

2022 年度卒業論文

クライストロンの応答を考慮した進行波加速管における電圧の
時間変化と振幅変調によるビームローディング補償

広島大学理学部物理科学科
加速器物理学研究室
B195549 黒口 俊平

指導教員・主査 栗木 雅夫
副査 須田 祐介

2023 年 2 月 24 日

目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	国際リニアコライダー (ILC)	4
2.1	円形コライダーと線形コライダー	4
2.2	ILC の設計	5
第 3 章	ILC 陽電子源	8
3.1	陽電子生成方法	8
3.1.1	電子ドライブ方式	8
3.1.2	アンジュレーター方式	9
3.1.3	コンプトン散乱方式	9
3.2	電子ドライブ方式 ILC 陽電子源	9
3.2.1	ドライバーライナック	10
3.2.2	キャプチャーライナック	10
3.2.3	シケイン	10
3.2.4	ブースター	11
3.2.5	ECS	11
3.2.6	バンチの時間構造	11
第 4 章	進行波加速管の電圧とビームローディング補償	12
4.1	入力 RF とビームローディングによる空洞電圧	12
4.2	矩形波の入力	15
4.3	応答を考慮した矩形波の入力	18
4.4	2つの矩形波からなる波の入力 RF	19
4.5	応答を考慮した 2つの矩形波からなる波の入力 RF	22
第 5 章	まとめ	30

概要

ILC（国際リニアコライダー）は、線形加速器による世界初の本格的な電子・陽電子コライダーである。リニアコライダーでは衝突後のビームの再利用ができないので、時間当たりの粒子の生成数がリング型のコライダーに比べて桁違いに大きくなる。ILCではその必要となる大量の陽電子を電子ビームドライブ方式によりパルスあたり 66 バンチという構造で生成する。加速管中をこの陽電子バンチが通過すると、ビームが誘起する減速場により加速電場が徐々に低下するという現象（ビームローディング）が生じる。すべての陽電子バンチを等しく加速するため、進行波加速管への入力 RF パワーの振幅変調でこの現象を補償する方法について検討した。入力 RF パワーを生成するクライストロンの時間的な応答特性を考慮した、ビームローディングを含んだ加速管の加速電圧の時間変動についての解析モデルを構築した。途中に振幅変調を含んだ 2 つの矩形波からなる入力 RF で陽電子を加速した場合の、加速電場とエネルギー広がりについて評価し、最適な加速条件について考察を行った。

第1章

はじめに

加速器は粒子のエネルギーを高める装置であり、諸説あるが19世紀後半に登場したクルックス管（陰極線管）がその最初と言われている。クルックス管は真空排気したガラス管内に封入された電極間に電圧をかけ、さらに負陰極側を加熱することにより発生する熱電子を走らせる装置であり、現在では高校の授業などでも使われている。X線の発見、加熱される陰極を負の電位とした場合のみに電流が流れるエジソン効果、そしてJ. J. Thomsonによる初の素粒子である電子の発見など、当時の最先端研究装置として、多くの成果をあげている。現代の視点から見れば陰極線管は静電型加速器であり、その後20世紀に入り共振充電によりさらに高い電圧を生成するCockcroft-Walton型が1932年に登場し、原子核のポテンシャルを超えるエネルギーを超えたことで、原子核の内部の構造を調べることが可能になった。静電型の加速器のエネルギーは発生できる電圧によって決まるが、その電圧は電極表面の真空放電（絶縁破壊）により制限される。電場が時間的に変化しない場合、どのように構造を工夫してもこのエネルギーを超えることはできない。

静電型加速器の加速限界は、加速に時間的に変動する電場を使用することで乗り越えられた。このアイデアはまずIsingにより提唱されたが、時間的に変動する電場をつくる技術はハードルが高く、最終的に大学院生であったRolf Wideroeが1924年に放電型のパルサー回路により世界発の時間変動する電場による加速器、現在の言葉ではRF加速器と呼ばれるものが実現した。その後、1946年にW. Walkinshawによる本格的な共振構造（すなわちRF空洞）を持つ線形加速器が登場した。この実現には高周波を発生する電源が必要であったが、この技術は戦時中のレーダー研究からの派生であり、基本的なアイデアに加え、加速器を支える基本技術の重要性を物語っている。

