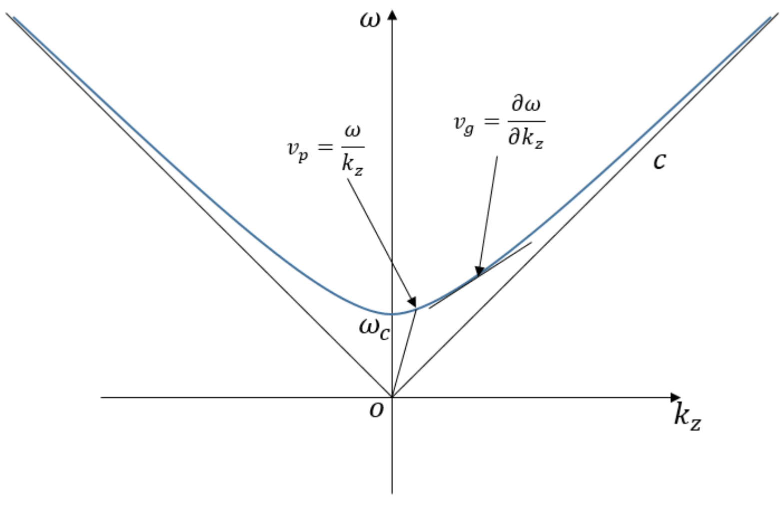


図 2.4　導波管を伝播する電磁波の分散曲線。横軸は波数、縦軸は角周波数。青い曲線が分散曲線であり、これの漸近線が光速となっている。原点と分散曲線を結んだ直線の傾きをv_pとし、これを位相速度、分散曲線の接線の傾きをv_gとし、これを群速度という。

図 2.4 において、横軸は波数、縦軸は角周波数である。ω_cはカットオフ周波

数である。青い曲線が分散曲線で、原点と分散曲線を結んだ直線の傾きv_pを位相速度といい、

$$v_p = \frac{\omega}{k_z} \tag{2.1}$$

と表される。位相速度とは、位相が一定の点が移動する速度であり、一般的な導波管において光速より大きい。分散曲線の接線の傾きv_gを群速度といい、

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \tag{2.2}$$

と表される。群速度とは、エネルギーが伝播する速度である。カットオフ周波数では群速度は 0 となり、エネルギーが伝送されない。

分散曲線より、常に位相速度が光速を上回るため、いかなる荷電粒子も同期ができない。この問題を解決するために最もよく使われている手段が、中心に穴の開いた金属の仕切り(ディスク)を管軸方向に周期的に挿入する方法である。このような構造の加速管をディスクロード型加速管と呼ぶ。図 2.5 にディスクロード型の概要図を示す。

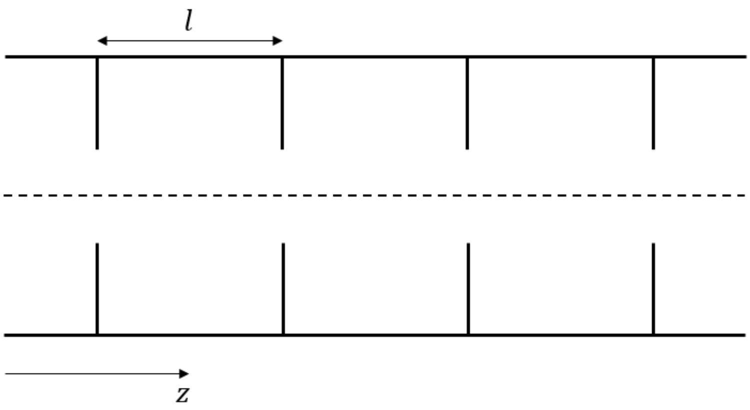


図 2.5　ディスクロード型加速管の概要図。周期的に穴のあるディスクを入れている。z軸方向に周期lでディスクが並んであり。点線はビームが通過する軸。

図 2.5 において、2 枚のディスクで仕切られた区間をセルと呼ぶ。この加速管に、ある周波数の電磁波を伝播させると位相速度の異なる電磁波が存在し、分散曲線が図 2.6 のようになる。

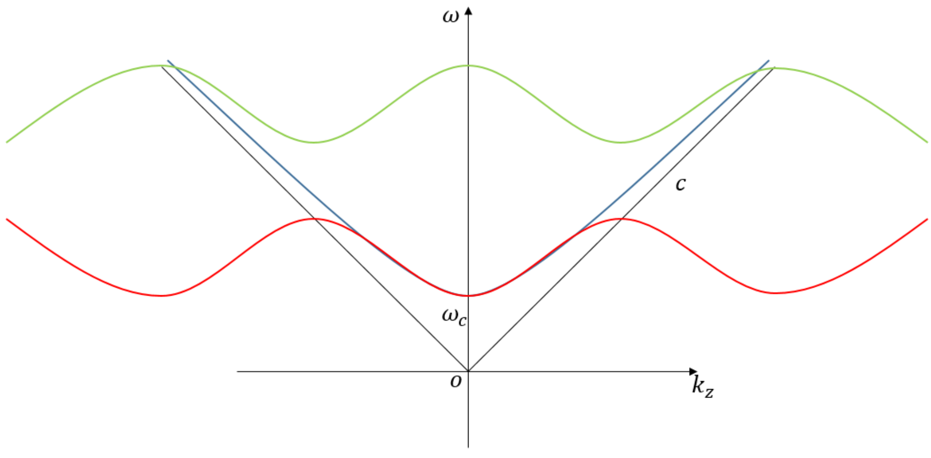


図 2.6　ディスクロード型加速管の分散曲線。ディスクロード型の場合、加速管に発生する電磁波が複数存在する。赤い曲線が基本周波数の分散曲線、緑の曲線が基本周波数より次数が高い周波数の分散曲線。これにより、位相速度が光速より小さい範囲が存在するので、ビームと同期可能になる。

図 2.6 はディスクロード型加速管の分散曲線である。加速管には複数の電磁波が存在するため、各電磁波の周波数による分散曲線が存在する。赤い曲線が基本周波数で緑が高次の周波数である。図 2.6 より、位相速度が光速より小さくなる範囲が存在するのでビームと同期が可能になる。また、加速管内部において、位相進みにより、各セルごとに異なるモードが生じる。セル間の位相進みは$^{\pi q}/_{N}$と表される。qは$q = 0,1,2,\cdots N$であり、Nはセル数である。例えば、$q = 0$とすると、位相進みは 0 となり、全てのセルで同じ位相の電場が発生する。これを 0 モードと呼ぶ。$q = N$となれば位相進みはπとなり、隣り合ったセルの位相差がπずれるので、セルごとに加速電場と減速電場が交互に発生する。これはπモードと呼ばれる。この位相進みによる分散曲線を示した図が図 2.7 である。πモードは最も加速効率が良いという事が知られているが、図より群速度が 0 となるので超伝導加速器でも 9 セルの加速管が限界である[6]。一方、$^{\pi}/_{2}$モードの場合、群速度は最大であるためセル数を増やした加速管が実現できる。しかし、$^{\pi}/_{2}$モードなので 1 セルおきに電場が 0 となるセルが存在してしまい、加速効率が良くない。そこで、πモードのように加速効率が良く、$^{\pi}/_{2}$モードのように群速度が最大になるように設計されたのが陪周期構造(biperiodic structure)であり、その代表例が APS 空洞である。APS 空洞は、図

2.8 に示されるように、電磁場のないセル(結合セルと呼ぶ)を短くし、電場が生じるセル(加速セルと呼ぶ)を長くした構造を持っている。これにより加速効率が向上する。

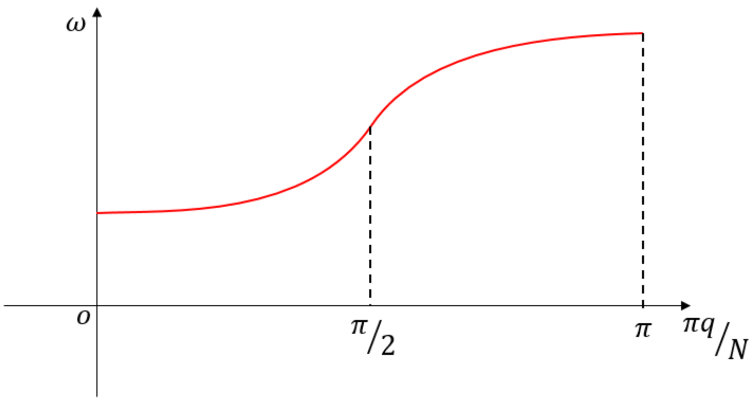


図 2.7　位相進みと分散曲線。位相進みがπのとき、群速度が 0 となってしまい、$\pi/2$の時は群速度が最大となる。

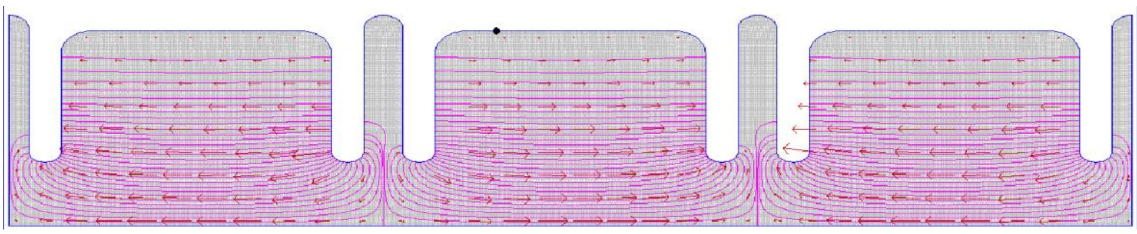


図 2.8　$\pi/2$ モードの APS 空洞。赤い線が電場ベクトルを表しており、電場が生じる長いセルが加速セル、電場が生じない短いセルが結合セル。

次に、APS 空洞の分散関係を求めるために、等価回路モデルを用いる。等価回路モデルとは、空洞の振る舞いを回路に見立てて解析するためのモデルであ

る。APS 空洞の等価回路を図 2.9 に示す[7]。

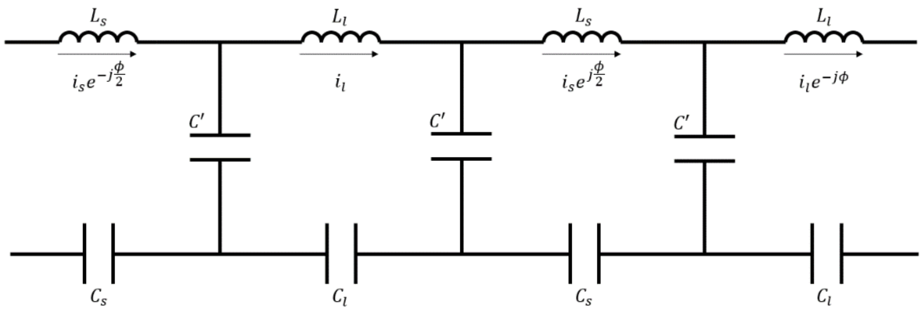


図 2.9　APS 空洞の等価回路。加速セルの添え字はl、結合セルの添え字はsとしている。電流の位相差が${}^{\phi}/_{2}$となっているのは各セルの形がz軸の反転に関して対称であるから。

図 2.9 は APS 空洞の等価回路である。L_sは結合セルのリアクタンス、L_lは加速セルのリアクタンス、C_sは結合セルのキャパシタンス、C_lは加速セルのキャパシタンスである。空洞の共振状態をリアクタンスとキャパシタンスで表している。C'はセル間の結合を表している。また、電流の位相差が${}^{\phi}/_{2}$となっているのは各セルの形がz軸の反転に関して対称であるからである。ここでは、虚数単位をjとしている。加速セルと結合セルそれぞれで回路方程式より、

$$-j\omega L_l i_l - \frac{1}{j\omega C'}\left(i_l - i_s e^{j\frac{\phi}{2}}\right) - \frac{1}{j\omega C_l} i_l + \frac{1}{j\omega C'}\left(i_s e^{-j\frac{\phi}{2}} - i_l\right) = 0 \qquad (2.3)$$

$$-j\omega L_s i_s e^{j\frac{\phi}{2}} - \frac{1}{j\omega C'}\left(i_s e^{j\frac{\phi}{2}} - i_l e^{j\phi}\right) - \frac{1}{j\omega C_s} i_s e^{j\frac{\phi}{2}} + \frac{1}{j\omega C'}\left(i_l - i_s e^{j\frac{\phi}{2}}\right) = 0 \qquad (2.4)$$

となる。$k_l \equiv {}^{2C_l}/_{C'}$および$k_s \equiv {}^{2C_s}/_{C'}$としてそれぞれの式を変形すると、

$$\frac{i_l}{i_s} = \frac{k_l \omega_l^2 \cos\frac{\phi}{2}}{-\omega^2 + \omega_l^2(1 + k_l)} \tag{2.5}$$

$$\frac{i_s}{i_l} = \frac{k_s \omega_s^2 \cos\frac{\phi}{2}}{-\omega^2 + \omega_s^2(1 + k_s)} \tag{2.6}$$

となる。ここで、$\omega_l = 1/\sqrt{L_l C_l}$および$\omega_s = 1/\sqrt{L_s C_s}$である。(2.5)式と(2.6)式を両辺かけると、

$$1 = \frac{k_l \omega_l^2 k_s \omega_s^2 \cos^2\frac{\phi}{2}}{\left(-\omega^2 + \omega_l^2(1 + k_l)\right)\left(-\omega^2 + \omega_s^2(1 + k_s)\right)} \tag{2.7}$$

$\Omega_l \equiv \omega_l\sqrt{1 + k_l}$、$\Omega_s \equiv \omega_s\sqrt{1 + k_s}$、$K \equiv \omega_l \omega_s \sqrt{k_l k_s}$とすると、

$$(\omega^2 - \Omega_l^2)(\omega^2 - \Omega_s^2) = K^2 \cos^2\frac{\phi}{2} \tag{2.8}$$

となり、分散式が得られる。これはωについての 4 次式なので分散曲線は 2 本 1 組の曲線からなる。つまり、加速セルと結合セルで異なる分散曲線が得られる。ここで、$\phi = \pi$とすると、

$$\Omega_l = \Omega_s \equiv \Omega_{confl} \tag{2.9}$$

となり、(2.8)式は、

$$\omega = \pm\sqrt{K \cos\frac{\phi}{2} + \Omega_{confl}^2} \tag{2.10}$$

となる。この(2.9)式は合流条件と呼ばれ、加速セルと結合セル別々の分散曲線が滑らかに結合し、ほかのモードに比べて群速度が最大となる。この時、群速度は、

$$\frac{\partial \omega}{\partial \phi} = \pm \frac{K}{4\Omega_{confl}} \tag{2.11}$$

と表される。

2.2.3.2　減速キャプチャー方式

標的で生成された粒子は AMD で横方向運動量を低減させるが、それでもまだその広がりは大きくなっており、z方向のローレンツβは 1 より小さくなっている。この状態だと粒子は RF に対して遅れてしまうため、粒子の位相は最初に乗っていた RF の位相より後ろにずれてしまう。これを phase slip という。この phase slip を回避することは不可能なので逆にうまく利用して粒子を加速させるのが減速キャプチャー方式である。減速キャプチャー方式について説明しているのが図 2.12 である。初めに粒子を RF の減速位相に乗せる。そうすれば phase slip により粒子の位相は RF の位相に対して遅れていき、徐々に加速位相に移動する。加速位相に乗れば粒子は加速されるのでz方向のローレンツβは大きくなり、やがて 1 に近づくと phase slip が起こらなくなる。また、電子と陽電子は電荷が逆なので電子にとっての加速位相は陽電子にとっては減速位相となる。つまり、電子が phase slip を起こさなくなる位相と陽電子が phase slip を起こさなくなる位相が異なるため、電子と陽電子が分離される。

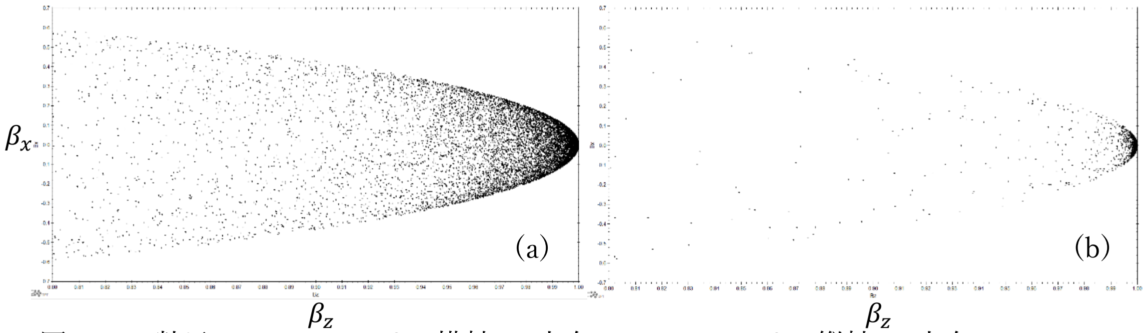


図 2.10　粒子のローレンツβ。横軸はz方向のローレンツβ、縦軸はx方向のローレンツβ。(a)は標的を出た直後、(b)はキャプチャーライナックでしばらく加速された後。(a)では多くの粒子で$\beta_z < 1$となっており、phase slip を起こしてしまうが、(b)では粒子が加速され、多くの粒子で$\beta_z \approx 1$となり、phase slip は起こさない。

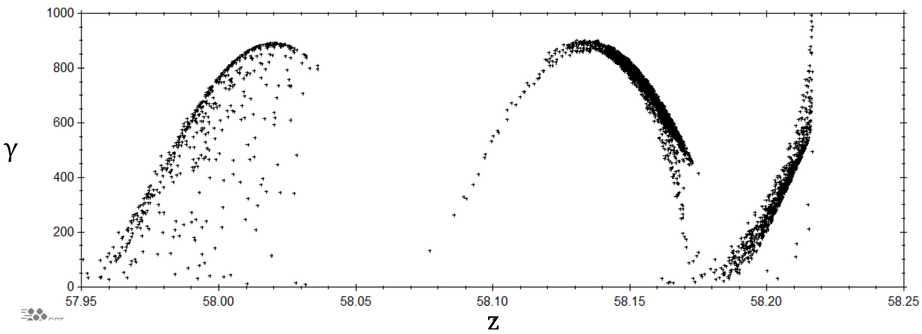


図 2.11　キャプチャーライナック出口での粒子の分布。横軸は標的からの距離、縦軸はローレンツγ。先頭のテールのようになっているのは電子、その後ろで RF カーブに沿って分布しているのが陽電子、さらにその後ろに電子となっており、電子と陽電子が分かれている。

このように、減速キャプチャー方式では RF より遅い粒子の加速に便利だが、そのデメリットもある。phase slip により粒子の位相が後ろにずれるが、ほとんどの粒子は RF のクレスト位相とは少しずれた位相にとどまる。そのため、RF とビームに位相差が生じてしまう。このように RF とビームに位相差がある場合を off-crest とよび、位相差がない場合を on-crest と呼ぶ。

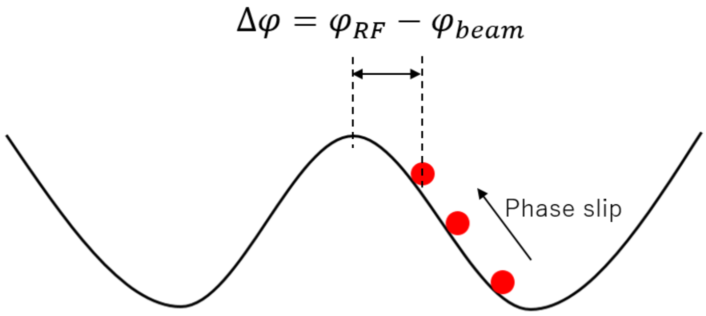


図 2.12　phase slip の概念図。初めに粒子を減速位相に乗せることで phase slip により粒子が乗る位相が後ろにずれていく。すると、徐々に加速位相に乗るので粒子のローレンツ β が 1 に近づきある位相にとどまる。この時、RF のクレスト位相とビームの位相に位相差が生じる。

2.2.3.3　ビームローディング

ビームローディングとは、ビームが通過することによって起こる様々な現象を指す。高周波空洞内をビームが通過する場合、ビームは加速あるいは減速され、それに伴い空洞内の電磁場が変化する。すなわち、空洞内の電磁場は入力パワーだけでは決まらず、空洞への入力とビームが及ぼす影響の 2 つにより決まるのである。

ビームローディングをより定量的に議論するために、ここでは加速空洞を単純化したシングルセルモデルを用いて考える。シングルセルモデルとは、複数のセルを 1 つのセルで代替するモデルである[8]。図 2.13 に、シングルセルモデルにおけるパワーのやり取りを示す。

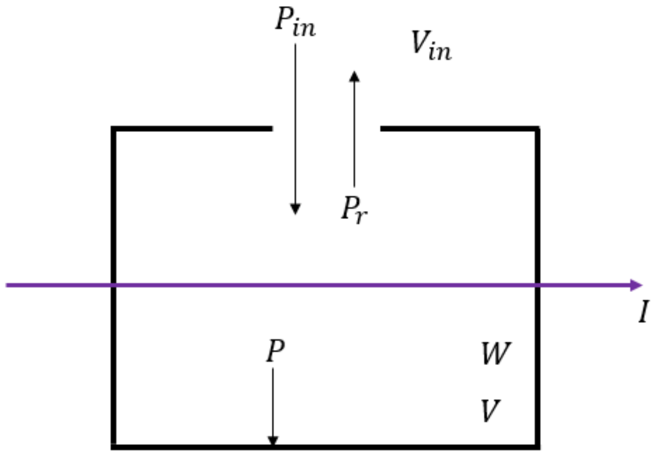


図 2.13　シングルセルモデル。入力パワーをP_{in}、反射されるパワーをP_r、空洞で消費されるパワーをP、空洞に蓄積されるエネルギーをW、空洞電圧をV、導波管の電圧をV_{in}、ビーム電流をIとする。

図 2.13 において、外部からの入力パワーP_{in}は空洞壁で反射されるパワーP_r、空洞壁で消費されるパワーP、蓄積されるエネルギーWになる。P_rは空洞外部と内部の境界条件より発生するものである。これらの関係を方程式で示すと、

$$\frac{dW}{dt} = P_{in} - P_r - P - IV \tag{2.12}$$

となる。この方程式を電圧表示する。パワーと電圧の関係は、空洞のコンダクタンスGを用いて、

$$P_{in} = \beta G V_{in}^2 \tag{2.13}$$
$$P_r = \beta G (V_{in} - V)^2 \tag{2.14}$$
$$P = GV^2 \tag{2.15}$$

となる。βはカップリングβと呼ばれるもので空洞内部と外部での消費パワーの比を表している。V_{in}は導波管(RF を入力するための管)の電圧でこの導波管が外部に相当する。また、蓄積エネルギーは Q 値を用いて以下のように表せる。

$$W=\frac{Q_0}{\omega}P=\frac{Q_0}{\omega}GV^2 \tag{2.16}$$

Q 値とは、空洞に蓄積されたエネルギーがどのくらい振動して減衰するかを表す値であり、Q 値が大きいほど空洞の性能は良いとされている。これらの式を用いて微分方程式を書き換えると、

$$2GV\frac{Q_0}{\omega}\frac{dV}{dt}=\beta GV_{in}^2-\beta G(V_{in}-V)^2-GV^2-IV \tag{2.17}$$