1930年にはE. Lawrenceが初めてのサイクロトロンを作成した。この初のサイクロトロンは手のひらサイズであり、建設というよりは作成という言葉のほうが合う。サイクロトロンでは加速のための電場の周波数と周回運動させるためにかける磁場は一定で、粒子が加速されるに従いその軌道半径は増大する。軌道が大きくなっても速度が増加するため古典的な領域では周回周期は一定となり、加速が維持される。

サイクロトロンはその後はより大型化しより高いエネルギーを実現したが、ローレンツ因子 γ が1よりも有意に大きくなると加速電場と粒子の運動の同期がずれてそれ以上の加速が難しくなる。その困難を最終的に克服したのがシンクロトロンであり、シンクロトロンでは軌道半径は一定に保たれる代わりに、軌道を維持する磁場と加速電場の周波数はエネルギーに追従して変化させる。シンクロトロンの加速限界は軌道を一定とすればどれだけ強い磁場を発生させられるかで決まる。また、同じ磁場であれば軌道半径が大きいほど高いエネルギーとなる。そのため、シンクロトロンは大型化し、さらに強い磁場を用いることでエネルギーを高めてきた。ビームのエネルギーをより有効に活用するためには、同じ運動量をもったビームを正面衝突させるのが一番効率が良い。重心系で見れば運動量の合計がゼロとなるので、加速したすべてのエネルギーが反応に寄与す

ることになるからである。このような同じ運動量をもった粒子を正面衝突させる加速器をコライダーという。シンクロトロンによるコライダーは加速器として効率がよく、さらに実験効率もよいため、1960年代以降、素粒子物理学のための主力加速器として広く用いられてきた。

一見、シンクロトロンによる高エネルギー化には限界が無いように思われるが、実はその限界は早い段階から認識されてきた。電子シンクロトロンから強い光が発生していることが見出されたが、これがシンクロトロン光である。シンクロトロン光は荷電粒子が加減速されると発生する放射現象で、特に粒子の進行方向に直角な方向の力（すなわち磁場中の運動）により強い放射となる。その放射パワーは粒子エネルギー（正確にはローレンツ因子）の四乗に比例して大きくなる。シンクロトロン光は広帯域の光であり、さらに $1/\gamma$ 程度の超前方に集中して放射されるという特徴がある。さらに磁場に幾何学的なパターンを持たせることで、円偏光、直線偏光、楕円偏光、干渉による特定の波長領域の光など、多彩な性質の光を生成できることから、有用な光源として物質科学から生命科学まで広く応用されるに至っている。一方で、加速という観点から見れば、このシンクロトロン放射はエネルギー損失となる。一周当たりの加速エネルギーは加速空洞の能力から決まっているが、エネルギーを上げていくといつか一周当たりの加速エネルギーと、シンクロトロン光によるエネルギー損失が等しくなりそれ以上の加速は不可能となる。例えば、今までに建設された最大の電子シンクロトロンである LEP (Large Electron-Positron) 加速器 (CERN) では、限界はローレンツ因子にしておよそ 2×10^5 である。陽子の場合、およそ 200 TeV (2.0×10^{14} eV)、電子の場合はおおよそ 100 GeV (1.0×10^{11} eV) である。これを超えるエネルギーは事実上、シンクロトロンでは不可能である。シンクロトロン光は荷電粒子の軌道を曲げることにより発生するから、加速機構の如何にかかわらず、これは円形の加速器の限界ということになる。