これを整理すると、

$$2\frac{Q_0}{\omega}\frac{dV}{dt}=2\beta V_{in}-(1+\beta)V-I \tag{2.18}$$

$$\tau\frac{dV}{dt}=\frac{2\beta}{1+\beta}V_{in}-V-\frac{I}{(1+\beta)G} \tag{2.19}$$

ここで、$\tau=\frac{2Q_0}{\omega(1+\beta)}$とした。まずは、ビームが通過していない状態を考える。$I=0$となるので、

$$\tau\frac{dV}{dt}=\frac{2\beta}{1+\beta}V_{in}-V \tag{2.20}$$

$t=t_0$で RF の入力を開始したとすると、この方程式の解は、

$$V(t)=\frac{2\beta}{1+\beta}V_{in}\left(1-e^{\frac{t-t_0}{\tau}}\right) \tag{2.21}$$

となる。V_{in}の部分を空洞のパラメーターを用いて表すと、Gは Q 値、$\left({}^{R}/_{Q}\right)$、単位長さあたりのシャントインピーダンスr_s、空洞の長さLを用いて、

$$G=\frac{1}{\left({}^{R}/_{Q}\right)Q_0}=\frac{1}{r_sL} \tag{2.22}$$

と書ける。$\left({}^{R}/_{Q}\right)$はシャントインピーダンスを Q 値で割った値であり、シャン

トインピーダンスとは、空洞に立つ加速電場を決定する値で、

$$r_s = \frac{1}{L}\frac{\left(\int \overrightarrow{E_0} \cdot d\vec{s}\right)^2}{P} \tag{2.23}$$

と書ける。ここで注意しなければいけないことがある。実際の加速電場は振動しており、時間によってその値が異なるがこのシャントインピーダンスは粒子が最大電場E_0を感じる場合の値となっている。実際に粒子が感じる電場は振動項を含めた、

$$E = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} E_0 \cos\left(\omega \frac{z}{\beta c}\right) dz \tag{2.24}$$

である。βは粒子のローレンツβである。カップリングβと同じ文字を使っているので注意しなければならない。この式を計算すると、

$$E = 2\frac{\beta c}{\omega L} E_0 \sin\left(\omega \frac{L/2}{\beta c}\right) \tag{2.25}$$

となり、この電場と最大電場E_0の比をとったものをTとすると、

$$T = \frac{\sin\left(\omega L/2\beta c\right)}{\omega L/2\beta c} \tag{2.26}$$

となる。このTをトランジットタイムファクター(走行時間係数)と呼ぶ。(2.26)式から、$T < 1$であり、この加速電場Eを粒子が感じるときのシャントインピーダンスをZTTと呼び、ZTTはシャントインピーダンスr_sにTをかけた値となる。

空洞電圧の計算に戻ると、(2.21)式は、

$$V(t)=\frac{2\sqrt{\beta P_{in}r_sL}}{1+\beta}\left(1-e^{\frac{t-t_0}{\tau}}\right) \tag{2.27}$$

となる。ここで、τは時定数である。この式から、シングルセルに RF を入力すると電圧は、時定数τで指数関数的に増加していき、ある値に漸近する。

次に、ビームも入力した場合を考える。これは(2.19)式において、$I\neq 0$とすればよく、同様に解いていくと、$t=t_b$でビームの入力を開始したとすると、

$$V(t)=\frac{2\sqrt{\beta P_{in}r_sL}}{1+\beta}\left(1-e^{\frac{t-t_0}{\tau}}\right)-\frac{r_sL}{1+\beta}I\left(1-e^{\frac{t-t_b}{\tau}}\right) \tag{2.28}$$

となる。この式より、ビームローディングの効果は右辺の第 2 項の加速電圧の減少として観測される。この式の特徴としては、RF もビームも同じ時定数で電圧が変化していくことである。この性質は第 5 章で述べる on-crest でのビームローディング補償に使える性質である。ここでビームローディング電流Iについて注意しておく。Iは空洞に電磁場を誘起する源となるものであるから、単なる電流ではなく、電流をフーリエ展開したときの空洞の固有振動数に相当する周波数の振幅である。その計算方法を示す。ある粒子が図 2.14 に示す 1 つのセルを通過する状況を考える。セルの入り口の座標をz_1、出口の座標をz_2、セルの長さをLとする。粒子がこのセルを通過することで感じる加速電圧は、

$$V(t)=\int_{z_1}^{z_2}E_0\cos(\omega t+\varphi)\,dz \tag{2.29}$$

となる。φは RF の初期位相である。粒子がセルの中央z_cを通過する時間をtとすると、

$$V(t) = \int_{t-L/_{2\beta c}}^{t+L/_{2\beta c}} E_0 \cos(\omega t + \varphi)\, \beta c dt \tag{2.30}$$

となる。これを積分するが、本研究ではセルの長さを RF の半波長としている

ため、$\omega \frac{L/_2}{c} = \omega \frac{\lambda/_4}{c} = \frac{\pi}{2}$となる。よって、

$$V(t) = \frac{\beta c}{\omega} E_0 \left[\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2\beta}\right) - \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2\beta}\right)\right] \tag{2.31}$$

となる。これを整理すると、

$$V(t) = 2\frac{\beta c}{\omega} E_0 \sin\frac{\pi}{2\beta} \cos(\omega t + \varphi) \tag{2.32}$$

となる。この時の位相$\omega t + \varphi$が粒子に対数 RF の相対位相となっている。

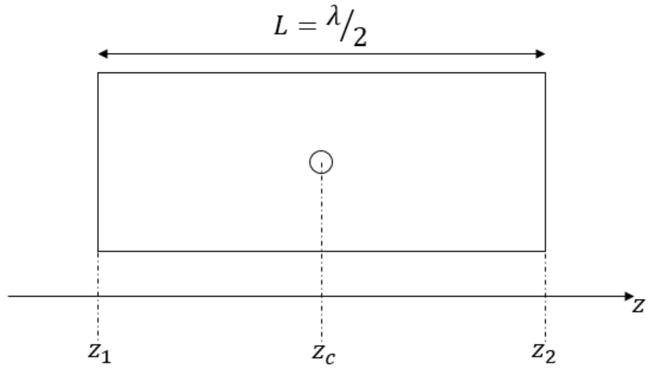


図 2.14　セルの概要図。z_1がセルの入り口の座標、z_2がセルの出口の座標、z_cがセルの中央の座標。セル長をLとし、RF の半波長に相当する。

さらに、粒子は図 2.15 のような、ある位相を持った波としてビームローディング電流を作る。粒子がある場所に作るビームローディング電流はその 2 点間の位相差を考慮しなければならない。また、空洞に生じるビームローディング

電流の値は個々の粒子が作るビームローディング電流の和で表される。これらを踏まえて、ビームローディング電流は、

$$I(z,t) = \sum_i \frac{q_i}{\Delta t}\cos\left(\omega\frac{z - z_i}{\beta c}\right)\cos(\omega t + \varphi) \tag{2.33}$$

と書ける。これはある時間tに、ある座標zに生じるビームローディング電流である。

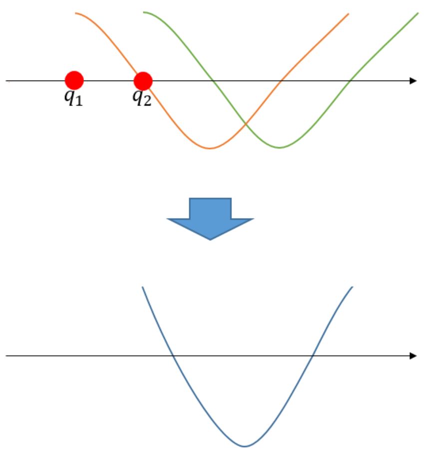


図 2.15　ビームローディング電流の概念図。ここでは 2 つの粒子で考える。電荷がq_1の粒子が作るビームローディング電流が橙色の波、電荷がq_2の粒子が作るビームローディング電流が緑色の波である。空洞に生じるビームローディング電流は全ての粒子が作るビームローディング電流の和となるので、この 2 つの波を合成したものが紫の波となる。

2.2.4　シケイン

キャプチャーライナックを通過したのち、粒子はシケインを通ってブースターに送り込まれる。シケインは 4 つの偏向磁石からなり、図 2.16 にその概要

図を示す。偏向磁石(Bending Magnet, BM)を通過することで電子は陽電子と逆側に曲げられるため、除去される。また、シケイン中央にコリメーターを設置しており、ここでエネルギーが大きくずれた陽電子を取り除いている。

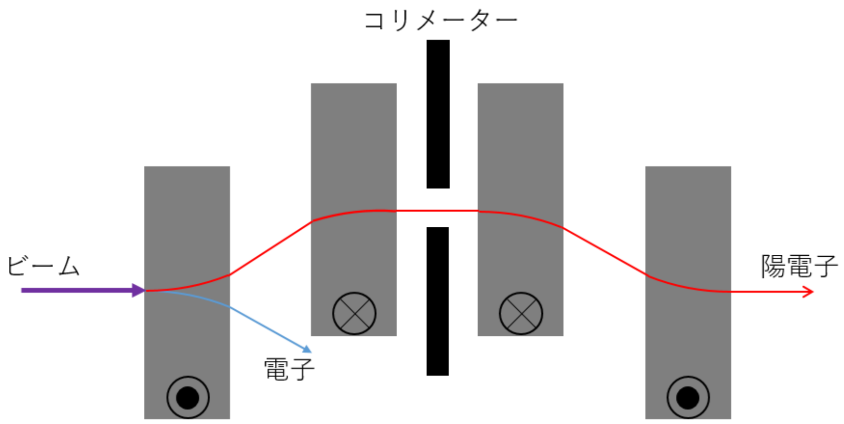


図 2.16　シケインの概念図。4 つの BM から構成される。電子と陽電子は電荷が逆のため、電子を取り除くことができる。2 つ目と 3 つ目の BM の間にコリメーターを設置しており、ここでエネルギーが大きくずれた陽電子をカットしている。

キャプチャーライナックで集群、加速された陽電子は RF のカーブに沿って分布しており、バンチ内でも陽電子のエネルギーは異なっている。磁場中で陽電子は曲げられるがその曲率半径ρと陽電子のエネルギーpの関係は、

$$\rho = \frac{p}{qB} \tag{2.34}$$

となる。qは陽電子の電荷で、Bは磁場である。この式より、エネルギーが高い粒子は曲率半径が大きくなり、エネルギーが低い粒子は曲率半径が小さくなる。これにより陽電子の軌道は図 2.17 のようにエネルギーが高い陽電子は短

く、低い陽電子は長くなる。その結果、シケイン通過後にはエネルギーが高い陽電子はバンチの前方に、低い陽電子は後方に移動し、バンチのz方向の広がりが小さくなる。この効果を momentum compaction という。momentum compaction はR_{56}と表され、

$$R_{56} = 2\theta^2 \left(L + \frac{2}{3} L_B \right) \tag{2.35}$$

と書ける。θは BM の偏向角、Lは BM の長さ、L_Bは BM 間の距離である。

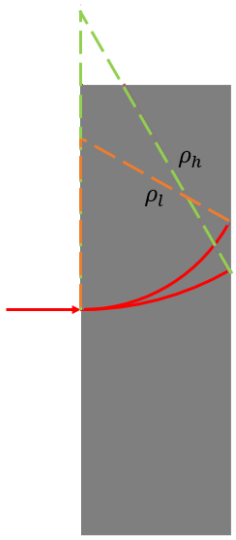


図 2.17　momentum compaction の様子。ρ_hはエネルギーが高い陽電子の曲率半径、ρ_lはエネルギーが低い陽電子の曲率半径。曲率半径が大きいと BM 中を通過する軌道が短くなり、その陽電子はバンチ前方へ移動する。

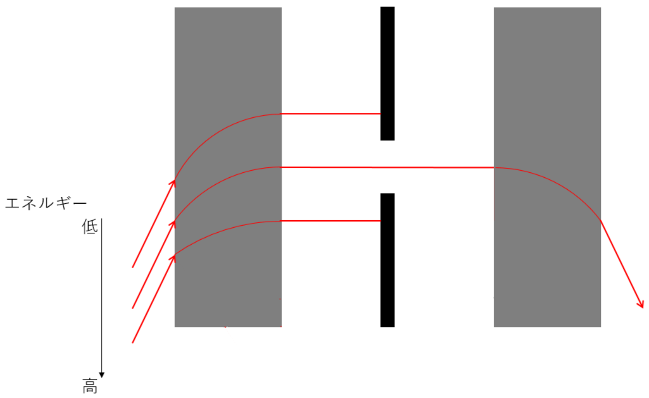


図 2.18　コリメーターでの陽電子のカットの様子。エネルギーが大きくずれた粒子(上と下の赤い矢印)は軌道が広がりすぎるのでコリメーターにぶつかってしまう。

2.2.5　ブースター

シケインを通過した陽電子は、エネルギーがある程度そろっている。この陽電子をブースターで Damping Ring に蓄積するエネルギーである 5GeV まで加速する。ブースターは L-band と S-band の進行波型の加速管からなる。これに加えてビームに対して横方向の収束場を与える Q マグネット(Q)が適宜置かれている。ブースターは加速管と Q マグネットを周期的に配置した構造をもっており、その単位をラティス（格子）と呼ぶ。ブースターは 5 種類のラティスからなり、4 つの Q と 1 つの L-Band の加速空洞からなる 4Q1L のラティスが 14 個、4 つの Q と 2 つの L-Band からなる 4Q2L のラティスが 29 個、4 つの Q マグネットと 4 つの L-Band からなる 4Q4L のラティスが 18 個、4 つの Q マグネットと 4 つの S-Band からなる 4Q4S のラティスが 23 個で構成される。ビームは

加速されるに従い相対論的な効果によりビームの大きさが減少する。これを断熱減衰とよぶ。ビーム径の大きいブースター入り口付近では口径の大きい L-Band 加速管を使用し、ブースター後半では加速効率の高い S-Band 加速管を使用した。

2.2.6　ECS

Damping Ring はエネルギー広がりの相対値が$\pm 0.75\%$の粒子しか受け入れない。ブースターの下流におけるバンチのエネルギー広がりは RF カーブ由来のものが支配的となるが、先行研究[4]から DR の許容値を大きく上回ることが分かっている。そこで、ビームを Energy Compression Section(ECS)へと送り、エネルギー広がりを抑制する。ECS はシケインと加速空洞からなる。シケインを構成する BM の長さは 2 m、BM 同士の距離は 3.05 m である。このシケインを通ることでエネルギー方向に広がったビームが再び momentum compaction により形を変える。バンチ内の陽電子を位相空間(z, δ)における運動として記述する。zは進行方向における各粒子のバンチ中心からのずれ、δは平均エネルギーからのズレである。ECS のビーム輸送を(z, δ)ベクトルに対する行列演算によって表すと

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_{65} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ R_{65} & R_{56}R_{65} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \tag{2.36}$$

となる。(z_1, δ_1)は ECS 前の陽電子の座標、(z_1, δ_1)は ECS 通過後の座標、R_{56}は

シケインの momentum compaction、R_{65}はエネルギーRF 空洞によるエネルギー

変調を表す係数である。R_{65}は、

$$R_{65} = -\frac{V_0 \omega}{\gamma c} \tag{2.37}$$

表される。V_0は加速空洞の電圧、γはバンチの平均エネルギーである。ここで注意が必要なのが、(2.35)と(2.37)式は、それぞれシケイン 1 つあたりと加速空洞 1 本あたりの値である。ECS はシケイン 3 つと加速空洞 4 本で構成されているのではR_{56}は 3 倍、R_{65}は 4 倍した値が ECS でのそれぞれの効果となる。図 2.19 のように、R_{56}とR_{65}によってバンチは 90° 回転する。その時の条件が、

$$R_{56} R_{65} + 1 = 0 \tag{2.38}$$

であり、この時、ECS 出口におけるエネルギー広がりは最小となり、

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 + R_{56}\delta_1 \\ -{z_1}/{R_{56}} \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

となる。つまり、出口におけるエネルギー広がりは入り口のバンチ長とR_{56}の比によって決まる。

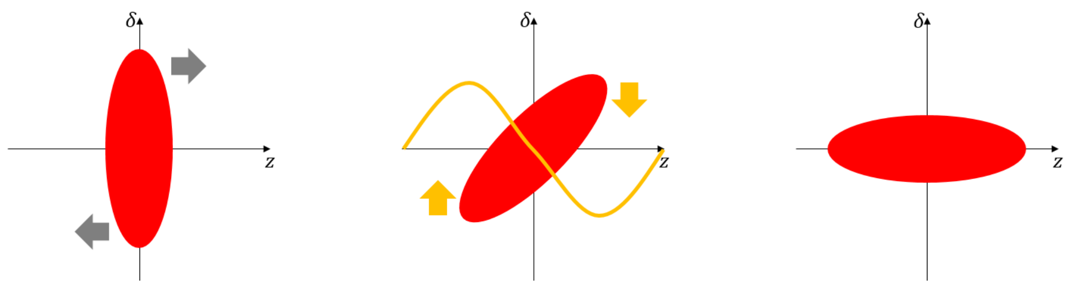


図 2.19　ECS でのビーム輸送の様子。横軸z、縦軸はエネルギー。ブースター通過後、陽

電子バンチはエネルギー方向に広がっているので ECS のシケインを通過することで momentum compaction により高エネルギーの陽電子が前方に、低エネルギーの陽電子は後方に位置する。次に加速空洞を通過するが、この時、バンチの中心を電場がゼロの位相(ゼロクロス)に乗せる。すると、エネルギーが低い陽電子は加速位相、高い陽電子は減速位相に乗るのでエネルギーが均等になる。結果、ECS 出口ではエネルギー方向の広がりが小さくなる。

2.2.7　陽電子捕獲率

ECS を通過したバンチは Damping Ring に送られる。 DR の役割は作られたビームのエミッタンス(位相空間におけるビームが占める面積)を、放射減衰という効果を用いて小さくする事である。DR 内での陽電子は進行方向と横方向に振動しながら一定の軌道の周りを周回する。この時振動の振幅が一定以上になると運動は不安定になり陽電子が失われる。この最大振幅のことをダイナミックアパーチャーという。一般的には Q マグネットなどの非線形効果を含むラティス設計に依存したダイナミックアパーチャーによってリングのアクセプタンスは決まっている。DR に入射するビームはダイナミックアパーチャー内になければならないので、最終的に安定して DR に蓄積される陽電子は、DR まで到達したもののうち、このダイナミックアパーチャー内部の陽電子である。その条件は[9]、

$$\left(\frac{z}{0.035}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{0.0075}\right)^2 < 1 \tag{2.40}$$

および

$$\gamma A_x + \gamma A_y < 0.07 \tag{2.41}$$

である。ここで、γはローレンツγ、A_xおよびA_yはアクションと呼ばれる数値で、位相空間中心からの距離に相当する数値である。本研究では発生した陽電子のうちECSを通過し、かつこれらのDRアクセプタンスを満たすものを捕獲陽電子とし、捕獲陽電子数N_{e^+}と標的に入射した電子数N_{e^-}の比を陽電子捕獲率ηとして定義した。

$$\eta = \frac{N_{e^+}}{N_{e^-}} \tag{2.42}$$

本研究の目的は電子ビーム駆動方式ILC陽電子源において陽電子捕獲率を高めて標的破壊を防ぐことである。標的破壊の評価は PEDD(Peak Energy Deposition Density)という、エネルギーを物質密度で規格化した値のピーク値を指標としている。PEDDの単位はJ/gである。1nC、3GeVの電子ビームによるPEDDは8.0J/gである。ILCの陽電子源では1バンチ当たり4.8nCの陽電子が必要になるので(2.42)式より必要な電子は$4.8/\eta$[nC]となる。よって、この電子ビームによるPEDDは$38.4/\eta$[J/g]である。本研究で仮定した金属標的W-Reは実験的に70 J/gが破壊限界とされ、SLCでは35 J/gで運用されている[10]。本研究においても、35J/gまで運転可能であると仮定すると、標的破壊を防ぐための条件は、

$$\frac{38.4}{\eta} < 35 \tag{2.43}$$

となる。よって、陽電子捕獲率が満たすべき条件は、

$$1.1 < \eta \tag{2.44}$$

である。

第 3 章　陽電子捕獲シミュレーション

3.1　シミュレーション概要

本研究は、4 つのシミュレーションソフトを用いて、シミュレーションを行った。1 つ目は GEANT 4 で、高エネルギー電子の物質における対生成反応をおこし、陽電子生成部分を模擬した。2 つ目は Poisson Superfish というもので、2 次元軸対称電磁場 TM モード解析プログラムであり、これでキャプチャーライナックに使用した APS 空洞の設計を行った。3 つ目は General Particle Tracer(GPT)で、電磁場中の荷電粒子の軌道を解析するソフトウエアである。Superfish で設計した空洞パラメーターにより GPT にキャプチャーライナックを構成し、通過する粒子の軌道を解析した。4 つ目は Strategic Accelerator Design(SAD)であり、加速器のビームオプティックスに特化されたソフトウエアである。GPT の計算結果をもとにシケインから ECS までの過程を計算した。以下、それぞれのシミュレーションソフトでの結果について述べていく。

3.2　Superfish による APS 空洞の設計

(2.9)式の合流条件を満たすために、加速セルと結合セルそれぞれの$^{\pi}/_{2}$モードの周波数を合わせた。具体的には結合セルのR方向の長さを変更することで周波数を変えることができる。合流条件を満たした各セルの図を以下に示す。

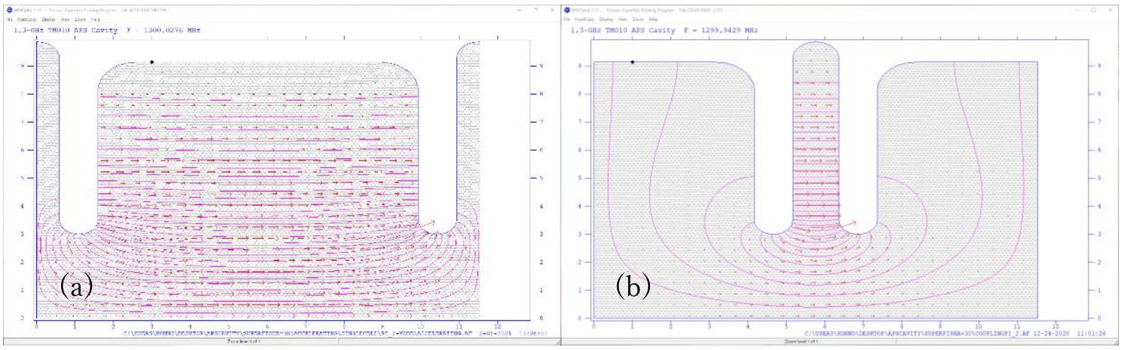


図 3.1　$^{\pi}/_{2}$モードにおける加速セルと結合セル。(a)加速セル、(b)結合セル。赤い線が電気力線で矢印が電場ベクトルを表す。周波数は 1300MHz に設定。