この制限を超えてエネルギーを増大させるには、円形ではない加速器、すなわち曲率を持たない加速器による他ない。すなわち線形加速器による加速を考える必要がある。現在、素粒子物理学の最大の課題の一つは、2012年に発見されたヒッグス粒子の性質を詳細に調べることで、これは日本のみならず世界の物理学者の共通認識である。ヒッグス粒子は、真空中に凝縮してポテンシャルの形を変更し、自発的に対称性を破り、ボゾンとフェルミオンに質量を、それも異なる仕組みで与えるという、非常に不思議な存在である。素粒子の標準理論では質量項をもつことはゲージ不変性から禁止されるが、ヒッグス場はあたかも粒子が質量を持つようにふるまう環境を作っている。ヒッグス粒子を大量に生成するには、電子と陽電子を衝突させるコライダーが最適である。そのエネルギーは断面積が最大となる 125 GeV + 125 GeV が最適である。しかしシンクロトロン放射により、このコライダーは円形加速器でつくることは困難である。そこで提案されたのが、線形加速器によるコライダーである International Linear Collider、ILC である。

ILC (International Linear Collider; 国際リニアコライダー) は電子と陽電子の線形衝突型加速器であり、250–1000 GeV の重心系エネルギー (Center-of-mass energy) をもつ。日本の北上山地に建設が予定され研究・設計が進められている。ILC の初めの目標としてはヒッグス粒子やトップクォークの特性についての精密な測定などがある。

ILC は世界で初めての本格的なリニアコライダーである。リニアコライダーを実現するためには、円形加速器とは違う技術的な課題を克服する必要があるが、そのうちの一つが大量の粒子生成である。円形加速器では粒子は軌道を周回するため、なんらかの現象により失われた分だけを補うだけでよい。そのため周回しているビームの量に比べて、外部から供給するビームの量は極めて少なくなる。例えば、典型的な円形加速器のビーム寿命（ビームの量が $1/e$ となる時間）は数時間程度なので、周回ビームの量の数千分の一から数万分の一の粒子を生成するだけで充分である。しかしリニアコライダーの場合は、ビームは周回せず、衝突毎に新しくビームを生成する必要がある。ビームの量が少なくても円形加速器の性能を上回るいくつかの工夫があるのだが、それでも円形加速器にくらべて 1000 倍程度のビームの量が必要である。必要とされる陽電子も、一秒あ

たり 32.5 mC と膨大であり、これまでの陽電子生成方法を格段にレベルアップする必要がある。そこで問題となるのが、大量の陽電子を生成し、加速する場面において生じる過渡的なビームローディングである。

過渡的なビームローディングとは、複数のバンチビームが連続して RF 加速空洞を通過する場合、先行するバンチが誘起する減速場により、加速電場が徐々に減少する現象のことである。この現象により、後半にいくほど陽電子のエネルギーが減少することになり、最終的には陽電子の電荷量の減少や、バンチの消失につながる。

本研究ではこの過渡的なビームローディングの補償、特に進行波型加速管での陽電子の安定加速がテーマである。この補償法として、入力 RF にビームと同期した振幅変調をかけることを検討する。その際、入力 RF の振幅変調は RF 波源であるクライストロンに対して行うが、クライストロンは時定数を持つために、実際の振幅変調はその時定数だけ遅れて現れる。その影響を含めて補償法について検討するため、クライストロンの時間的な応答特性を考慮したビームローディングを含んだ加速管の加速電圧の時間変動についての解析モデルを構築する。そのモデルを用いて、陽電子に対する加速電場とエネルギー広がりについて評価し、最適な加速条件について考察を行った。

第 2 章では ILC について、第 3 章では ILC 陽電子源についてまとめ、第 4 章でメインの進行波加速管の電圧とビームローディング補償について調べたことを述べる。

第2章

国際リニアコライダー (ILC)

2.1 円形コライダーと線形コライダー

加速器は様々な用途に使われているが、その一つが実験的な素粒子物理、すなわち高エネルギー物理学である。素粒子はそのエネルギースケールにより様々な現象を生じるため、今まで観測されていない高いエネルギーの現象を調べることで、未知の現象を観測できる可能性がある。例えば、電子と陽子の散乱実験では、低いエネルギーではこの両者の弾性散乱が観測される。より高いエネルギーでは、陽子の励起状態が生じる非弾性散乱が観測される。さらに高いエネルギーでは、散乱の対象が陽子の内部のパートンと呼ばれる素粒子となり、電子（あるいは光子）とパートンの散乱が観測される。このような現象を深非弾性散乱と呼ぶ。