図 3.1 は$^{\pi}/_{2}$モードの各セルである。横軸はz方向におけるセルの入り口からの距離、縦軸はR方向におけるビーム軸からの距離である。この図はセルの上半分のみを示した図であるので、$R = 0$がビームが通過するビーム軸に相当する。周波数は 1300MHz に合わせている。この値は RF の周波数と同じ値である。実際は加速セルに電場が立つモードでビームを加速させるので左の図から得られた結果で加速セルと結合セルのパラメーターを計算した。Superfish では各メッシュでの電場や磁場、各壁での消費パワーなどを書き出してくれる。こ

れらの結果と、(2.16)、(2.23)、(2.26)、式を用いてQ値、シャントインピーダンス、トランジットタイムファクター、ZTT、$\left({}^{R}/_{Q}\right)$を求めた。その結果を表3.1に示す。

表3.1　Superfishから求めた加速セルと結合セルのパラメーター

	加速セル	結合セル
セル長[m]	0.093	0.022
周波数[MHz]	1300	1300
壁損パワー[W]	2.19×10^3	7.39×10^{-1}
r_s[MOhm/m]	5.86×10^1	1.91×10^3
T	0.64	0.64
ZTT[MOhm/m]	3.73×10^1	1.22×10^3
Q値	2.47×10^4	9.06×10^5
$\left({}^{R}/_{Q}\right)$[Ohm]	1.41×10^2	2.96×10^1

第5章でAPS空洞に生じる電圧の計算を行ったが、そこで表3.1のパラメーターを用いた。さらに、隣り合ったセル同士の相互作用の強さを表す結合度についても計算をした。セルの結合度は以下の様に表される[11]。

$$k = \frac{\omega_{\pi} - \omega_{0}}{\omega \pi/_{2}} \tag{3.1}$$

ωは角周波数で添え字はモードを表す。つまり、セルの結合度はπモード、0 モード、$^{\pi}/_{2}$モードの周波数で決まる。結合度を求めるために Superfish でいくつかのモードの APS 空洞を計算した。

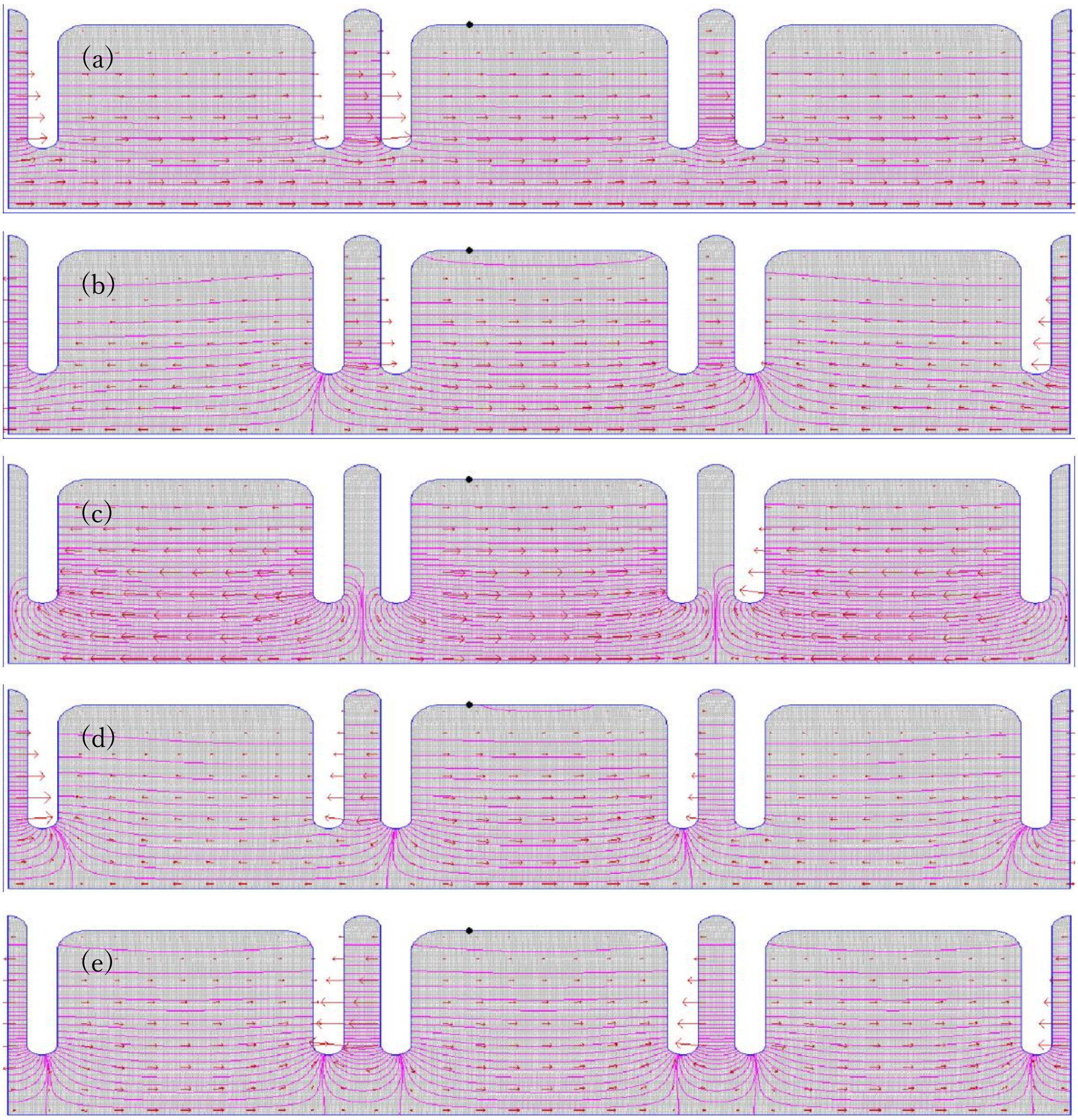


図 3.2　各モードにおける APS 空洞。(a)0 モード、(b) $^{\pi}/_{3}$モード、(c) $^{\pi}/_{2}$モード、

(d) ${}^{2\pi}/_{3}$モード、(e) πモード。加速セルが 3 セル、結合セルが 4 セルの空洞で計算した。

図 3.2 において、加速セルが 3 セル、結合セルが 4 セルの計 7 セルでモードを計算した。このように複数のセルで構成されている加速空洞をマルチセルと呼ぶ。モードは(a) 0 モード、(b) ${}^{\pi}/_{3}$モード、(c) ${}^{\pi}/_{2}$モード、(d) ${}^{2\pi}/_{3}$モード、(e) πモードである。これらのモードの周波数を以下に示す。これらの値から結合度を求めると、$k = 0.035$となった。

表 3.2　各モードの周波数

モード	0	${}^{\pi}/_{3}$	${}^{\pi}/_{2}$	${}^{2\pi}/_{3}$	π
周波数 [MHz]	1274.02	1287.74	1300.00	1310.44	1319.64

3.3　キャプチャーライナックにおけるビームの位相とビームローディング電流

Superfish で設計した APS 空洞を用いて GPT でキャプチャーライナックを通過する粒子のトラッキングを行った。金属標的からキャプチャーライナックまでの構造は図 3.2 のようになっており、これは先行研究[4]と同じ設計であ

る。

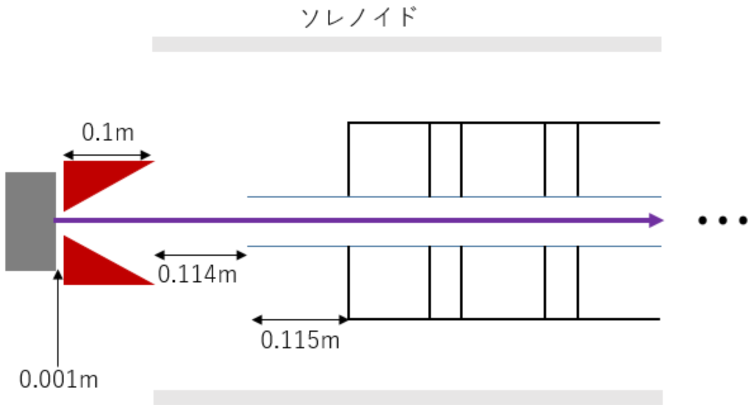


図 3.2　キャプチャーライナックの構造。左に金属標的があり、標的出口に AMD、その後ろの青い筒状のものがビームパイプ。ビームパイプから 1 セル分後ろに APS 空洞があり、これが 36 本続いている。AMD 出口から APS 空洞の最後まで上下にソレノイドが置いてある。

図 3.2 において、金属標的から AMD までの距離は 0.001m、AMD の長さは 0.1m、青い筒状のものがビームパイプで、シミュレーション上ではこれが APS 空洞のアパーチャーの役割をしている。AMD からビームパイプまでは 0.114m、ビームパイプから APS 空洞までは 0.115m あり、この長さは 1 セル分の長さである。その後ろに APS 空洞が続いている。キャプチャーライナックは APS 空洞が 36 本で構成されており、APS 空洞 1 本あたり、加速セルが 11 セル、結合セルが 10 セルの計 21 セルで構成されている。2.2.3.3 で記述した通り、1 セル当たりの長さは RF の半波長に設定してある。また、APS 空洞の間

には 2、3 セル分のドリフトスペースがあり、この空間も RF の波長の整数倍となっている。

1 つのセルに発生する電場は、以下の様に表される。

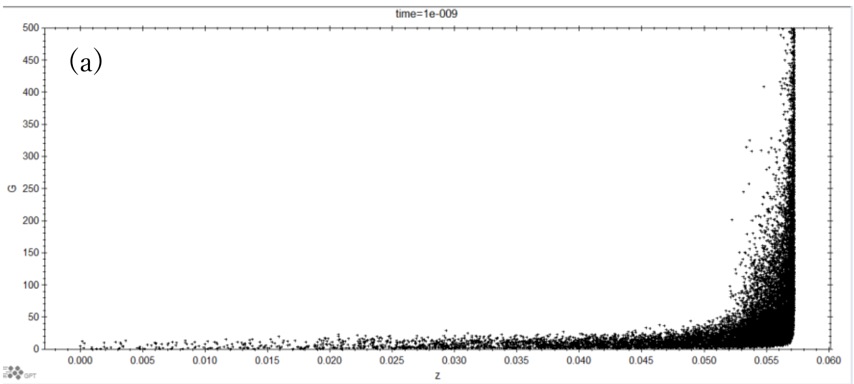
$$E = \frac{1}{L}\left(\frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta} - \frac{r_s L}{1+\beta}\right)\cos(\omega t + \varphi) \tag{3.2}$$

この振幅の値は、(2.28)式において$t \to \infty$としたときの値をセル長で割った値となっている。ここで、LやP_{in}は加速管 1 本ではなく 1 セル当たりの値であることに注意が必要である。φは 1 本目の APS 空洞の入り口での RF の位相である。そのため、

$$\varphi = -\omega\frac{0.33}{c} + \phi_0 \tag{3.3}$$

である。この 0.33 は標的から APS 空洞 1 本目の入り口までの距離である。ϕ_0は RF の初期位相で、本研究では 0.6rad とした。

以下に、GPT での粒子トラッキングの結果を示す。



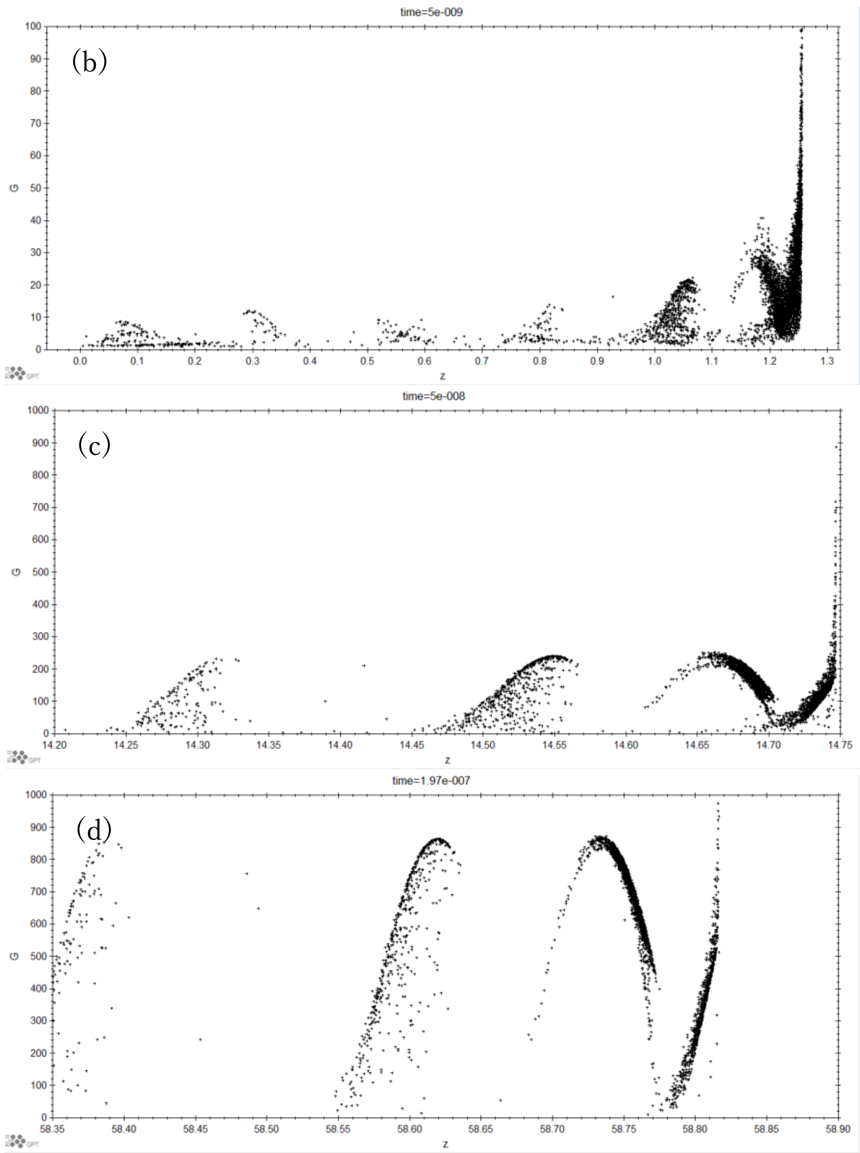


図 3.3　キャプチャーライナックでの粒子トラッキング。横軸は標的からの距離、縦軸はローレンツ γ。それぞれ、標的を出てから(a)1nsec、(b)5nsec、(c)50nsec、(e)197nsec。(c)と(d)は横軸、縦軸ともにスケールは同じ。

図 3.3 は GPT での粒子トラッキングの結果である。横軸は標的からの距離、縦軸はローレンツ γ である。標的を出てから(a)は 1nsec 後、(b)は 5nsec 後、(c)は 50nsec 後、(d)は 197nsec 後となっている。(c)と(d)は横軸、縦軸ともにスケールは同じである。標的を出た直後(a)では電子と陽電子が混合してい

るが、(b)では減速キャプチャーの効果により電子と陽電子が分けられている。(c)と(d)について、後方にある二つのバンチはともに電子のバンチであり、その前方にあるのが陽電子のバンチである。さらにその前方にあるテール状に分布しているのが電子となっている。(d)はキャプチャーライナック出口での分布となっており、電子と陽電子が完全に分けられている。また、各バンチが RF カーブに沿って分布していることが分かる。さらに、2.2.3.2 で説明したように陽電子のほとんどが RF のクレスト位相に乗っておらず、クレストから少しずれた位相に乗っている。この GPT の結果をもとに、(2.33)式において、zをバンチ中心としてビームローディング電流を計算した。すなわち、各粒子がバンチ中心に作るビームローディング電流を求めた。また、バンチに関しては電子バンチ、陽電子バンチ、電子と陽電子すべて含めた粒子バンチの 3 つのバンチで計算した。しかし、図 3.3 を見て分かるようにバンチが複数カ所に分かれているためこのままでは正しいバンチ中心を計算できない。そこで、全ての粒子を陽電子バンチ付近に移動させる。粒子が作るビームローディング電流は図 2.15 のようにある位相を持っている。そのため、粒子を移動させるとともに位相も変えなければいけない。そこで考えたのが粒子を RF の半波長ずつ移動させ、移動させた回数だけその粒子の電荷を逆符号にする方法である。この方法について図 3.4 に示す。

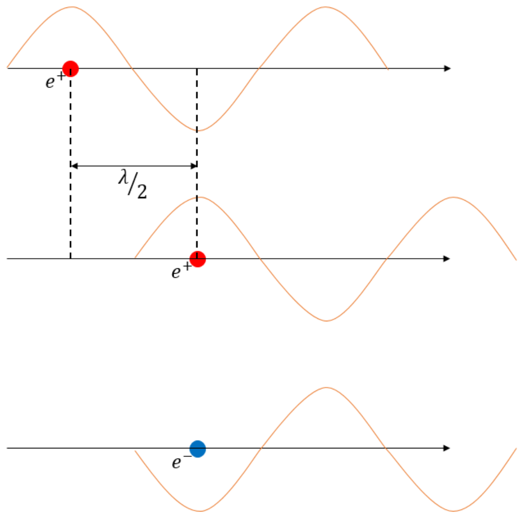


図 3.4　粒子を移動させた時の位相。赤い点を陽電子とし、その陽電子が橙色のビームローディング電流を作る(上の図)。この陽電子を RF の半波長である$\lambda/_2$移動させる。位相で言えばπ位相がずれた状態になる(真ん中の図)。この陽電子の電荷を逆にするとビームローディング電流の符号も逆になるので移動させる前の陽電子と同じ位相の電子として考えることができる(下の図)。

図 3.4 において、赤い点を陽電子とし、この点を$\lambda/_2$移動させる。するとビームローディング電流の位相は移動させる前からπずれることになる。そして、この陽電子の符号を逆にする、つまり電子に置き換えると、ビームローディング電流の符号も逆になる。これにより移動させる前の陽電子と同じ位相の電子として扱うことができる。このようにしてすべての粒子を陽電子バンチの中心から$\pm\lambda/_4$の位置に移動させ、1 つのバンチとして考えた。すべての粒子を移動させた後の粒子分布を図 3.5 に示す。

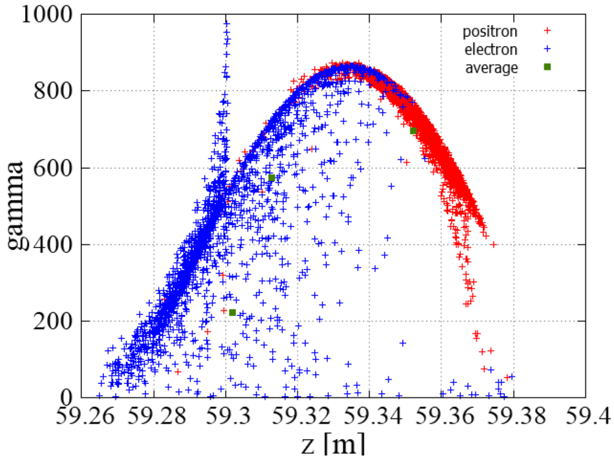


図 3.5　全ての粒子を陽電子バンチ付近に移動させた後の分布。横軸は標的からの距離、縦軸はローレンツγ。赤い点が陽電子、青い点が電子、緑の点が電子バンチ、陽電子バンチ、粒子バンチの中心。$t = 197nsec$。

図 3.5 において、横軸は標的からの距離、縦軸はローレンツγである。また、赤い点が陽電子、青い点が電子、緑の点が電子バンチ、陽電子バンチ、粒子バンチの中心の点で、$t = 197nsec$での粒子分布である。図 3.3(d)で陽電子バンチの前方にテール状の電子が分布しており、これにより粒子バンチの中心位置が RF のクレストよりも後ろに存在している。この移動させた粒子を用いて各バンチの中心に作るビームローディング電流を計算した。

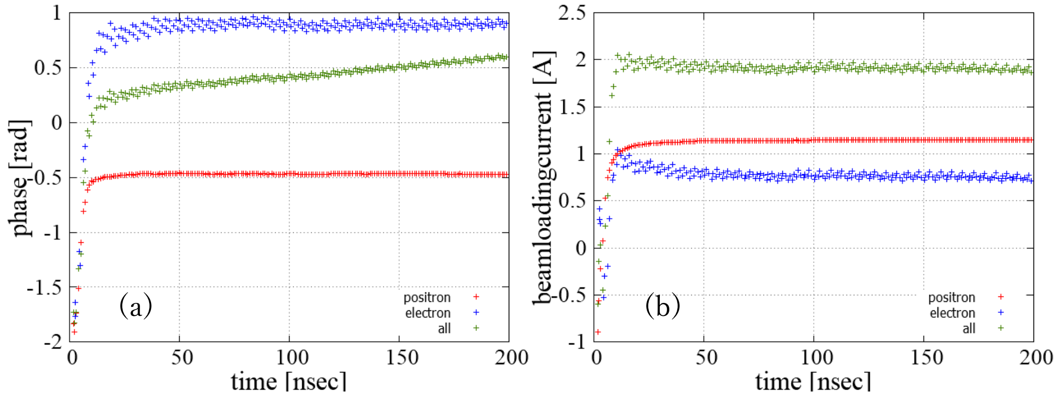


図 3.6　バンチ中心の位相とビームローディング電流の時間変化。ともに横軸は粒子が標的を出てからの時間、縦軸は(a)バンチに対する RF の相対位相、(b)ビームローディング電流。赤が陽電子バンチ、青が電子バンチ、緑が粒子バンチ。

図 3.6 において、横軸は標的を出てからの時間、縦軸は(a)がバンチに対する RF の相対位相、(b)がビームローディング電流である。赤が陽電子バンチ、青が電子バンチ、緑が粒子バンチの値である。ここで言う相対位相とは、(2.33)式の$\omega t + \varphi$に相当するものなので、バンチの中心がセルの中央を通過するときの RF の位相である。電子バンチと粒子バンチついて、位相とビームローディング電流ともに値にばらつきがある。その理由として、電子は陽電子バンチ付近に移動させるが、同じ粒子でも時間によって移動する回数が異なるためかと思われる。また、陽電子バンチの位相について、始めは減速位相に乗っているがだんだん加速位相に乗り、約 10nsec あたりから位相差が一定となっている。しかし、位相差は 0 とならず、2.2.3.2 で説明したとおり、RF とビームに位相差が生じている。また、(b)より、すべての粒子によるビームローディング

電流は定常状態ではおよそ 1.9A となった。

3.4　ECS におけるR_{56}とR_{65}の最適化

キャプチャーライナックを通過した粒子はシケイン、ブースターを通過しECS へと送られる。シケインとブースターについては最適化した値を用いた[12]。キャプチャーライナック、シケイン、ブースターそれぞれ通過後の陽電子の位相空間分布を図 3.7 に示す。

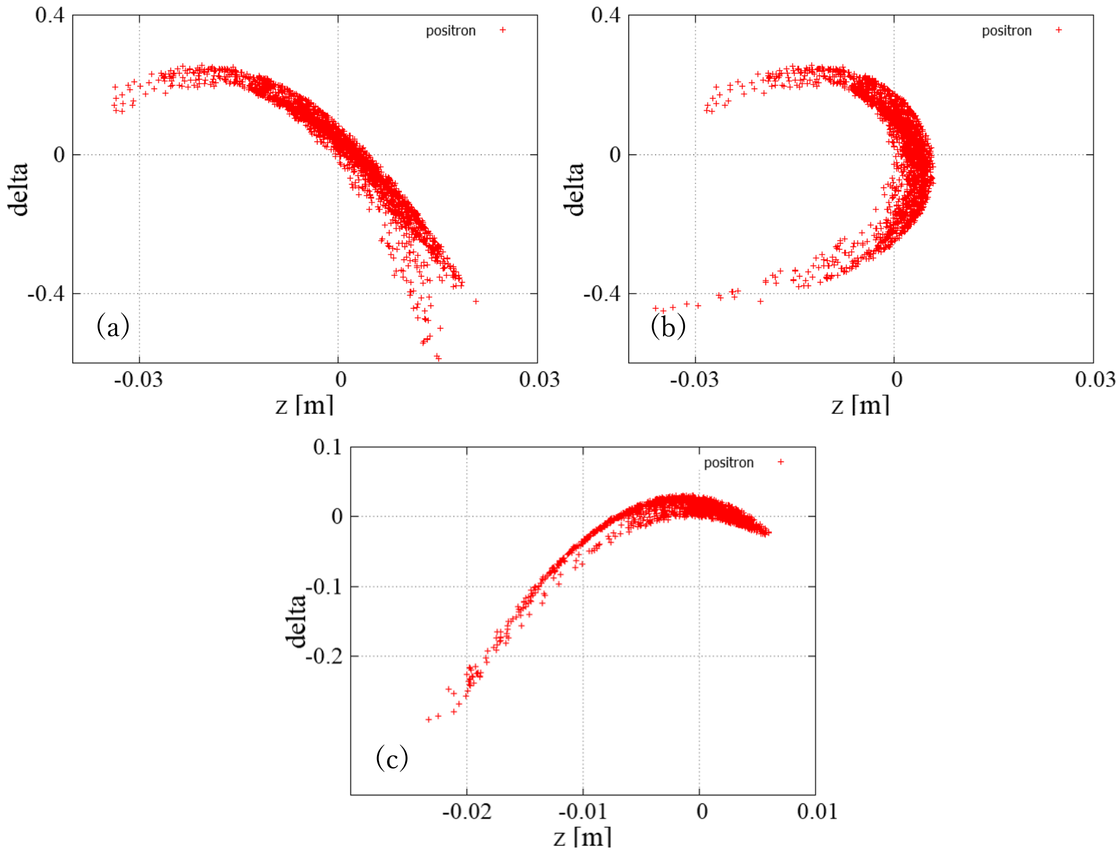


図 3.7　各セクション通過後の陽電子の位相空間分布。横軸はzにおけるバンチ中心からのずれ、縦軸はエネルギーにおけるバンチ中心からのずれ。(a)キャプチャーライナック出

口、(b)シケイン出口、(c)ブースター出口。

図 3.7 において、横軸、縦軸はそれぞれ、

$$z = s - s_{ave} \tag{3.4}$$

$$\delta = \frac{\gamma - \gamma_{ave}}{\gamma_{ave}} \tag{3.5}$$

である。sは進行方向における陽電子の座標、s_{ave}は進行方向における陽電子バンチの中心座標、γは陽電子のエネルギー、γ_{ave}は陽電子バンチの中心のエネルギーである。(a)はキャプチャーライナック出口の分布であり、陽電子が RF カーブに沿って分布している。(b)はシケイン出口で、momentum compaction によりエネルギーが高い陽電子はバンチ前方、低い陽電子はバンチ後方に移動し、全体的にz方向の広がりが小さくなっている。この時のシケインの偏向角は 0.25rad である。ブースター加速器のクレスト位置を陽電子が多く分布している位置に置くことでより多くの陽電子を高いエネルギーに持っていくことができる。(c)がブースター出口での分布であり、ここでも RF カーブに沿った分布になっており、このままではエネルギー広がりが大きいため、DR アクセプタンスを満たす陽電子が少なくなってしまう。そのため ECS でエネルギー抑制を行う。ECS では(2.38)式の整合条件を満たすことで陽電子捕獲率が向上する。そこで、ECS におけるR_{56}とR_{65}の最適化を行った。R_{56}は(2.35)式の通りであり、BM を動かすのは大変なので BM の偏向角を変数とした。また、R_{65}に

ついて、ECS で使用した加速空洞のパラメーターは以下の様になっている。

表 3.1 使用した加速空洞の詳細

パラメーター	数値
周波数[MHz]	1300
アパーチャー半径[mm]	17
長さ[m]	3.0

加速空洞の加速電圧を変数としてR_{65}の最適化を行った。

まずは、R_{65}を一定値としてR_{56}を変えていき、陽電子捕獲率が最大となるR_{56}を求めた。この時、$R_{65} = -0.95$とし、この値は加速空洞 3 本分の値である。図 3.8 にR_{56}を変えた時の陽電子捕獲率の変化を示す。

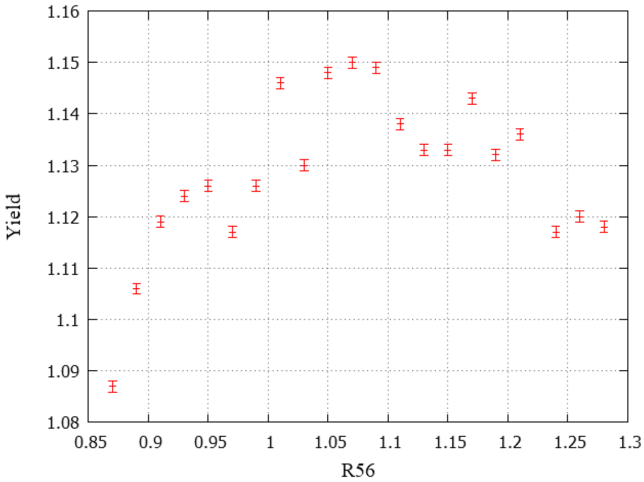
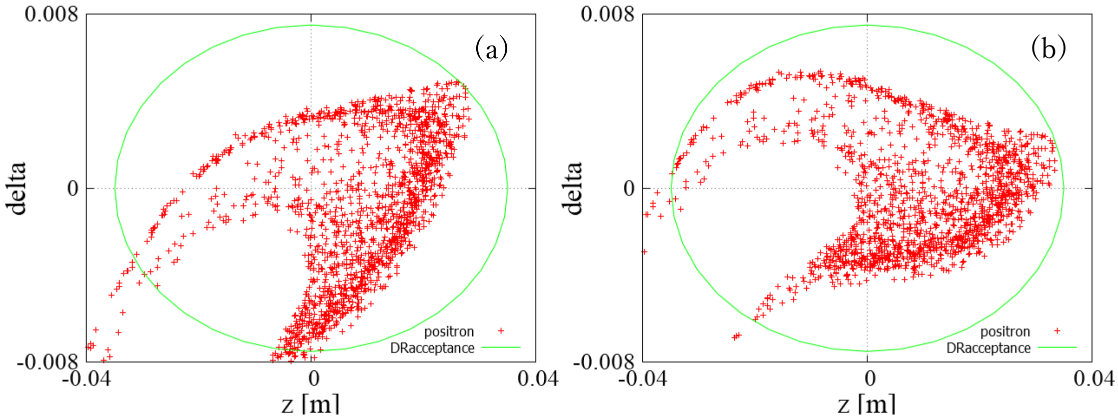


図 3.8　陽電子捕獲率のR_{56}依存性。横軸がR_{56}、縦軸が陽電子捕獲率。R_{65}は-0.95。エラーバーは統計誤差。

図 3.8 の横軸はR_{56}、縦軸は陽電子捕獲率である。また、図 3.8 は統計誤差を含んだ結果である。図より$R_{56} = 1.07$の場合が最も陽電子捕獲率が大きくなっている。ここで、R_{56}が 0.87、1.07、1.26 の 3 つの場合それぞれでの ECS 出口での陽電子の位相空間分布を図 3.9 に示す。



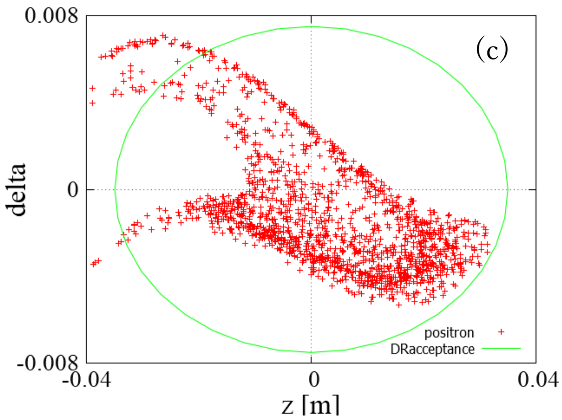


図 3.9　ECS 出口での陽電子の位相空間分布。横軸はzにおけるバンチ中心からのずれ、縦軸はエネルギーにおけるバンチ中心からのずれ。(a)$R_{56} = 0.87$、(b)$R_{56} = 1.06$、(c)$R_{56} = 1.28$。緑の楕円が DR アクセプタンス。

図 3.9 はR_{56}を変えた場合の ECS 出口での陽電子の位相空間分布である。緑の楕円が DR アクセプタンスであり、(2.40)式を表している。(a)の$R_{56} = 0.87$では momentum compaction の効果が薄く、バンチがあまり回転していない。(c)の$R_{56} = 1.28$ではその逆で momentum compaction の効果が効きすぎていて 90°以上回転してしまっている。(b)の$R_{56} = 1.06$ではバンチが DR アクセプタンスに合っており、楕円内に存在する陽電子が多くなっている。また、それぞれでR_{56}とR_{65}の積を計算すると、(a)は-0.83、(b)は-1.02、(c)は-1.20 と、(b)の場合は(2.38)式の整合条件に近い値となっている。

　次に、R_{65}を変化させていき、陽電子捕獲率の最適化を行った。この時、R_{56}はそれぞれのR_{65}で陽電子捕獲率が最大となるように最適化した。図 3.10 にR_{65}を変えた時の陽電子捕獲率の変化を示す。

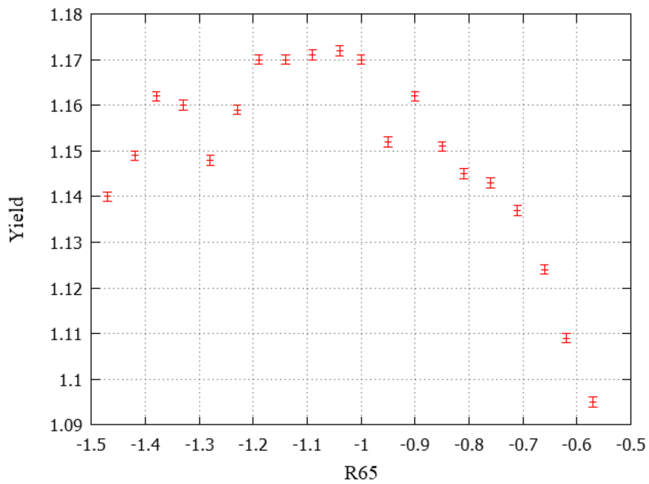
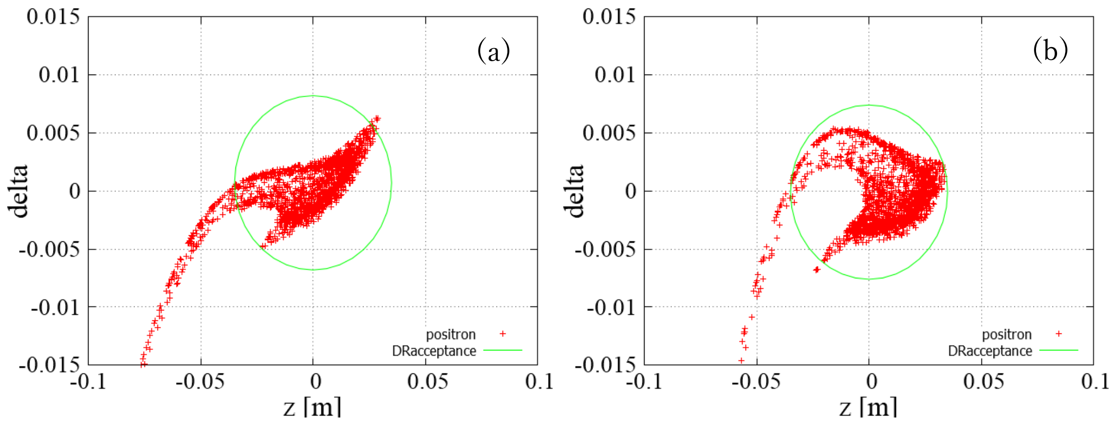


図 3.10　陽電子捕獲率のR_{65}依存性。横軸がR_{65}、縦軸が陽電子捕獲率。

図 3.10 は横軸がR_{65}、縦軸が陽電子捕獲率、エラーバーは統計誤差である。図より、$R_{65} = -1.04$の場合に陽電子捕獲率が最大となっており、その値は$\eta = 1.17$となっている。ここでも$R_{65} = -0.57$、$R_{65} = -1.04$、$R_{65} = -1.47$の 3 つの場合での位相空間分布を見ていく。



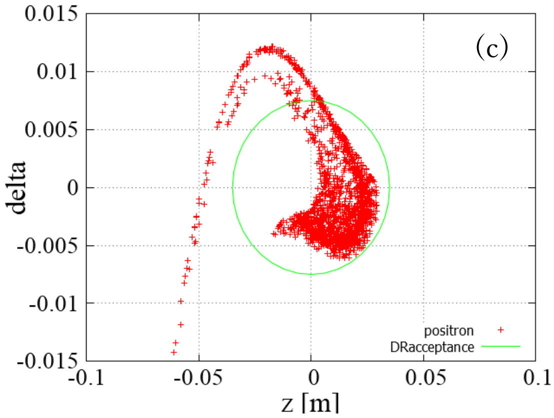


図 3.11　ECS 出口での陽電子の位相空間分布。横軸はzにおけるバンチ中心からのずれ、縦軸はエネルギーにおけるバンチ中心からのずれ。(a)$R_{65}=-0.57$、(b)$R_{65}=-1.04$、(c)$R_{65}=-1.47$。緑の楕円が DR アクセプタンス。

図 3.11 の(a)は$R_{65}=-0.57$の場合で、R_{56}が大きく、z方向の広がりが大きくなっている。その逆に、(c)の$R_{65}=-1.47$の場合はR_{65}が大きく、エネルギー方向の広がりが大きくなって、これも DR アクセプタンスに合わない形となってしまっている。(b)の$R_{65}=-1.04$ではバンチが約 90°回転しており、DR アクセプタンスに合った形で、陽電子捕獲率も最大になっている。

3.5　シケインの設計と Twiss パラメーター

シケイン以降の各セクションでパラメーターを最適化することで陽電子捕獲率が$\eta=1.17$を実現し、標的破壊を防ぎつつ陽電子の生成が可能であることが分かった。次に、現実的なパラメーターに近づけるために、シケインの BM の長さを変更した[13]。変更前後のシケインの概要図を図 3.12 に示す。

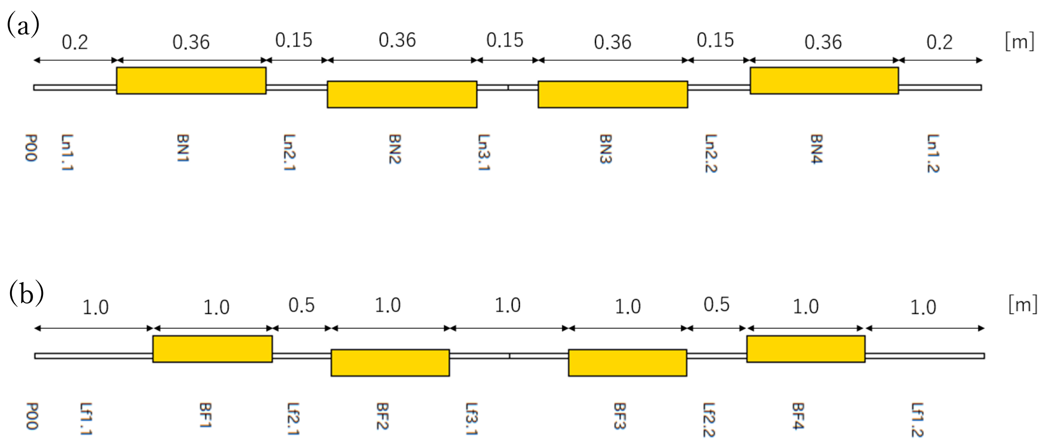


図 3.12　シケインの配置。黄色い四角が BM で白い四角がドリフトスペース。(a)変更前で BM の長さは 0.36m、(b)変更後で BM の長さは 1.0m。

図 3.12 は変更前後のシケインの配置を表した図である。黄色い四角が BM でその隣にある白い四角がドリフトスペースである。(a)が変更前の配置で 3.3 までのシミュレーションはこの配置を用いた。BM の長さは 0.36m で BM 間のドリフトスペースは 0.15m、シケイン前後は 0.2m である。(b)が変更後の配置で BM の長さは 1.0m、ドリフトスペースは 0.5m と 1.0m の 2 種類とした。図 3.13 にそれぞれのシケインを通過したビームの β 関数と分散(dispersion)を示す。

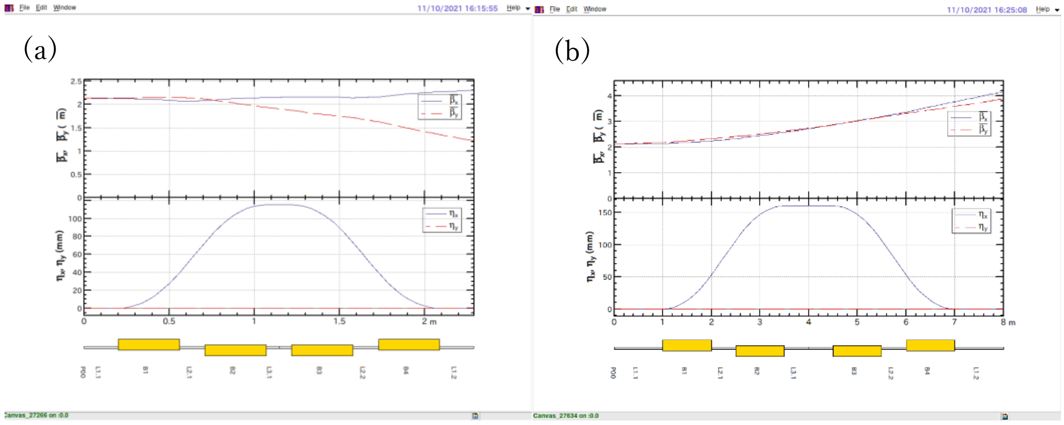


図 3.13　シケインを通過したビームのβ関数と dispersion。横軸はシケイン入り口からの距離、上のグラフの縦軸はβ関数の平方根、下の図の縦軸は dispersion。赤い線がy方向の値で青い線がx方向の値。(a)はシケインの配置変更前、(b)はシケインの配置変更後。

図 3.13 の横軸はシケイン入り口からの距離で上のグラフの縦軸はβ関数の平方根、下のグラフの縦軸は dispersion である。赤い線がy方向の値で青い線がx方向の値。(a)がシケインの配置変更前、(b)が変更後となっている。ビームが輸送される際に粒子はビームの基準軌道をもとに振動しながら運動する。この運動をベータトロン振動と呼び、その振動の振幅をベータトロン振幅、またはβ関数と呼ぶ。ローレンツβもカップリングβも同じ文字を使っており、これでβの定義が 3 種類目となってしまっているが、ビーム力学の分野で定着している用語なので注意しなければならない。ビームサイズはエミッタンスとβ関数とγで決まる。その図を 3.14 に示す。

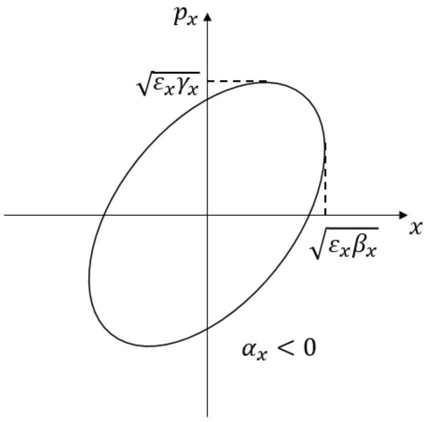


図 3.14　Twiss パラメーターの幾何学的意味。横軸はx、縦軸はx方向の運動量。ε_xはx方向のエミッタンス。この時のβ_x、γ_x、α_xを Twiss パラメーターと呼ぶ。

図 3.14 において、横軸はx、縦軸はx方向の運動量である。ε_xはx方向のエミッタンスでビームのサイズと位相は

$$\sqrt{\varepsilon_x\beta_x} \tag{3.6}$$

$$\sqrt{\varepsilon_x\gamma_x} \tag{3.7}$$

で決まる。この時、

$$\gamma_x = \frac{1}{\beta_x}(1+\alpha_x^2) \tag{3.8}$$

$$\alpha_x = -\frac{\beta_x{}'}{2} \tag{3.9}$$

となり、このα_x、β_x、γ_xを Twiss パラメーターと呼ぶ。これはy方向についても同様である。また、dispersion とは、基準軌道の粒子からずれた運動量を持った粒子の軌道と基準軌道のずれを表すもので、

$$X_\varepsilon = \eta\frac{p}{\Delta p} \tag{3.10}$$

と表される。X_εが軌道のずれで、pが基準軌道の粒子の運動量、Δpがずれた軌

道の粒子の運動量、ηが dispersion である[14]。図 2.18 において、赤い線がそれぞれ異なる運動量を持った粒子の軌道となっており、この線のずれが dispersion である。

図 3.13 に戻ると、(b)ではシケイン出口でβ関数が大きくなっており、ビームサイズが広がっている。そこで、シケイン出口でのβ関数を合わせるためにシケイン前後に Q マグネットを設置した。Q 設置後のビームのβ関数と dispersion を図 3.15 に示す。

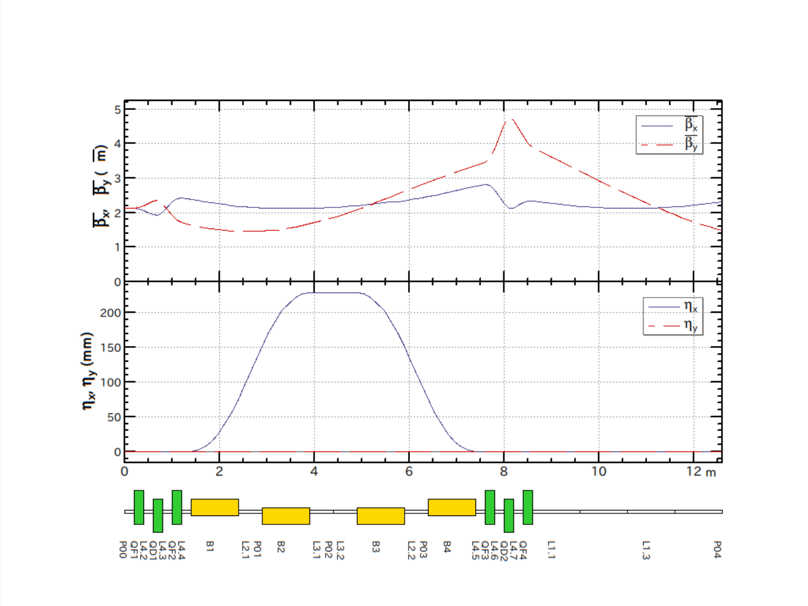


図 3.15　Q マグネット設置後のシケインを通過したビームのβ関数と dispersion。緑の四角が Q マグネット。

図 3.15 において、緑色の四角で表されているのが Q マグネットであり、Focusing マグネット(QF)、defocusing マグネット(QD)、focusing マグネット