このような物理のエネルギースケールは考えている系の重心系エネルギー E_{CM} で定義できる。静止した質量 m の粒子に、加速したエネルギー E の粒子を衝突させる場合、その重心系エネルギーは

$$E_{CM} \approx \sqrt{2mE} \quad (2.1)$$

と表すことができる。一方、2つの加速したエネルギー E の（運動量も等しい）粒子を正面衝突させる系の重心系エネルギーは

$$E_{CM} \approx 2E \quad (2.2)$$

と表せる。加速エネルギー E が粒子の質量 m と同じ程度なら大差はないが、 $E \gg m$ の場合、二つの加速した粒子を正面衝突させる方が E_{CM} は断然大きくなる。前者を固定標的実験と言い、後者をコライダー（衝突型加速器）という。コライダーは E_{CM} の大きい現象を観測するための装置として優れている。

1950年代後半に提案されたコライダーは、1960年代以来、以上のような理由から高エネルギー物理研究において主役を演じてきた。これまでに建設されてきたコライダーはシンクロトロンをベースとしたものがほぼ全てと言って良い。シンクロトロンの説明については他に譲り詳述しないが、円形軌道内で粒子を周回させ、繰り返し加速していくことで高いエネルギーのビームを得ることができるのがその特徴である。シンクロトロンで加速したのち、粒子を円形軌道内で周回させ、逆方向に周回する粒子を衝突点で交差させることで粒子を正面衝突させる。粒子は繰り返し衝突点を通過するので、効率的に衝突現象を観測することができる。

しかしこのシンクロトロンによる加速には限界がある。荷電粒子が加速運動をすると必ず電磁放射が発生するが、この放射は横方向（ビームの進行方向に垂直な方向）に力を受けた場合により顕著となる。荷電粒子が磁場内で運動するとその進行方向に対して直角の力を受けるから、荷電粒子が磁場で曲げられた時に放射現象が生じる。これをシンクロトロン放射と呼ぶ。このシンクロトロン放射による一周当たりのエネルギー損失を

求めると、

$$E_{\text{loss}} = \frac{e^2}{3\epsilon_0} \frac{\beta^3 \gamma^4}{\rho} \quad (2.3)$$

ここで、 e は電子の電荷、 ϵ_0 は真空の誘電率、 β はローレンツベータ（粒子の速度を光速で規格化したもの）、 γ はローレンツ因子、 ρ はビーム軌道の曲率半径である。エネルギー損失はローレンツ因子 γ 、ビームエネルギーの 4 乗に比例し、曲率半径 ρ に反比例する。

この式から、エネルギーの高い粒子、質量の小さい粒子ではシンクロトロン放射がより顕著となることがわかる。コライダーには電子と陽電子を衝突させるもの（レプトンコライダー）と、陽子あるいはイオン同士を衝突させるタイプ（ハドロンコライダー）があるが、シンクロトロン放射は電子・陽電子コライダーで深刻となる。2001 年に運転を停止した CERN の LEP コライダーは電子・陽電子コライダーであり、重心系エネルギー 209 GeV まで記録してその運転を停止した。LEP では電子および陽電子ビームは一周ごとにシンクロトロン放射により 2 GeV 近いエネルギー損失を生じ、それ以上の加速を行わない限り、これ以上のエネルギー増大が不可能な状況に陥った。さらにエネルギー損失は式 (2.3) によりエネルギーの四乗に比例するため、多少加速器を増強したところでエネルギーはその四乗根でしか増えていかない。事実上、これ以上のエネルギー増強は不可能である。

したがって、線形加速器により粒子を加速し衝突させるリニアコライダーがより高いエネルギー状態の実現に有効である。線形加速器はシンクロトロン放射のエネルギー損失が無く、トンネル長の延長や、より高い加速勾配の加速器と交換することでエネルギー増強が容易というメリットがある。一方で線形加速器は加速は一度きりのため、円形加速器と比べて有効加速長を長く取れず、またビームは 1 回しか衝突しないため、高い加速勾配と高いルミノシティを実現する技術が必須である。