の順で一組とし、これがシケイン前後に設置されている。マグネットの長さ、マグネット間の距離は全て 0.2m である。Q マグネットの磁場についてはシケイン中央とシケイン出口の 2 か所でα_xとβ_xが図 3.13(a)と同じになるようにした。SAD では場所とその場所での Twiss パラメーターを指定してやればその値になるように自動で Q マグネットの磁場を決定してくれる。図 3.16 にシケイン中央でのx方向の位相空間分布を示す。

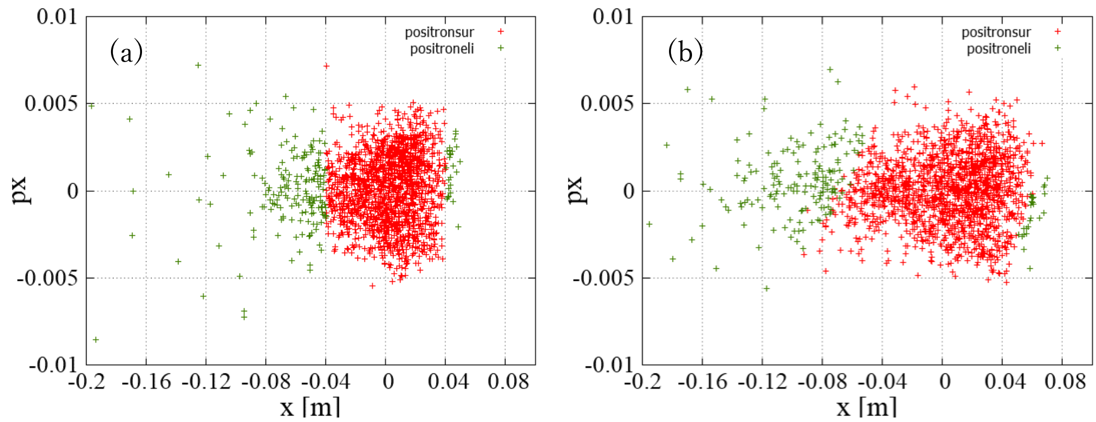


図 3.16　シケイン中央でのx方向の位相空間分布。横軸はxのバンチ中心からのずれ、縦軸はx方向の運動量のバンチ中心からのずれ。(a)はシケインの長さ変更前、(b)はシケインの長さ変更後の Q マグネット設置後。緑がアパーチャーを通過できない粒子、赤がアパーチャーを通過する粒子。

図 3.16 の横軸はxのバンチ中心からのずれ、縦軸はx方向の運動量のバンチ中心からのずれである。(a)はシケインの長さ変更前、(b)はシケインの長さ変更後、Q マグネット設置後である。緑の点がアパーチャーを通過できない粒子で

赤の点がアパーチャーを通過する粒子。アパーチャー半径はx方向に± 0.04mとしている。(a)でアパーチャーを通過する粒子と通過しない粒子がシケインの設計変更後にどこに分布しているのかを見たのが(b)の図である。α_xとβ_xは合わせているが、(b)ではx方向の広がりが大きくなっている。図 3.17 にシケイン出口での粒子分布を示す。

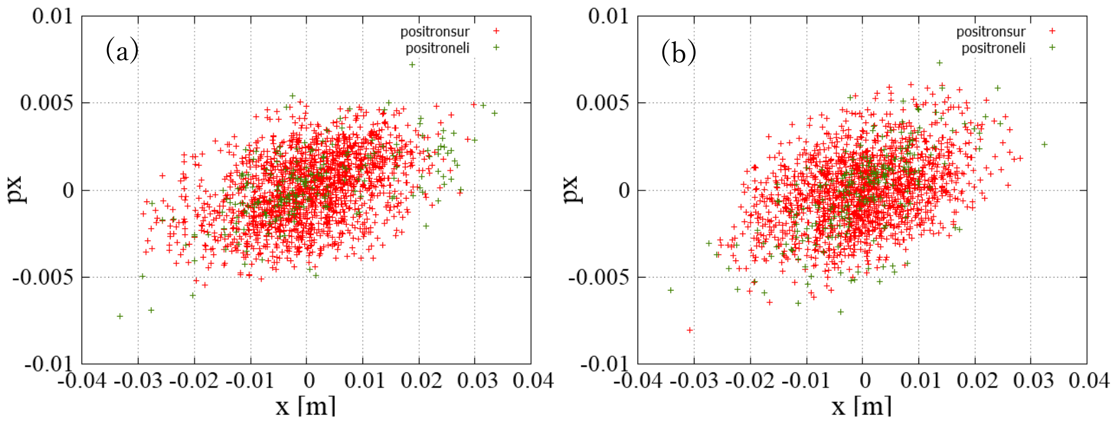


図 3.17　シケイン出口でのx方向の位相空間分布。図の定義については図 3.16 と同じ。

軸や点の色は図 3.16 と同様である。図より、シケイン出口でのx方向の位相空間分布はほぼ同じになっている。

以上より、シケイン前後に Q マグネットを配置することで Twiss パラメーターを合わせ、ビームの形状をほぼ同じにすることができた。この状態でブースター以降のセクションを通過させ、陽電子捕獲率を計算したところ、$\eta = 1.03$となり、陽電子捕獲率が減少してしまった。原因を探るために、ブースターで

のビームを調べたところブースターの初段の Q マグネットでビームが発散してしまい、捕獲されない陽電子が増加していた。ブースターの Q での Twiss パラメーターのマッチングがしっかりできていないため、このような事が起きたと考えられる。

第 4 章　マルチセルモデルにおける空洞電圧の過渡的変化

本研究で用いた APS 空洞は 21 セルで構成されている。加速管に RF を入力する際に、加速管と導波管を接続しなければいけない。図 4.1 に、APS 空洞の概要図を示す。

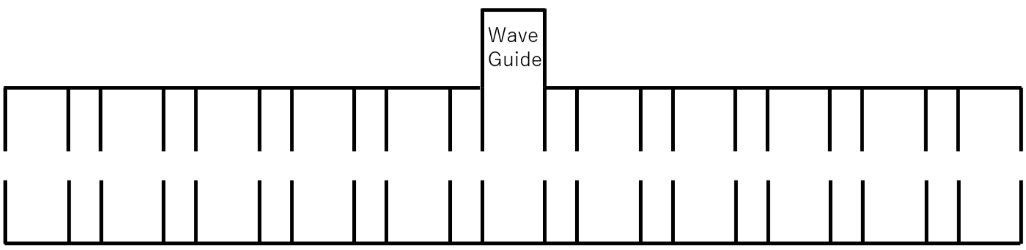


図 4.1　APS 空洞の概要図。加速セルが 11 セル、結合セルが 10 セルで、中央のセル(11 セル目)のみが導波管と接続されている。

図 4.1 より、導波管とつながっているセルは中央のセルのみで、このセルをカ

プラーセルと呼ぶ。また、それ以外の導波管とつながっていないセルをレギュラーセルと呼ぶ。そのため、レギュラーセルには隣り合ったセルから RF が伝播され電場が励起されるので、マルチセルの場合はセル同士の相互作用を含めて過渡的状態を計算しなければいけない。そこで APS 空洞の分散関係を求めたのと同じように、等価回路モデルを用いてマルチセルにおける空洞電圧を計算した[15]。図 4.2 に用いた等価回路モデルを示す。

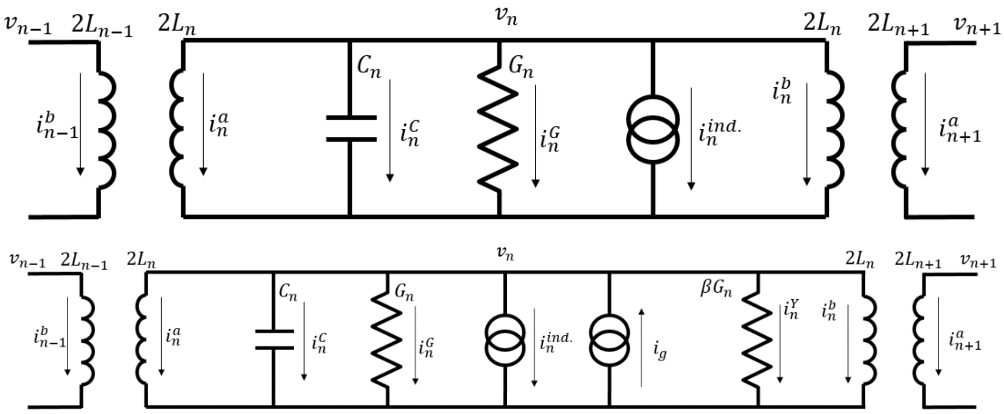


図 4.2　マルチセルにおける等価回路。上の図がレギュラーセルで下の図がカプラーセル。

図 4.2 で、上の等価回路がレギュラーセル、下の等価回路がカプラーセルとなっている。図 4.2 において、nはセルの番号を表しており、v_nはn番目のセルに生じる電圧、L_n、C_n、G_n、はそれぞれn番目のセルのリアクタンス、キャパシタンス、コンダクタンスである。リアクタンスとキャパシタンスで共振空洞を表しており、コンダクタンスは空洞壁での電力損失を表している。また、隣接

するセルとの相互作用は、

$$M_{n-1,n} = k\sqrt{4L_{n-1}L_n}\,,\ M_{n,n+1} = k\sqrt{4L_nL_{n+1}} \tag{4.1}$$

と、相互インダクタンスMで表される。kはセルの結合度であり、全てのセルで同様の値なので添え字はついていない。さらに、電流源を流れる電流$i_n^{ind.}$はn番目のセルに流れるビームローディング電流となっている。カプラーセルの場合はセルが導波管と接続しているので、導波管を表す回路素子が追加されている。それがi_gとβG_nである。i_gは RF の電流、βG_nは導波管のコンダクタンスである。βはカップリングβである。

この等価回路から導かれる回路方程式により空洞の電圧を求めていく。以下では、カプラーセルの場合で考える。図 4.2 より、導かれる回路方程式は、

$$i_g - i_n^{ind.} = i_n^a + i_n^C + i_n^G + i_n^Y + i_n^b \tag{4.2}$$

1

$$i_n^C = C_n\frac{dv_n}{dt} \tag{4.3}$$

$$i_n^G = G_nv_n \tag{4.4}$$

$$i_n^Y = \beta G_nv_n \tag{4.5}$$

$$v_n = 2L_n\frac{di_n^a}{dt} + M_{n-1,n}\frac{di_{n-1}^b}{dt} = 2L_n\frac{di_n^b}{dt} + M_{n,n+1}\frac{di_{n+1}^a}{dt} \tag{4.6}$$

また、回路素子は空洞のパラメーターを用いて以下の様に表される。

$$L_n = \frac{\left({}^{R}\!/_{Q}\right)_n}{\omega_n} \tag{4.7}$$

$$C_n = \frac{1}{\omega_n\left({}^{R}\!/_{Q}\right)_n} \tag{4.8}$$

$$G_n = \frac{1}{\left({}^{R}/_{Q}\right)_n Q_{0_n}} \tag{4.9}$$

ω_nはn番目のセルの共振周波数であり、

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}} \tag{4.10}$$

となる。ここで、加速セルと結合セルでは$\left({}^{R}/_{Q}\right)$及び Q 値が異なるので、nの添え字をつけている。インダクターに流れる電流をi_n^Lとすると、

$$i_n^L = i_n^a + i_n^b \tag{4.11}$$

となるので、(4.2)式は、

$$i_g - i_n^{ind.} = i_n^L + i_n^C + i_n^G + i_n^Y \tag{4.12}$$

ここで、電流と電圧を規格化した値

$$\hat{v}_n \equiv \sqrt{C_n} v_n = \frac{v_n}{\sqrt{\omega_n \left({}^{R}/_{Q}\right)_n}} \tag{4.13}$$

$$\hat{\imath}_n \equiv \sqrt{L_n} i_n = \sqrt{\frac{\left({}^{R}/_{Q}\right)_n}{\omega_n}}\, i_n \tag{4.14}$$

を定義すると、(4.3)~(4.6)及び(4.12)式は、

$$\hat{\imath}_n^C = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{v}_n}{dt} \tag{4.15}$$

$$\hat{\imath}_n^G = \frac{1}{Q_{0_n}}\hat{v}_n \tag{4.16}$$

$$\hat{\imath}_n^Y = \frac{\beta}{Q_{0_n}}\hat{v}_n \tag{4.17}$$

$$\frac{1}{2}\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.18}$$

$$\hat{\imath}_g - \hat{\imath}_n^{ind.} = \hat{\imath}_n^L + \hat{\imath}_n^C + \hat{\imath}_n^G + \hat{\imath}_n^Y \tag{4.19}$$

(4.18)式において、

$$\frac{1}{2}\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} \tag{4.20}$$

$$\frac{1}{2}\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.21}$$

とし、辺々の和をとると、

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} + \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.22}$$

(4.11)式より、

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d}{dt}(\hat{\imath}_n^L - \hat{\imath}_n^b) + \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt}$$

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.23}$$

ここで、(4.20)式において$n \to n+1$、(4.21)式において、$n \to n-1$とすると、

$$\frac{1}{2}\hat{v}_{n+1} = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} \tag{4.24}$$

$$\frac{1}{2}\hat{v}_{n-1} = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} \tag{4.25}$$

となる。ここで、各セルの共振周波数は一定なので全てω_nとした。この 2 式を用いて、(4.23)式から$\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt}$と$\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt}$を消去すると、

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} + k\left(\frac{1}{2}\hat{v}_{n-1} - k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt}\right) + k\left(\frac{1}{2}\hat{v}_{n+1} - k\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt}\right)$$

$\mathrm{k} \ll 1$よりk^2の項を無視すると、

$$\hat{v}_n - \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) = \frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} \tag{4.26}$$

(4.19)式を用いると、

$$\hat{v}_n - \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) = \frac{1}{\omega_n}\frac{d}{dt}\left(\hat{\imath}_g - \hat{\imath}_n^{ind.} - \hat{\imath}_n^C - \hat{\imath}_n^G - \hat{\imath}_n^Y\right) \tag{4.27}$$

(4.15)式より

$$\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^C}{dt}=\frac{1}{\omega_n^2}\frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2} \tag{4.28}$$

(4.16)式より

$$\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^G}{dt}=\frac{1}{\omega_n {Q_0}_n}\frac{d\hat{v}_n}{dt} \tag{4.29}$$

(4.17)式より

$$\frac{1}{\omega_n}\frac{d\hat{\imath}_n^Y}{dt}=\frac{\beta}{\omega_n {Q_0}_n}\frac{d\hat{v}_n}{dt} \tag{4.30}$$

よって、(4.27)式は、

$$\hat{v}_n-\frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1}+\hat{v}_{n+1})=\frac{1}{\omega_n}\frac{d\left(\hat{\imath}_g-\hat{\imath}_n^{ind.}\right)}{dt}-\frac{1}{\omega_n^2}\frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2}-\frac{1+\beta}{\omega_n {Q_0}_n}\frac{d\hat{v}_n}{dt}$$

$$\frac{1}{\omega_n^2}\frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2}+\frac{1+\beta}{\omega_n {Q_0}_n}\frac{d\hat{v}_n}{dt}+\hat{v}_n=\frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1}+\hat{v}_{n+1})+\frac{1}{\omega_n}\frac{d\left(\hat{\imath}_g-\hat{\imath}_n^{ind.}\right)}{dt} \tag{4.31}$$

となり、n番目のセルにおける電圧の微分方程式を得られた。(4.31)式を見ると、左辺はn番目のセルの二階微分と一階微分とそのままの値、右辺は両隣の電圧とRF による電流とビームローディング電流によって表されている。

次に、電圧と電流は全て、角周波数ωの sin 関数で振動しているので、

$$\hat{v}(t)=\hat{V}(t)e^{i\omega t} \tag{4.32}$$

$$\hat{\imath}(t)=\hat{I}(t)e^{i\omega t} \tag{4.33}$$

と表すことができる。iは虚数単位である。この表記にすることで以下では電圧と電流の振幅のみで計算できる。$\hat{v}'\equiv\frac{d\hat{v}}{d\theta}=\frac{dt}{d\theta}\frac{d\hat{v}}{dt}=\frac{1}{\omega}\frac{d\hat{v}}{dt}$と定義すると、

$$\hat{v}'(t)=\frac{1}{\omega}\frac{d}{dt}\left(\hat{V}(t)e^{i\omega t}\right)$$

$$=\frac{1}{\omega}\left[\frac{d\hat{V}(t)}{dt}e^{i\omega t}+i\omega\hat{V}(t)e^{i\omega t}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{\omega} \frac{d\hat{V}(t)}{dt} + i\hat{V}(t) \right) e^{i\omega t}$$

$$\hat{v}'(t) = \left(\hat{V}'(t) + i\hat{V}(t) \right) e^{i\omega t} \tag{4.33}$$

及び、

$$\hat{v}''(t) = \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left[\left(\hat{V}'(t) + i\hat{V}(t) \right) e^{i\omega t} \right]$$

$$= \frac{1}{\omega} \left[\left(\frac{d\hat{V}'(t)}{dt} + i \frac{d\hat{V}(t)}{dt} \right) e^{i\omega t} + \left(\hat{V}'(t) + i\hat{V}(t) \right) i\omega e^{i\omega t} \right]$$

$$= \left(\frac{1}{\omega} \frac{d\hat{V}'(t)}{dt} + i \frac{1}{\omega} \frac{d\hat{V}(t)}{dt} + i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t) \right) e^{i\omega t}$$

$$= \left(\hat{V}''(t) + i\hat{V}'(t) + i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t) \right) e^{i\omega t}$$

$$\hat{v}''(t) = \left(\hat{V}''(t) + 2i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t) \right) e^{i\omega t} \tag{4.34}$$

となる。電流についても同じ方法で微分し、(4.33)、(4.34)式を(4.31)式に代入すると、

$$\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \left(\hat{V}_n{}'' + 2i\hat{V}_n{}' - \hat{V}_n \right) + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}} \frac{\omega}{\omega_n} \left(\hat{V}_n{}' + i\hat{V}_n \right)$$
$$= \frac{1}{2} k \left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1} \right) + \frac{\omega}{\omega_n} \left[\hat{I}_g' - \hat{I}_n^{ind.\prime} + i \left(\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.} \right) \right]$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \hat{V}_n{}'' + \left(2i \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}} \frac{\omega}{\omega_n} \right) \hat{V}_n{}' + \left(i \frac{1+\beta}{Q_{0_n}} \frac{\omega}{\omega_n} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) \hat{V}_n$$
$$= \frac{1}{2} k \left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1} \right) + \frac{\omega}{\omega_n} \left[\hat{I}_g' - \hat{I}_n^{ind.\prime} + i \left(\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.} \right) \right]$$

$$\hat{V}_n{}'' + \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\frac{\omega_n}{\omega}\right)\hat{V}_n{}' + \left(i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\frac{\omega_n}{\omega} + \frac{\omega_n^2}{\omega^2} - 1\right)\hat{V}_n$$
$$= \frac{1}{2}k\frac{\omega_n^2}{\omega^2}\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\right) + \frac{\omega_n}{\omega}\left[\hat{I}_g' - \hat{I}_n^{ind.'} + i\left(\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.}\right)\right] \tag{4.35}$$

ここで、$\omega_n \approx \omega$より、$\frac{\omega_n}{\omega} = \frac{\omega_n^2}{\omega^2} = 1$とし、$\frac{\omega_n^2}{\omega^2} - 1$について、

$$\frac{\omega_n^2}{\omega^2} - 1 = \frac{\omega_n^2 - \omega^2}{\omega^2} = \frac{(\omega_n + \omega)(\omega_n - \omega)}{\omega^2}$$
$$\approx \frac{2\omega(\omega_n - \omega)}{\omega^2}$$
$$= 2\frac{\omega_n - \omega}{\omega}$$
$$\frac{\omega_n^2}{\omega^2} - 1 = 2\delta_n \tag{4.36}$$

と近似すると、(31)式は、

$$\hat{V}_n{}'' + \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)\hat{V}_n{}' + \left(i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}} - 2\delta_n\right)\hat{V}_n$$
$$= \frac{1}{2}k\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\right) + \left(\hat{I}_g' - \hat{I}_n^{ind.'}\right) + i\left(\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.}\right) \tag{4.37}$$

となる。δ_nは離調と呼ばれるもので空洞の周波数と RF の周波数の差を表している。(4.37)式は電圧、電流ともに振幅のみを取り出した微分方程式となっている。

次に、(4.37)式を解くために、有限差分近似を用いる。有限差分近似とはある関数を任意の点で数値的に計算する方法である[16]。

1. $\hat{V}(\theta)$ただし、$(\theta = \omega t)$の関数において、独立変数θを離散化し、格子点を作る。この時、隣り合う格子点の幅は$\Delta\theta$であるとする。
2. m番目の格子点θ_mにおける関数の値を$\hat{V}_n^m(\theta)$と定義する。
3. 格子点$\theta = \theta_m$での関数$\hat{V}_n^m(\theta)$の微分をその周囲の格子点での関数の値

$\hat{V}_n^{m-1}(\theta)$、$\hat{V}_n^{m+1}(\theta)$を用いて近似する。

図 4.3 に有限差分近似の概念図を示す。

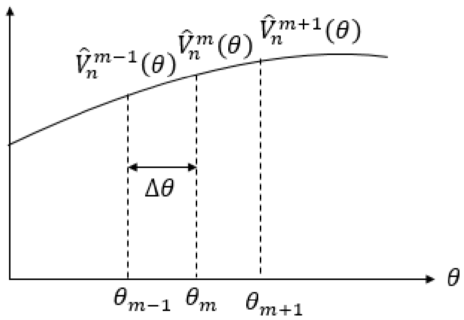


図 4.3　変数の離散化の概要図。横軸はθ縦軸は$\hat{V}(\theta)$。θを離散化し格子点を作り、格子点の間隔を$\Delta\theta$とする。

ここで、$\Delta\theta = \omega\Delta t$となるので$\Delta\theta$はタイムステップを表す。まず、$\theta = \theta_m$の点の周りで$\hat{V}_n^{m+1}(\theta)$と$\hat{V}_n^{m-1}(\theta)$を二次の項までテイラー展開する。

$$\hat{V}_n^{m+1}(\theta) = \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m+1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\theta_{m+1} - \theta_m)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m}$$

$$= \hat{V}_n^{m}(\theta) + \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\Delta\theta)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \tag{4.38}$$

$$\hat{V}_n^{m-1}(\theta) = \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m-1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\theta_{m-1} - \theta_m)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m}$$

$$= \hat{V}_n^{m}(\theta) - \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\Delta\theta)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \tag{4.39}$$

(4.38)式と(4.39)式の差をとると、

$$\hat{V}_n^{m+1}(\theta) - \hat{V}_n^{m-1}(\theta) = 2\Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m}$$

$$\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) - \hat{V}_n^{m-1}(\theta)}{2\Delta\theta} \tag{4.40}$$

(4.38)式と(4.39)式の和をとると、

$$\hat{V}_n^{m+1}(\theta) + \hat{V}_n^{m-1}(\theta) = 2\hat{V}_n^{m}(\theta) + (\Delta\theta)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m}$$

$$\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) + \hat{V}_n^{m-1}(\theta) - 2\hat{V}_n^{m}(\theta)}{(\Delta\theta)^2} \tag{4.41}$$

となる。(4.40)、(4.41)式を(4.37)式に代入すると、

$$\begin{aligned}\frac{\hat{V}_n^{m+1} + \hat{V}_n^{m-1} - 2\hat{V}_n^{m}}{(\Delta\theta)^2} &+ \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)\frac{\hat{V}_n^{m+1} - \hat{V}_n^{m-1}}{2\Delta\theta} + \left(i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}} - 2\delta_n\right)\hat{V}_n^{m} \\ &= \frac{1}{2}k\left(\hat{V}_{n-1}^{m} + \hat{V}_{n+1}^{m}\right) + \frac{\hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1\,ind.} - \left(\hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1\,ind.}\right)}{2\Delta\theta} \\ &\quad + i\left(\hat{I}_g^{m} - \hat{I}_n^{m\,ind.}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\left[\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)\right]\hat{V}_n^{m+1} + \left[-\frac{2}{(\Delta\theta)^2} + i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}} - 2\delta_n\right]\hat{V}_n^{m} \\ &\qquad + \left[\frac{1}{(\Delta\theta)^2} - \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)\right]\hat{V}_n^{m-1} \\ &= \frac{1}{2}k\hat{V}_{n-1}^{m} + \frac{1}{2}k\hat{V}_{n+1}^{m} + \frac{\hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1\,ind.}}{2\Delta\theta} - \frac{\hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1\,ind.}}{2\Delta\theta} + i\left(\hat{I}_g^{m} - \hat{I}_n^{m\,ind.}\right)\end{aligned} \tag{4.42}$$

(4.42)式から、$\hat{V}_n$における漸化式が導かれる。

$$\hat{V}_n^{\ m+1} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{V}_{n-1}^m \\ \hat{V}_n^{\ m} \\ \hat{V}_{n+1}^{\ m} \\ \hat{V}_n^{\ m-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1\,ind.} \\ \hat{I}_g^m - \hat{I}_n^{m\,ind.} \\ \hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1\,ind.} \end{pmatrix} \tag{4.43}$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.44}$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2} - i\frac{1+\beta}{Q_{0_n}} + 2\delta_n}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.45}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.46}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right) - \frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.47}$$

$$b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.48}$$

$$b_2 = \frac{i}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.49}$$

$$b_3 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\right)} \tag{4.50}$$

これがカプラーセルにおける電圧の漸化式である。レギュラーセルの場合は、$\hat{I}_g = 0$かつ$\beta = 0$とすればよい。

この漸化式を用いて空洞の電圧を計算した。まずは、シングルセルを考える。シングルセルの場合、カプラーセルのみを考え、隣のセルとの相互作用は

ないので、$k=0$、すなわち、$a_1=a_3=0$とすればよい。表 4.1 に空洞のパラメーターと計算パラメーターを示す。

表 4.1　シングルセルモデルにおける空洞と計算パラメーター

パラメーター	値
周波数[MHz]	1300
k	0
Q_0	2.47×10^4
$\left({}^{R}/_{Q}\right)$[Ohm]	1.41×10^2
δ_n	0
$\Delta\theta$	0.82
P_{in}[MW]	2.05
$i^{ind.}$[A]	1.00

表 4.1 において、Q_0及び$\left({}^{R}/_{Q}\right)$は加速セルの値である。また、RF の周波数と空洞の周波数を合わせているので$\delta_n=0$となっている。$\Delta\theta$は、タイムステップに直すと 0.1nsec である。加速管 1 本あたりの入力パワーは 22.5MW としており、シングルセルなのでP_{in}は 11 で割った値である。加速管は 21 セルで構成

されているので 21 で割るべきと思われるが、パワーを落とすセルは加速セル 11 セルのみなので 21 ではなく 11 で割っている。$i^{ind.}$はビームローディング電流で、規格化していない値で 1A とした。

図 4.4 に、カップリングβを変えた時の、RF のみを入力した場合の空洞電圧を示す。

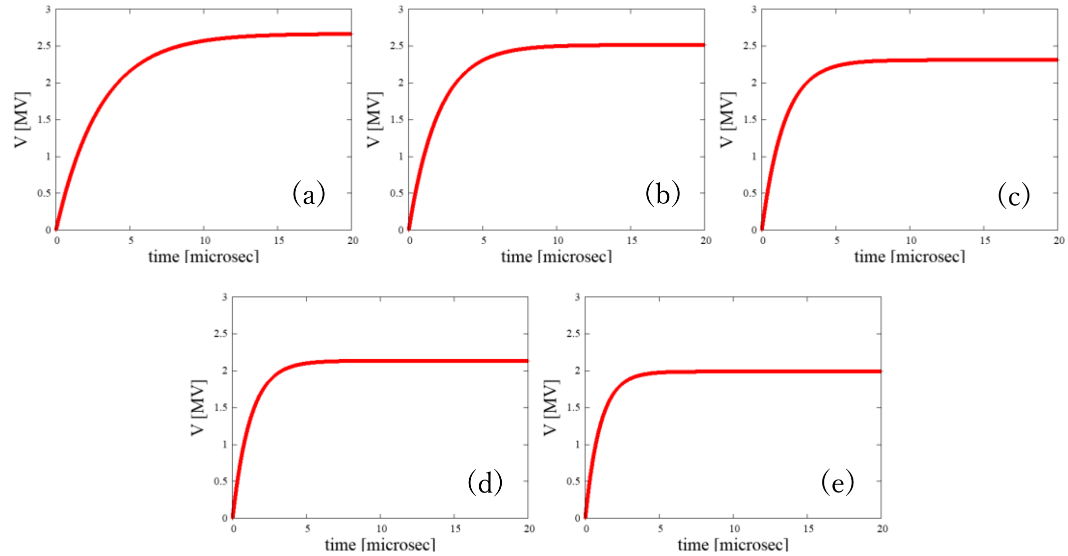


図 4.4　カップリングβを変えた時の空洞電圧の時間発展。横軸は RF の入力を開始してからの時間、縦軸は空洞電圧。RF のみを入力した場合。
カップリングβが(a)$\beta = 1$、(b) $\beta = 2$、(c) $\beta = 3$、(d) $\beta = 4$、(e) $\beta = 5$の場合。

図 4.4 において、横軸は RF の入力を開始してからの時間で、$t = 0$で RF の入力を開始している。縦軸は空洞電圧で、規格化していない値である。カップリングβは、(a)$\beta = 1$、(b) $\beta = 2$、(c) $\beta = 3$、(d) $\beta = 4$、(e) $\beta = 5$となってい

る。βが大きいという事は内部のパワーをより外部へ出すので、空洞の電圧は低くなる。

　次にビームのみを通過させた場合の結果を示す。

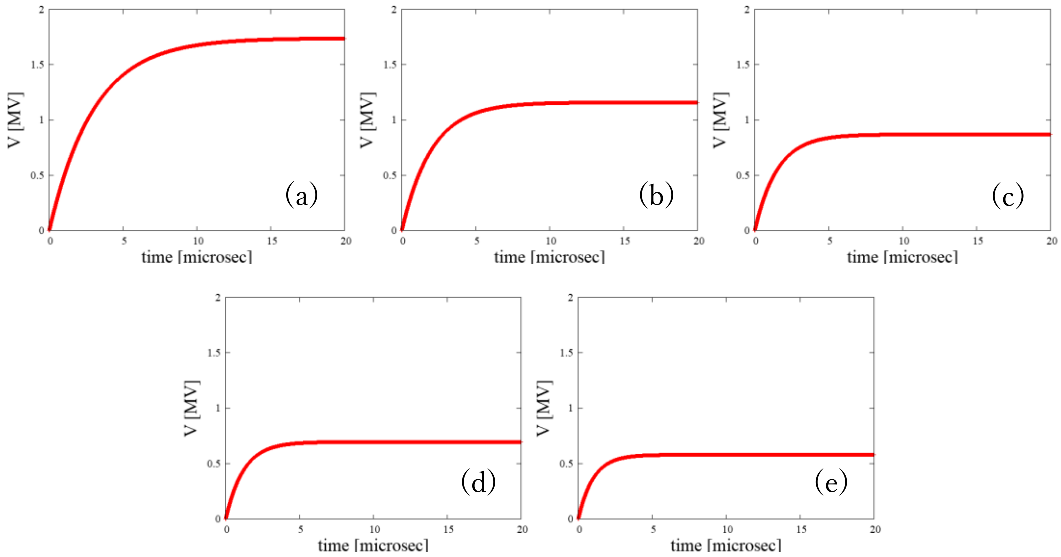


図 4.5　カップリングβを変えた時の空洞電圧の時間発展。ビームのみを入力した場合。カップリングβが(a)$\beta = 1$、(b) $\beta = 2$、(c) $\beta = 3$、(d) $\beta = 4$、(e) $\beta = 5$の場合。

図 4.5 において、$t = 0$からビームローディング電流は 1A とした。ビームを入力した場合も RF の場合と同様にカップリングβが大きいと電圧が低くなる。

　次に、電圧と時定数それぞれのカップリングβ依存性を示す。

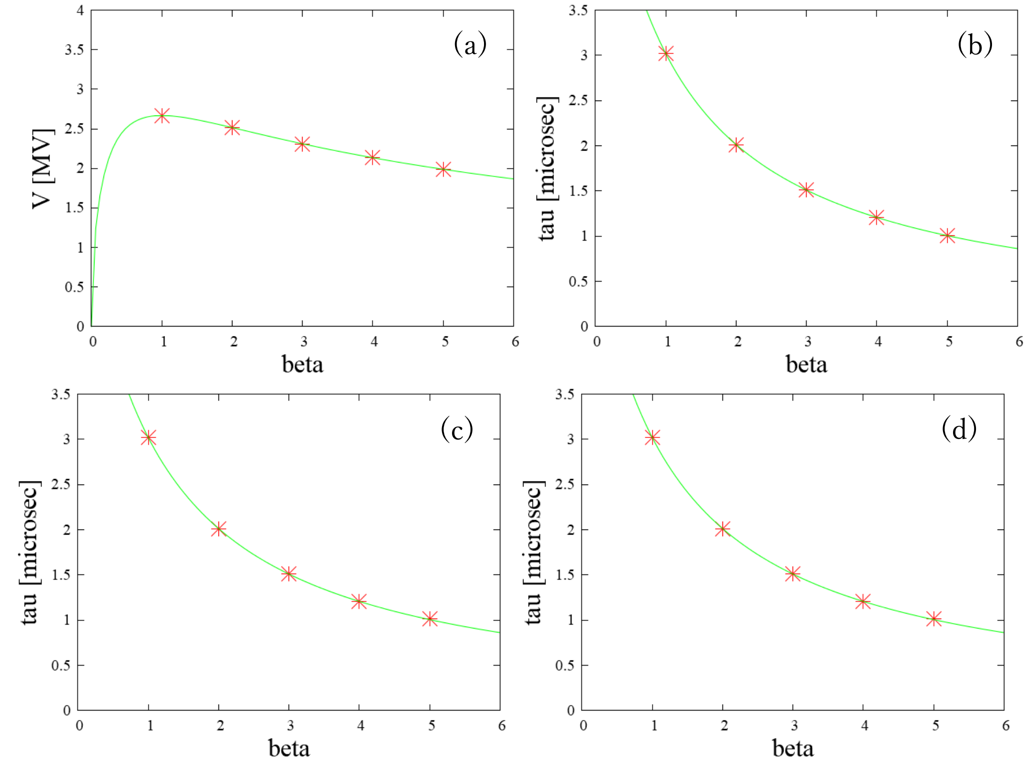


図 4.6　電圧と時定数のカップリングβ依存性。横軸はカップリングβ、縦軸が電圧、または時定数。赤い点が計算結果。(a)RF のみを入力した場合の電圧のカップリングβ依存性、(b)RF のみを入力した場合の時定数のカップリングβ依存性、(c)ビームのみを入力した場合の電圧のカップリングβ依存性、(d)ビームのみを入力した場合の時定数のカップリングβ依存性。

図 4.6 において、横軸はカップリングβ、縦軸は電圧または時定数である。シングルセルモデルでは(2.28)式より、RF による電圧は$\sqrt{\beta}/_{1+\beta}$に、ビームによる電圧は$1/_{1+\beta}$に、時定数は両方とも$1/_{1+\beta}$に比例する。これらの比例関数をプロットしたものが緑の線で赤い点が計算結果である。(a)は RF のみを入力した場合の電圧のカップリングβ依存性、(b)は RF のみを入力した場合の時定数のカップリングβ依存性、(c)はビームのみを入力した場合の電圧のカップ

リングβ依存性、(d)はビームのみを入力した場合の時定数のカップリングβ依存性である。図より、カップリングβ依存性は(2.28)式のと一致している。そのため、この等価回路モデルでの電圧計算は正確な計算であると言える。

次に、マルチセルモデルにおける空洞電圧の過渡的状態を調べた。図 4.1 の様な加速管を想定して計算した。シングルセル同様、パラメーターを以下に示す。

表 4.2　マルチセルモデルにおける空洞と計算パラメーター

パラメーター	値	
	加速セル	結合セル
周波数[MHz]	1300	
k	0.035	
Q_0	2.47×10^4	9.06×10^5
$\left({}^{R}/_{Q}\right)$[Ohm]	1.41×10^2	2.96×10^1
δ_n	0	
$\Delta\theta$	0.82	
P_{in}[MW]	22.5	
$i^{ind.}$[A]	1.00	

表 4.2 において、シングルセルと異なる点は加速セルと結合セルが存在するのでそれぞれの空洞パラメーターを用いたこと、セル間の結合があるので結合度kが有限であること、入力パワーが加速管 1 本あたりの値であることである。そのほかはシングルセルと変化はない。図 4.7 にマルチセルモデルにおける RF のみを入力した場合の各セルの電圧の時間発展を示す。この時、カップリングβは$\beta = 5$とした。

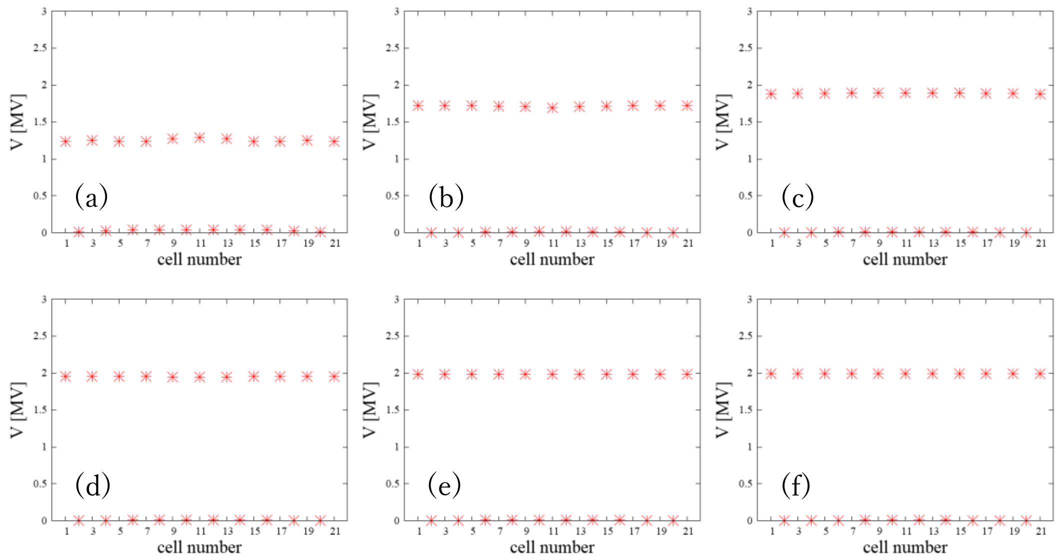


図 4.7　RF のみを入力した場合の各セルに生じる電圧。横軸はセル番号、縦軸は電圧である。奇数番目のセルは加速セル、偶数番目のセルは結合セル。RF の入力を開始してから(a)1μsec 後、(b)2μsec 後、(c)3μsec 後、(d)4μsec 後、(e)6μsec 後、(f)10μsec 後。

図 4.7 において、横軸はセル番号、縦軸は電圧である。奇数番目のセルが加速

セルで偶数番目のセルが結合セルである。また、11 番目のセルがカプラーセルとなっている。RF は中央のカプラーセルから空洞内に入り、そこから左右に伝搬するので電圧は左右で対称性を持つ。また、結合セルには電圧がほとんど生じていない。加速セルの電圧は、全ての時間でほぼ均一となっている。この結果について、群速度を用いて考察する。APS 空洞の群速度は、(2.11)式の様に表され、加速セルと結合セルで周波数、結合度ともに同じなので、(2.11)式は、

$$\frac{\partial\omega}{\partial\phi} = \pm\frac{\omega k}{4\omega\sqrt{1+k}} \tag{4.51}$$

となる。この式から、群速度は$0.037c$となる。cは光速である。また、APS 空洞 1 本あたりの長さは表 3.1 より 1.243m である。よって、加速管の端から中央までの距離は 0.63m なので、RF がこの距離を移動するのにかかる時間は、およそ 56.8nsec となる。これは図 4.6(b)の RF による電圧の時定数 1.02μsec よりも十分小さい。つまり、導波管から RF が伝播する時間よりも速く空洞の端に RF が伝わるのでこのように均一性が見られている。

　次に、ビームのみを入力した場合の結果を示す。この時、ビームは加速管の左から通過させる。すなわち 1 番目のセルから順にビームが通過する。また、セル間の位相差を考慮する必要があるため、

$$i_n^{ind.} = I_0 e^{i\frac{n-11}{2}\pi} \tag{4.52}$$

とした。nはセルの番号で、$e^{i\frac{n-11}{2}\pi}$は$^{\pi}/_{2}$モードの空洞のセル間の位相差を表す項である。

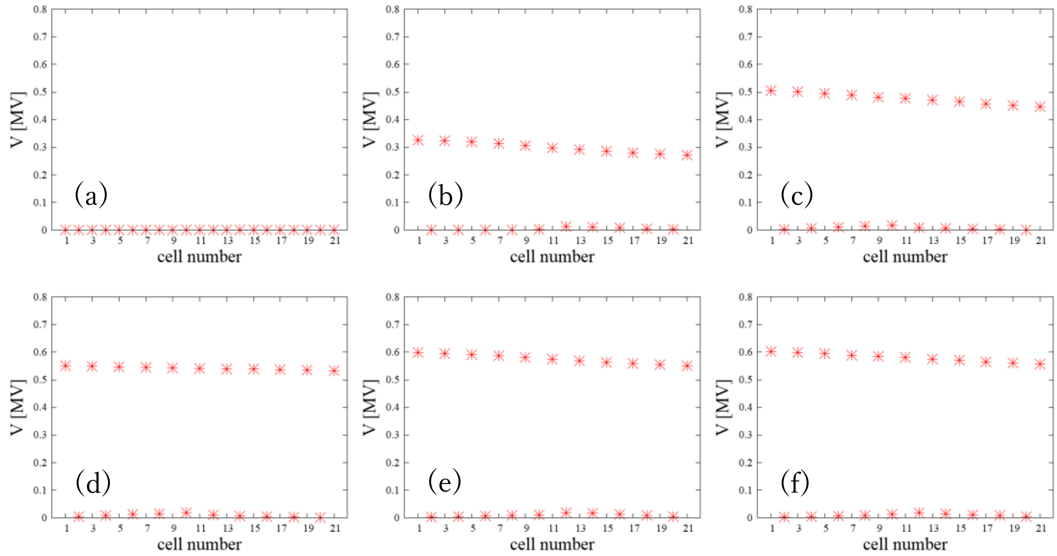


図 4.8　ビームのみを入力した場合の各セルに生じる電圧。
ビームの入力を開始してから(a)1μsec 後(b)2μsec 後 (c)3μsec 後
(d)4μsec 後 (e)6μsec 後 (f)10μsec 後

図 4.8 を見ると、RF を入力した場合とは異なり、加速セルの電圧にスロープが見られた。この違いについて考察する。等価回路から得られる微分方程式を先ほどとは別の解き方で解く[17]。(4.31)式において、まず、$\hat{\imath}_g - \hat{\imath}_n^{ind.} = 0$、$\theta = \omega t$とすると、

$$\frac{d^2\hat{v}_n}{d\theta^2} + \frac{1+\beta}{Q_{0_n}}\frac{d\hat{v}_n}{d\theta} + \hat{v}_n = \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) \tag{4.53}$$

Q 値は大きいので、この項を無視すると、

$$\frac{d^2\hat{v}_n}{d\theta^2} + \hat{v}_n = \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) \tag{4.54}$$

これを解くために$\hat{v}_n = u_n e^{-i\lambda\theta}$とすると、

$$-\lambda^2 u_n + u_n = \frac{1}{2}k(u_{n-1} + u_{n+1}) \tag{4.55}$$

これは 3 項間漸化式なので、$u_n \propto \rho^n$とすると、

$$-(\lambda^2 - 1)\rho^n = \frac{1}{2}k(\rho^{n-1} + \rho^{n+1})$$

$$\rho^2 - \frac{2}{k}(1 - \lambda^2)\rho + 1 = 0 \tag{4.56}$$

この解は、

$$\rho_{1,2} = \frac{(1 - \lambda^2)}{k} \pm \sqrt{\left[{(1-\lambda)^2}/{k}\right]^2 - 1} \tag{4.57}$$

一般解は

$$u_n = A\rho_1^n + B\rho_2^n \tag{4.58}$$

また、0 番目のセルは存在しないので、境界条件$u_0 = 0$より、$A = -B$なので、

$$u_n \propto \rho_1^n - \rho_2^n \tag{4.59}$$

Nがセル数なので$u_{N+1} = 0$より、$\rho_1^{N+1} = \rho_2^{N+1}$であり、この一般解は、

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = e^{i\frac{\pi\alpha}{N+1}} \tag{4.60}$$

これより、

$$\lambda_\alpha = \sqrt{1 - k\cos\mu_a} \tag{4.61}$$

対応する固有ベクトルは、

$$u_n \propto \rho_1^n - \rho_2^n = e^{in\mu_\alpha} - e^{-in\mu_\alpha} = \sin(n\mu_\alpha) \tag{4.62}$$

よって、

$$\hat{v}_n = \sin(n\mu_a)\, e^{\pm i\lambda_\alpha\theta} \tag{4.63}$$

ここで、$\mu_\alpha = \frac{\pi\alpha}{N+1}$である。次に、Q 値の項を含めて考える。上式で$\lambda^2 - 1 \rightarrow$

$\lambda^2 + i\frac{(1+\beta)\lambda}{Q_0} - 1$とすれば良いので、

$$\lambda_\alpha = -i\frac{1+\beta}{2Q_0} \pm \sqrt{1 - \frac{(1+\beta)^2}{4Q_0^2} - k\cos\mu_a} \qquad (4.64)$$

$\frac{1}{4Q_0^2} \ll 1$なので無視すると、

$$\lambda_\alpha = -\frac{i}{2Q_0} \pm \sqrt{1 - k\cos\mu_a}$$

となるので、Q 値の項の影響は全てのモードに$e^{-\theta/2Q_0}$がかかるだけである。

以上より、$\hat{v}_n$の一般項は、

$$\hat{v}_n = e^{-\frac{\omega t}{2Q_0}} \sum_{\alpha=1}^{N} \sin(n\mu_\alpha)\left(A_\alpha e^{i\lambda_\alpha \omega t} + B_\alpha e^{-i\lambda_\alpha \omega t}\right) \qquad (4.65)$$

となる。$\alpha = 1,2,\cdots N$であり、$\alpha = 11$とすれば π/2 モードでの電圧が求まる。

その時の電圧は、

$$\hat{v}_n = e^{-\frac{\omega t}{2Q_0}}\left(Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}\right) \qquad (4.66)$$

これを用いてスロープの原因について考える。定常状態での電圧は上式より、

$$\hat{v}_n = \tilde{v}_n e^{i\omega t} \qquad (4.67)$$

また、ビームローディング電流は、

$$\hat{\imath}_n^{ind.} = I_0 e^{i\omega t} e^{i\frac{n-11}{2}\pi} \qquad (4.68)$$

とする。これらを微分方程式に代入すると、

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_n - \frac{1}{2}k(\tilde{v}_{n-1} + \tilde{v}_{n+1}) = iI_0 e^{i\frac{n-11}{2}\pi} \qquad (4.69)$$

この式から各セルの電圧を求める。例として、$1 \leq n \leq 5$の範囲で考えると、

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_1-\frac{1}{2}k\tilde{v}_2=-iI_0 \tag{4.70}$$

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_2-\frac{1}{2}k(\tilde{v}_1+\tilde{v}_3)=I_0 \tag{4.71}$$

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_3-\frac{1}{2}k(\tilde{v}_2+\tilde{v}_4)=iI_0 \tag{4.72}$$

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_4-\frac{1}{2}k(\tilde{v}_3+\tilde{v}_5)=-I_0 \tag{4.73}$$

$$i\frac{1+\beta}{Q_0}\tilde{v}_5-\frac{1}{2}k\tilde{v}_4=-iI_0 \tag{4.74}$$

上式より、各セルの電圧は以下の様になる。

$$\tilde{v}_1=-\frac{Q_0}{1+\beta}\left[1+\frac{2k\frac{Q_0}{1+\beta}}{4+\left(k\frac{Q_0}{1+\beta}\right)^2}\right]I_0 \tag{4.75}$$

$$\tilde{v}_2=-i\frac{Q_0}{1+\beta}\frac{4}{4+\left(k\frac{Q_0}{1+\beta}\right)^2}I_0 \tag{4.76}$$

$$\tilde{v}_3=\frac{Q_0}{1+\beta}I_0 \tag{4.77}$$

$$\tilde{v}_4=i\frac{Q_0}{1+\beta}\frac{4}{4+\left(k\frac{Q_0}{1+\beta}\right)^2}I_0 \tag{4.78}$$

$$\tilde{v}_5=-\frac{Q_0}{1+\beta}\left[1-\frac{2k\frac{Q_0}{1+\beta}}{4+\left(k\frac{Q_0}{1+\beta}\right)^2}\right]I_0 \tag{4.79}$$

偶数番目のセルを結合セルとすればQ_0が十分大きいので、

$$|\tilde{v}_2|=|\tilde{v}_4|\approx 0 \tag{4..80}$$

奇数セルについては、上式より、

$$|\tilde{v}_1|>|\tilde{v}_3|>|\tilde{v}_5| \tag{4.81}$$

となり、図の時間発展と同じ結果となっている。

最後に、マルチセルモデルとシングルセルモデルの比較を示す。

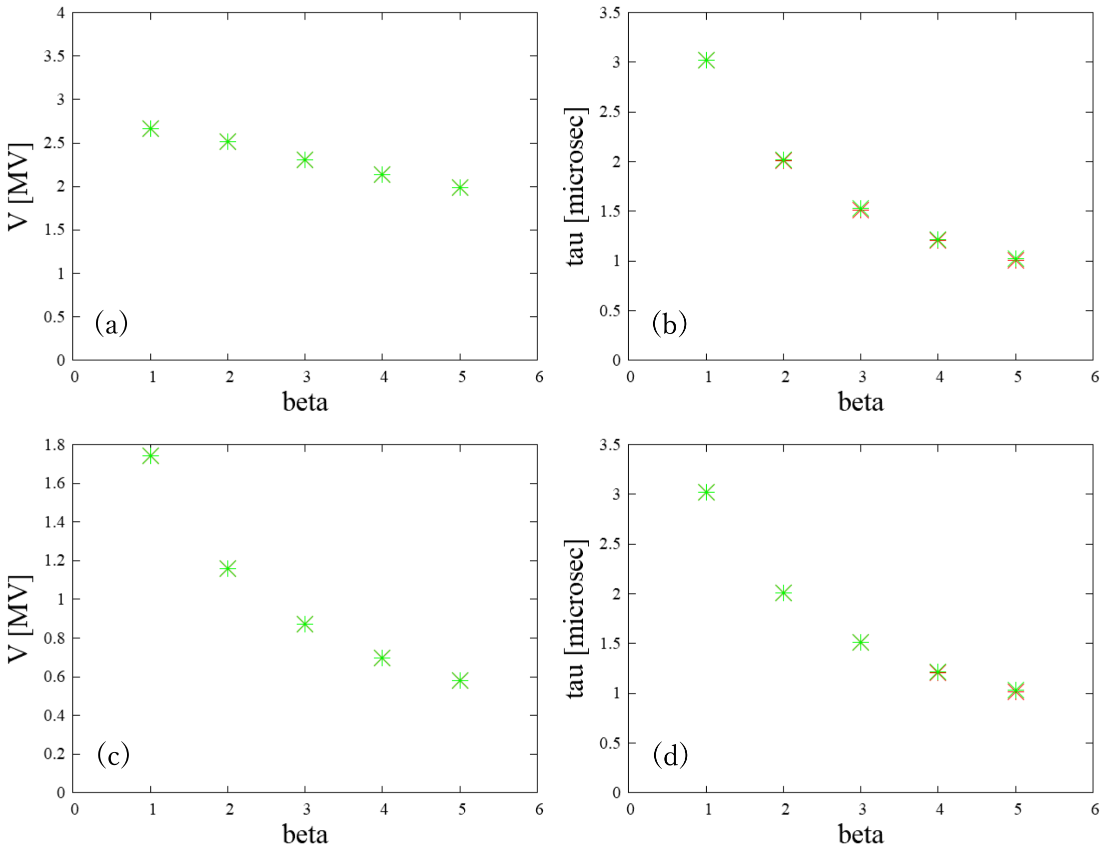


図 4.9　シングルセルモデルとマルチセルモデルの比較。マルチセルモデルの結果はセル 1 つ分の値である。赤がシングルセルモデル、緑がマルチセルモデル。(a)RF のみを入力した場合の電圧の比較、(b)RF のみを入力した場合の時定数の比較、(c)ビームのみを入力した場合の電圧の比較、(d)はビームのみを入力した場合の電圧の比較。

図 4.9 はシングルセルモデルとマルチセルモデルを比較した結果である。赤がシングルセルモデルで緑がマルチセルモデル。横軸はカップリングβ、縦軸は電圧または時定数である。(a)RF のみを入力した場合の電圧の比較、(b)RF のみを入力した場合の時定数の比較、(c)ビームのみを入力した場合の電圧の比

較、(d)ビームのみを入力した場合の時定数の比較である。すべての結果において、2 つのモデルでほぼ同じ値が得られた。

以上より、等価回路モデルを用いてシングルセルおよびマルチセルでの空洞電圧の過渡的状態を計算できた。

第 5 章　ビームローディング補償

5.1　On-crest でのビームローディング補償

シングルセルの場合、空洞電圧は以下のようになる。

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}\left(1 - e^{\frac{t-t_0}{\tau}}\right) - \frac{r_s L}{1+\beta} I \left(1 - e^{\frac{t-t_b}{\tau}}\right) e^{i\varphi} \tag{5.1}$$

この式の$e^{i\varphi}$は RF に対するビームの相対位相である。$\varphi = 0$となれば on-crest、$\varphi \neq 0$となれば off-crest である。また、この電圧は(4.32)式における振幅項を表している。RF による電圧とビームによる電圧は同じ時定数で変化していく。そのため、on-crest の場合は RF による電圧とビームによる電圧の変化量が等しくなれば空洞電圧は一定となる。その条件は、

$$\frac{dV}{dt} = 0 \tag{5.2}$$

$$V_{RF} e^{\frac{t_0}{\tau}} - V_{beam} e^{\frac{t_b}{\tau}} = 0$$

$$e^{\frac{t_b}{\tau}} = \frac{V_{RF}}{V_{beam}} e^{\frac{t_0}{\tau}}$$

$$t_b = \tau \ln \frac{V_{RF}}{V_{beam}} + t_0 \tag{5.3}$$

ここで、$V_{RF} = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}$、$V_{beam} = \frac{r_s L}{1+\beta} I$である。すなわち、$V_{RF}$は RF による電圧の漸近値、$V_{beam}$はビームによる電圧の漸近値である。(5.3)式より、空洞の時定数、RF およびビームによる電圧の漸近値が分かればビームの入力を開始する時間を調整するだけで on-crest でのビームローディング補償が可能である。図 5.1 に(5.3)式で求めたt_bでビームを入力した結果を示す。

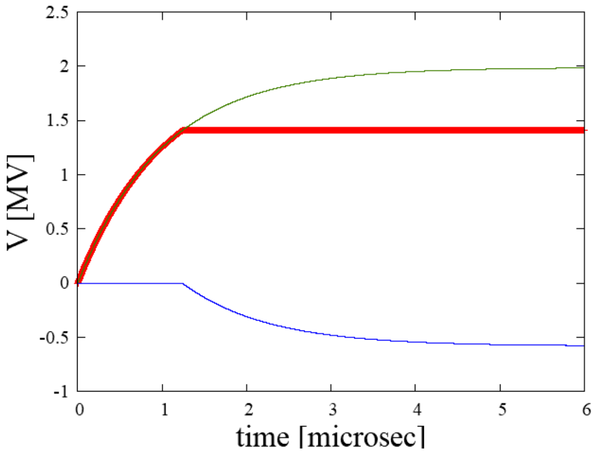
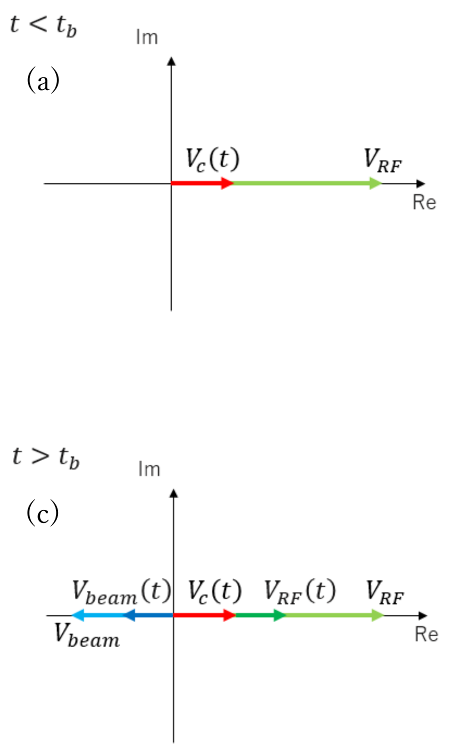


図 5.1　シングルセルにおける on-crest でのビームローディング補償の結果。横軸は RF の入力を開始してからの時間、縦軸は電圧。緑は RF による電圧、青はビームによる電圧、赤は空洞電圧。

図 5.1 の横軸は RF の入力を開始してからの時間、縦軸は電圧である。緑の線が RF による電圧、青の線がビームによる電圧、赤の線が空洞電圧であり、2 つの電圧の和で表される。(5.3)式で求めたt_bにビームの入力を開始した際の空

洞電圧を示す。この時、$t_b = 1.24\mu sec$である。図より、$t > t_b$で空洞電圧が一定となっている。On-crest の場合は(5.3)の条件でビームローディング補償が可能である。

次に、off-crest でのビームローディング補償を考える。その前に、電圧の過渡的変化を複素平面を用いて考える。On-crest の場合の変化を次に示す。



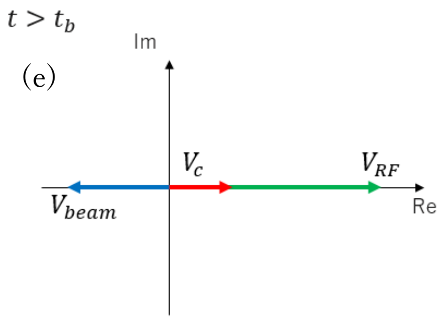


図 5.2　複素平面における空洞の電圧。V_{RF}、V_{beam}、V_cはそれぞれ RF による電圧、ビームによる電圧、空洞電圧の漸近値、$V_{RF}(t)$、$V_{beam}(t)$、$V_c(t)$はそれぞれある時間tにおける RF による電圧、ビームによる電圧、空洞電圧の瞬時値である。

図 5.2 において、横軸は実軸、縦軸は虚軸である。RF の入力を開始すると、空洞の電圧の瞬時値$V_c(t)$は RF による電圧の漸近値V_{RF}に向かって増加していく(a)。$t = t_b$となると、ビームの入力を開始するため、ビームによる電圧の瞬時値$V_{beam}(t)$がビームによる電圧の漸近値V_{beam}に向かって増加していく(c)。この時、V_{RF}とV_{beam}の方向は逆方向となっている。その後、RF による電圧の瞬時値$V_{RF}(t)$と、$V_{beam}(t)$は各方向に向かって増加していくが、増加量が等しいので$V_c(t)$の変化量は 0 となり、常に一定となっている(d)。定常状態になると各電圧が漸近値に近づき、空洞電圧もV_cで定常値になる(e)。

以上が複素平面上で考える on-crest でのビームローディング補償の方法である。Off-crest の場合もこの方法でビームローディング補償を試す。

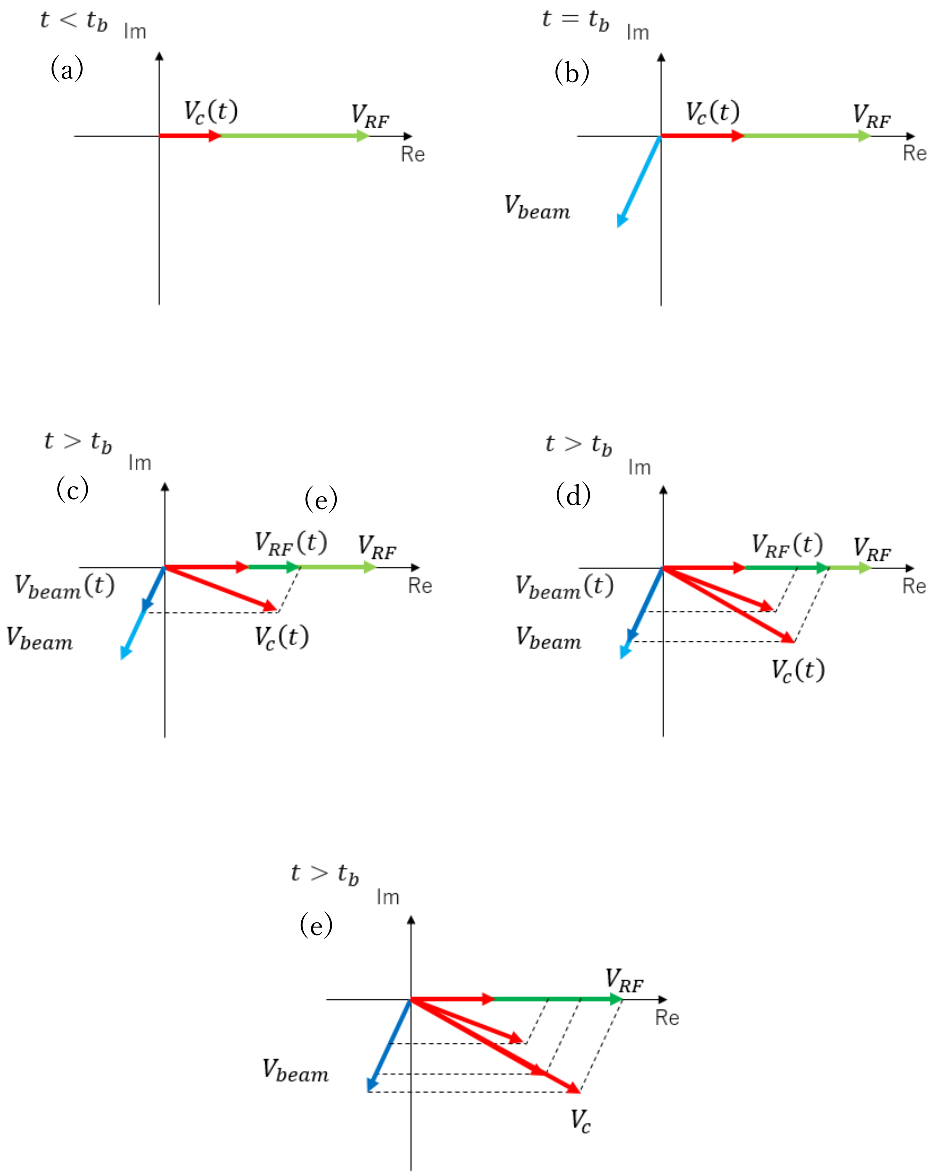
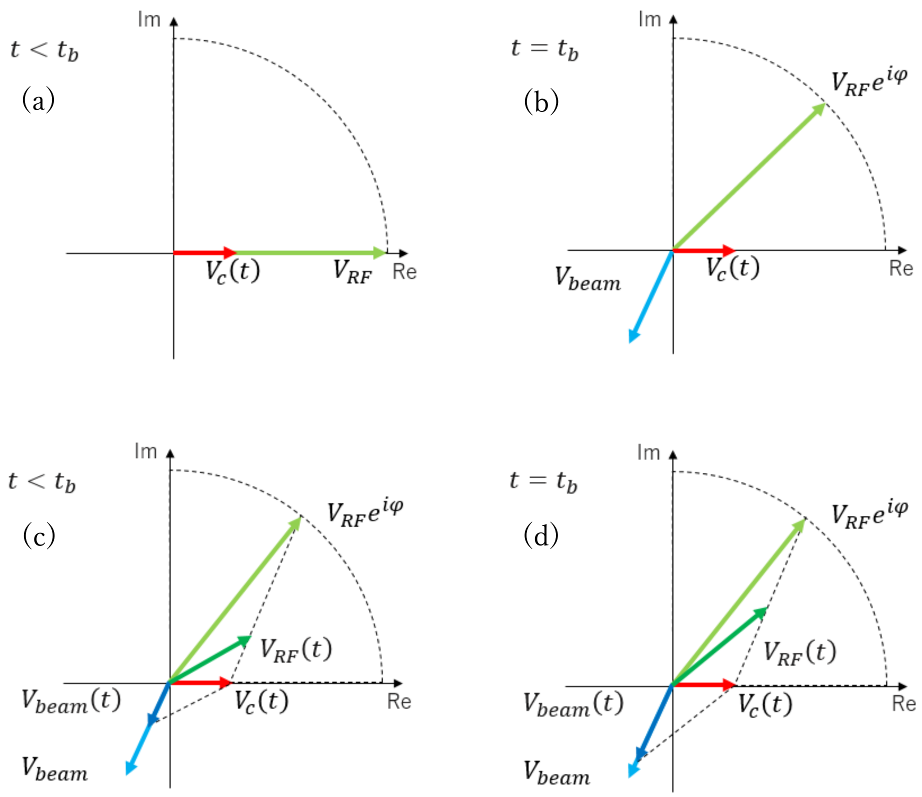


図 5.3　複素平面における空洞の電圧。文字の定義は on-crest の場合と同じ

$t < t_b$までは on-crest と同じだが、ビームが位相を持つので、V_{beam}は on-crest とは方向が異なる(b)。$V_c(t)$は$V_{RF}(t)$と$V_{beam}(t)$の和で表されるので、これらの増加量が等しくなっても、その和は一定とならない(c)、(d)。以上より、off-crest の場合はこの方法ではビームローディング補償が不可能である。

5.2 Off-crest でのビームローディング補償

5.1 で、off-crest でのビームローディング補償は on-crest と同様の方法では不可能であることが分かった。そこで、別の方法でビームローディング補償を試す。それは、ビームの入力を開始するのと同時に RF に位相変調をかける方法である。この操作を phase modulation と呼ぶ。以下に phase modulation をかけた場合の電圧の変化を示す。



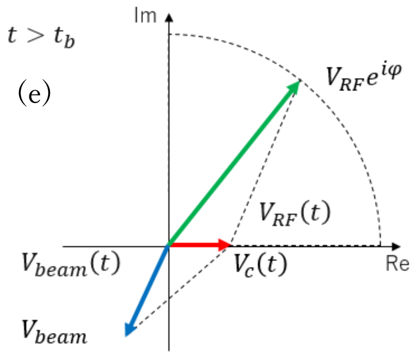


図 5.4　複素平面における空洞の電圧。

図 5.4 は、phase modulation をかけた場合の空洞の過渡的変化を表す。$t = t_b$ でビームの入力を開始するとともに、RF に位相変調をかける。位相変調をかけた後の RF による電圧の漸近値を$V_{RF}e^{i\varphi}$とする(b)。位相変調後、$V_{RF}(t)$は(c)の点線に沿って$V_{RF}e^{i\varphi}$に向かって増加する。これにより、$t > t_b$でも$V_c(t)$は常に一定になる。これが phase modulation によるビームローディング補償である。この時、t_bや$V_{RF}e^{i\varphi}$については以下のように求めた。まず、$V_{RF}e^{i\varphi}$をV_{beam}とV_cの方向に分解する。すなわち、$V_{RF}e^{i\varphi}$を以下のように表す。

$$V_{RF}e^{i\varphi} = V_{RFb} + V_{RFc} \tag{5.4}$$

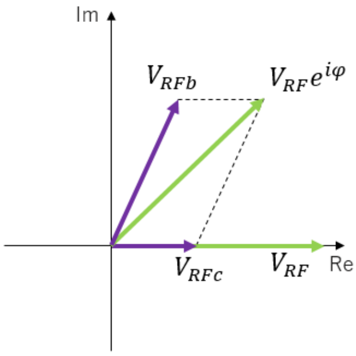


図 5.5　$V_{RF}e^{i\varphi}$を 2 方向に分解した図。ビーム電圧方向の成分をV_{RFb}、空洞電圧方向をV_{RFc}とした。

まずはV_{RFb}を求める。ビムローディング補償をするためには、

$$V_{RFb} = V_{beam} \tag{5.5}$$

となれば良い。この値については I-V 直線を用いて求めた。電流と電圧は比例関係にあるので、図 5.6 のようにして求めた。V_{RF}をつくる電流I_{RF}は入力パワーと導波管のコンダクタンスによって決まる値であり、既に分かっているので、この 2 つの値から I-V 直線を求める。そして、この直線からV_{beam}をつくる電流I_{beam}が求まる。

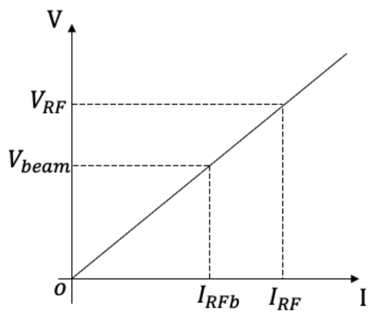


図 5.6　RF における I-V 直線。

次に、V_{RFc}を求める。図 5.5 より、

$$V_{RFc} = kV_{RF} \tag{5.6}$$
$$|V_{RF}e^{i\varphi}| = |V_{RF}| \tag{5.7}$$

kは正の実数であり、RF の入力パワーは変えないので(5.7)式のようになる。これらの式を用いると、

$$k = \frac{-V_{RFb} \cdot V_{RF} + \sqrt{(V_{RFb} \cdot V_{RF})^2 - |V_{RF}|^2(|V_{RFb}|^2 - |V_{RF}|^2)}}{|V_{RF}|^2}$$

となる。kが分かれば上式からV_{RFc}が求まる。

最後にt_bを求める。図 5.7(a)はI_{RF}を入力した時の空洞電圧、(b)はV_{RFc}になるような電流I_{RFc}を入力した時の結果である。RF のパワーを変えることで電流を変えることが可能である。実際に phase modulation をかける場合は$t < t_b$では入力電流をI_{RF}とし、空洞電圧がV_{RFc}となった時間をt_bとし、$t > t_b$で入力電流をI_{RFc}とした。このようにすれば、$t > t_b$では空洞電圧が既に漸近値に達しているので電圧は変化しない。

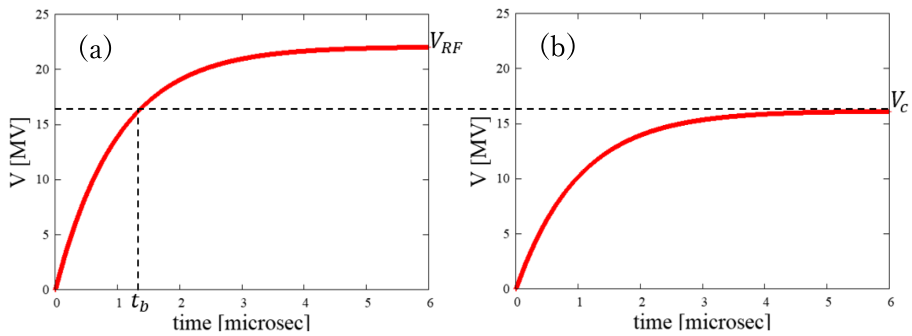


図 5.7 (a)I_{RF}を入れた時の空洞電圧、(b) I_{RFc}を入れた時の空洞電圧。

以上のようにして、off-crest でのビームローディング補償を行った。以下にビームローディング補償の結果を示す。

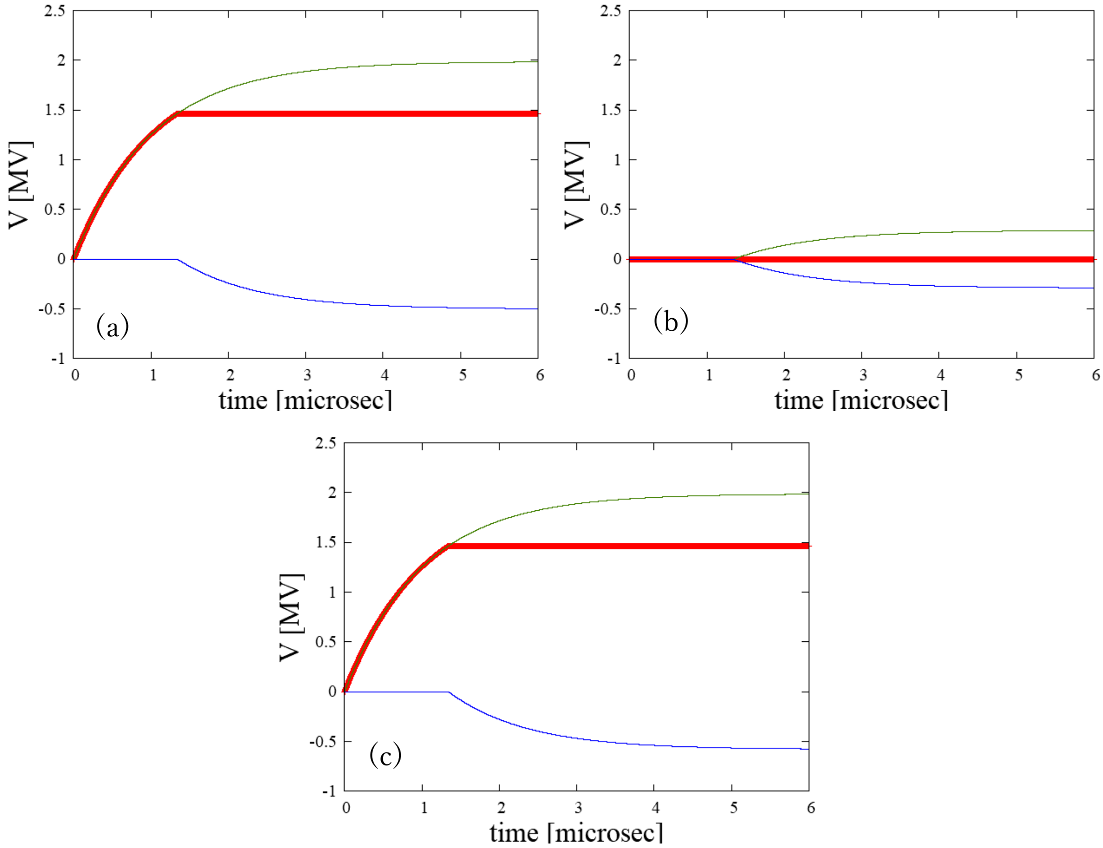


図 5.8　シングルセルにおける off-crest でのビームローディング補償の結果。(a)実数成分、(b)虚数成分、(c)大きさ。

図 5.8 の横軸は RF の入力を開始してからの時間、縦軸は電圧であり、(a)実数成分、(b)虚数成分、(c)電圧の大きさである。この結果はシングルセルでの結果となっている。この時、$t_b = 1.34\mu sec$である。On-crest との違いは RF、ビームの電圧が$t > t_b$で虚数成分を持つことである。そのため、実数成分と虚数成分両方で補償が必要であるが、両方で補償されているのが分かる。

以上より、on-crest の場合はビームの入力を開始する時間を調整することで、off-crest の場合は phase modulation をかけることでビームローディング補償が

可能である。

5.3　マルチセルモデルにおけるビームローディング補償

シングルセルモデルでは以上の方法で on-crest、off-crest ともにビームローディング補償が可能であることがわかった。次にマルチセルモデルで、同様の方法でビームローディング補償を行った。まずは on-crest でのビームローディング補償について示す。

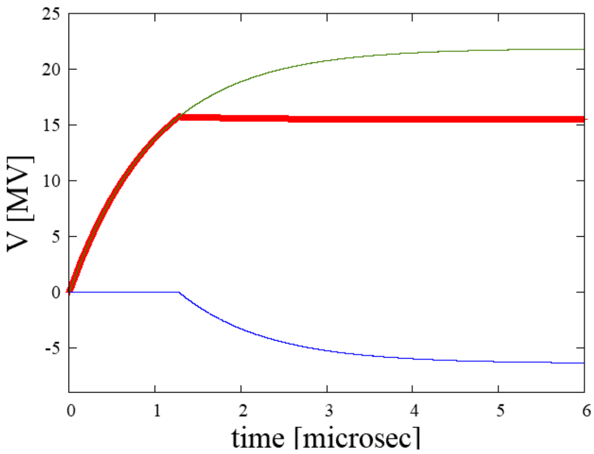


図 5.9　マルチセルにおける on-crest でのビームローディング補償の結果。横軸は RF の入力を開始した時間、縦軸は電圧。緑は RF による電圧、青はビームによる電圧、赤は空洞電圧。

図 5.9 はマルチセルモデルにおける on-crest でのビームローディング補償の結

果を示す。電圧は加速管 1 本当たりの値である。$t_b = 1.28\mu sec$。マルチセルの場合でもシングルセルと同様の方法でビームローディング補償が可能である。

次に、off-crest での結果を示す。

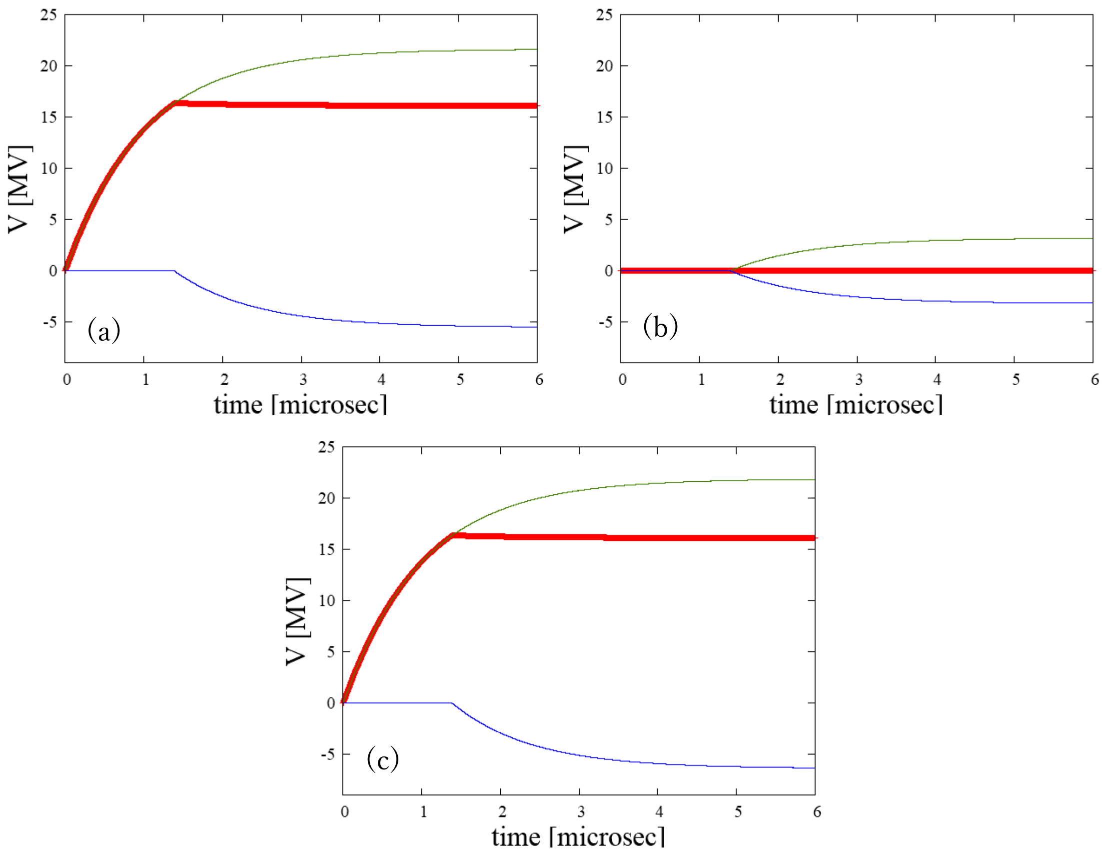


図 5.10　マルチセルにおける off-crest でのビームローディング補償の結果。(a)実数成分、(b)虚数成分、(c)大きさ。

図 5.10 より、マルチセルの場合もシングルセルと同様に$t > t_b$で電圧の虚数成分が生じるが、phase modulation をかけることで補償ができている。この時、$t_b = 1.38\mu sec$である。

最後に、バンチギャップを含んだビームローディング補償について示す。

ILC の陽電子ビームは図 5.11 のように、33 バンチで 1 トレインとして、2 トレインで 1 パルスなっている。バンチ間隔は 6.15nsec、1 トレインの長さは 197nsec、トレイン間隔は 80nsec である。

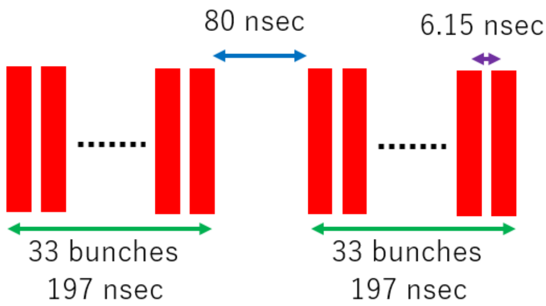


図 5.11　ILC の陽電子ビームのバンチ構造。赤で表されているのが陽電子バンチであり、これが 33 バンチで 1 トレイン。トレイン間隔は 80nsec で、2 トレインで 1 パルスとしている。

このように、ビームにギャップがあるため、$t > t_b$でもビームが通過する時間と通過しない時間がある。空洞の電圧を一定に保つために、電圧の漸近値がそれぞれ以下の値になるように RF の入力を変化させた。

$$V_{RF} = \begin{cases} V_{RF} \;\; (0 < t < t_b) \\ V_{RF} e^{i\varphi} \;\; for \;\; beam \;\; pulse \\ V_c \;\; for \;\; gap \end{cases} \tag{5.9}$$

ビームの入力を開始する前の$0 < t < t_b$では RF に位相変調をかけない状態の電圧、ビームが通過する時間は phase modulation をかけた状態の電圧、バンチ間

のギャップでは漸近値がV_cになるようにRFを変化させた。この方法でビームローディング補償を行った結果を次に示す。

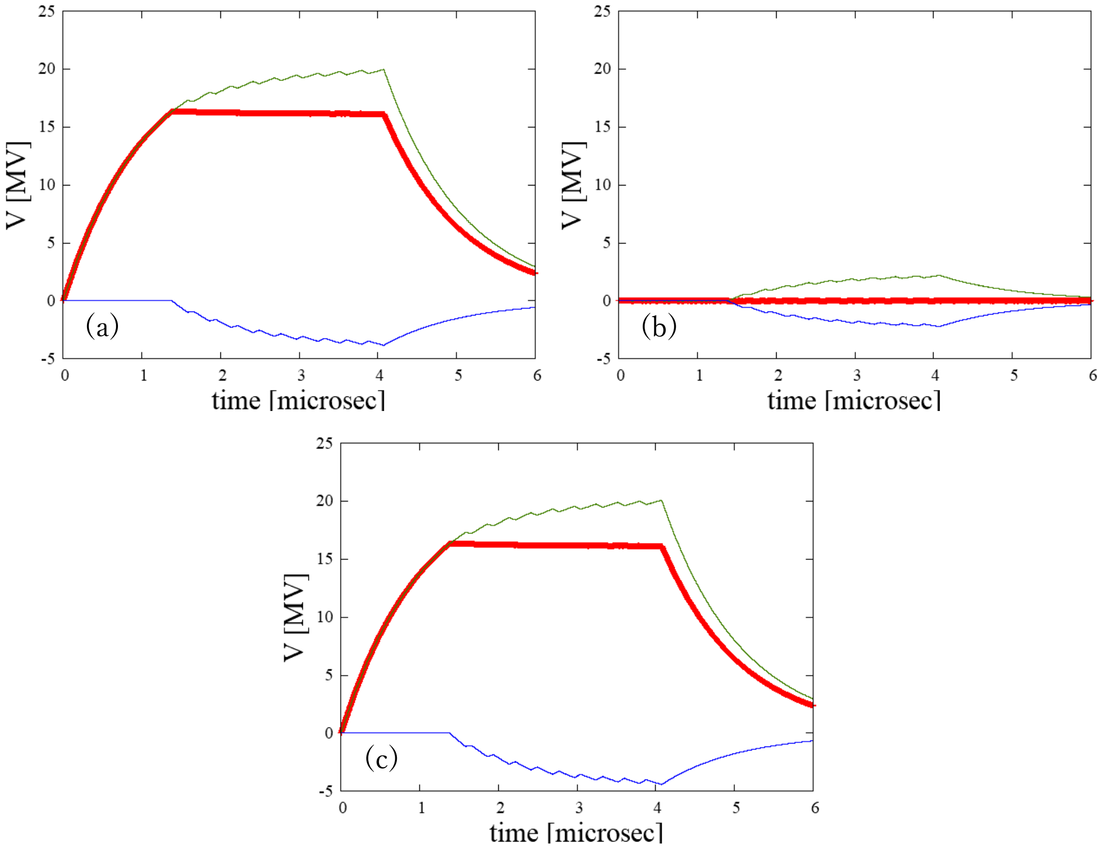


図5.12　バンチギャップを含んだビームを通過させた場合のビームローディング補償の結果。

図5.12において、ビームの時間構造は(5.9)式の構造であり、バンチは10バンチを通過させた。緑がRFによる電圧であり、青がビームによる電圧であるが、ビームが通過する時間と通過しない時間があるので電圧はジグザクに成長している。ビームが通過しない時間の電圧の変化について、1つ目や2つ目の

ギャップでは電圧はほぼ一定となっているが、３つ目以降のギャップでは電圧が減少する形に少し傾いていることが分かる。これは、ギャップでは RF の電圧の漸近値をV_cとしているため、$V_{RF}(t)$は、その値に漸近するように電圧が減少しており、ギャップではビームが通過していないため$V_{beam}(t)$は 0 に漸近する。そのため、ギャップでの各電圧に変化はこのようになっている。シングルバンチと同様に虚数成分も補償がされており、マルチバンチでのビームローディング補償も可能であることが分かった。

第 5 章のビームローディング補償についてまとめると、on-crest の場合はビームの入力を開始する時間を調整することで RF による電圧の増加量とビームによる電圧の減少量が等しくなり、空洞電圧は一定に保たれる。off-crest の場合はビームの入力を開始するとともに、RF に phase modulation をかけることで空洞電圧を一定に保つことができた。また、ILC の陽電子ビームのようなバンチギャップがあるビームについてもビームが通過する時間のみに phase modulation をかけることでビームローディング補償が可能である。この結果から、各バンチが受ける電圧が一定となるのでバンチごとの陽電子捕獲率を一定に保つ見通しが立った。

第 6 章　まとめ

本研究では電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源においてキャプチャーライナックの加速空洞に APS 空洞を採用し、陽電子捕獲率の評価を行った。APS 空洞は合流条件を満たすことで$\pi/2$ モードの加速空洞として機能し、大きいアパーチャーと高い加速勾配を実現することができた。また、キャプチャーライナック以降のシケイン、ブースター、ECS の最適化を行い、特に、ECS ではR_{56}とR_{65}の最適化により、DR アクセプタンスに合った形の陽電子バンチを作ることができた。この時、陽電子捕獲率は$\eta = 1.17$となり、目標の$\eta > 1.1$を満たす結果が得られた。これにより、APS 空洞を用いた ILC 陽電子源では標的破壊を防ぎつつ、必要な陽電子の生成が可能であることが分かった。しかし、シケインの設計変更後は陽電子捕獲率が低下し、想定していた値を得られなかった。この部分についてはブースターの設計を見直す必要がある。

また、APS 空洞におけるビームローディング補償についても検討を行った。キャプチャーライナックでは減速キャプチャー方式により加速された電子、陽電子と RF 位相には位相差が生じるため、この位相差を考慮したビームローディング補償が必要である。この解決策としてはビームの入力を開始するとともに RF に位相変調をかけることで空洞の電圧を一定に保つことができ、off-crest の

場合のビームローディング補償が可能であることが分かった。

謝辞

　本研究を行うにあたり、指導教員の栗木雅夫教授には加速器物理学の基礎から本研究の概要や原理など、多岐にわたりご指導いただきました。また、物理学会や加速器学会、ビーム物理研究会など、国内の学会、研究会のほかにもLCWS や IPAC など、国際的な学会にも参加する機会をいただきました。多くの発表の場を与えていただき、研究発表の経験を積むことができたのはもちろんのこと、そこで頂いた意見やアドバイスなどは研究のモチベーションにもなりました。しかし、新型コロナウイルスの流行により参加した学会、研究会が全てオンラインでした。現地開催ならば多くの場所に行けたと思うと少し残念です。同研究室の Liptak Zachary John 助教授には、英語での発表における英語表現や文法等の間違いをご指摘いただきました。Zachary さんは日本人と話しているのかと思うほど日本語が非常に上手でした。また、学部 4 年生の頃はビーム物理研究室と合同の研究室であり、その際、岡本宏己教授、檜垣浩之准教授、伊藤清一助教授には、ミーティング等で多くの助言をいただきました。特に伊藤さんにはシミュレーションソフトのインストールやパソコンの使い方な

ど、研究を行うための基本的なことを教えていただきました。そして、ILC 陽電子源グループの皆様には本当にお世話になりました。知識も経験も皆様に比べてまだまだ未熟な自分でしたが、自分の研究について常に熱心に考えてくださりました。福田将史さんにはシミュレーションのデータを頂いたり、疑問点や不明な点を教えていただきました。道園真一郎さんには毎週のミーティングで今後の展望や今の結果をもとに次は何をやってみたらよいかなどのアドバスをいただきました。奥木敏行さんには自分の考えや結果が間違っているときにはしっかりとご指摘いただき、もう一度しっかりと考え直すきっかけをいただきました。横谷馨さんには等価回路モデルの結果の妥当性について親身になって考えていただきました。大森恒彦さんはミーティングだけではなく、学会発表も毎回聞きに来たくださり、コメントを頂きました。恵郷博文さんには APS 空洞の性能や評価についてコメントいただきました。そのほかにも陽電子源グループの皆様には約 3 年間お世話になりました。このミーティングが無ければ本研究はここまでできていなかったと思います。本当にありがとうございました。

多くの方々の協力があり、本研究を行うことができました。非常に充実した 3 年間でした。この場を借りて感謝の意を表したいと思います。

参考文献

[1] ILC Technical Design Report , KEK Report 2013-1(2013)
[2] H. Nagoshi *et al*, Nucl. Instr. and Meth. A, 953(11), 163134(2020)
[3] M.Kuriki, "粒子源の設計と現状" , OHO(2006)
[4] H.Nagoshi, "電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の設計研究" , 平成 30 年度広島大学修士論文
[5] N.Yamamoto, "電子加速器の加速管" , OHO(2017)
[6] H.Ao, "高周波加速器の基礎" , OHO(2012)
[7] K.Takata, "高周波加速の基礎" , KEK report, 2002
[8] M.Kuriki , "Foundation of Electron Accelerator" (2019)
[9] Y.Ohnishi, "加速器の基礎とダンピングリング", OHO(2006)
[10] Y.Seimiya *et al*, "Positron capture simulation for the ILC electron-driven positron capture", Prog.Theor.Exp.Phys (2015) 103G01
[11] H.Ego, "C-bang-APS-cavity"
[12] S.Konno, "電子ビーム駆動式 ILC 陽電子源におけるキャプチャーライナックの空洞の設計と陽電子捕獲率の評価", 令和元年度広島大学卒業論文
[13] M.Fukuda, "posi_sim_20200415.pptx"
[14] Y.Kamiya, "加速器の原理　シンクロトロン及びストレージリング", OHO(1984)
[15] T.Shintake, "Analysis of the transient response in periodic structure based on a coupled-resonator model", in *Frontiers of accelerator technology* (Proceedings, Joint US-CERN-Japan International School, Hayama and Tsukuba, Japan, September 9-18, 1996), pp. 435-454 (1996)
[16] A.Sakuraba,"有限差分法による熱伝導方程式の数値計算"(2012)
[17] K.Yokoya, "APS-v5.pgf"