2.2 ILC の設計

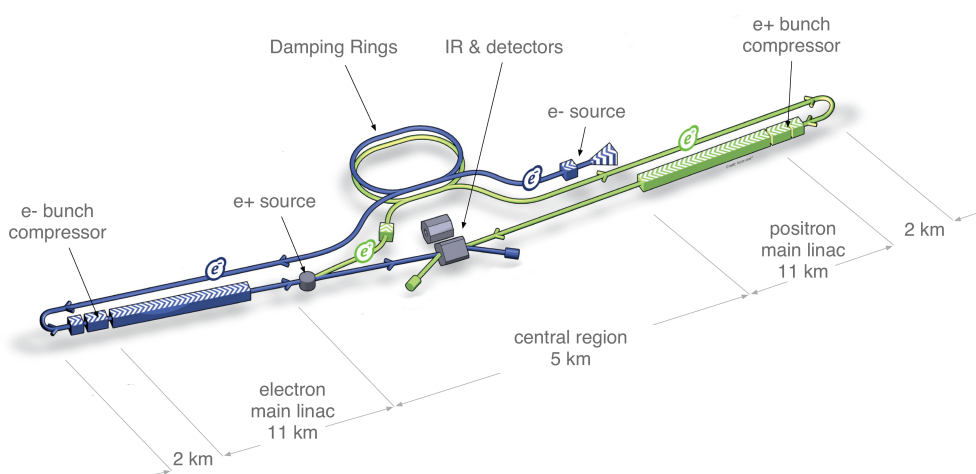


図 2.1 重心系エネルギー 250–500 GeV ILC の全体図 [?]

ILC (International Liner Collider) は線形加速器による電子・陽電子型のコライダー、リニアコライダーである。2つの線形加速器が電子および陽電子を加速し、中央で衝突させる。その重心系エネルギーは 250GeV

からスタートし、将来的には 1TeV までのエネルギー増強が予定されている [?]。

2012 年に CERN の LHC でヒッグス粒子が発見された。ヒッグス粒子はスピンのゼロの唯一の粒子で、粒子の質量生成機構を担う特殊な粒子であり、標準模型において格別に重要な役割を担っている特殊な粒子である。その詳細な性質を調べることは、素粒子物理学において最重要課題と認識されている。一方で LHC は陽子・陽子衝突型のコライダー（ハドロンコライダー）であり、その衝突は陽子の中のパートン（クォークとグルーオン）と呼ばれる構成粒子同士の衝突現象である。陽子内のパートンの運動量、エネルギーは統計的に分布しており、衝突毎にイベントの重心系エネルギーも異なるという性質がある。ヒッグス粒子の詳細研究には大量のヒッグス粒子を生成しその崩壊を観測する必要があるが、そのためには衝突の重心系エネルギーはヒッグス粒子生成に最適な値であることが望ましい。ハドロンコライダーはそのような用途には適しておらず、大量のヒッグス粒子生成には電子・陽電子型のコライダー（レプトンコライダー）でなければならない。このような大量のヒッグス粒子の生成のための加速器をヒッグスファクトリーと呼ぶ。

電子・陽電子衝突によりヒッグス粒子を生成するには、215 GeV 以上の重心系エネルギーが必要であるが、その断面積は 250 GeV 付近で最大となるから、ヒッグスファクトリーは重心系エネルギー 250 GeV が最適である。円形加速器ではこの重心系エネルギーを実現することは、前述したシンクロトロン放射により極めて困難である。現在、FCC (Future Circular Collider) と呼ばれる 100 km の超巨大リング型加速器でヒッグスファクトリーを作ろうという提案があるが、その設計エネルギーは 245 GeV である。ILC の 10 倍以上の規模の円形加速器でも、250 GeV の重心系を円形加速器で実現することが極めて困難なことがわかる。ヒッグスファクトリーには線形加速器によるリニアコライダーが必要である。

コライダーの性能は重心系エネルギーとルミノシティで表される。重心系エネルギーは目的とする物理現象により決まる値である。一方、ルミノシティは注目する現象が起きる頻度を規定する。反応断面積を σ 、ルミノシティを \mathcal{L} とすると、注目するイベントが単位時間当たりには生じる数 N は

$$N = \sigma \mathcal{L} \quad (2.4)$$

と書ける。反応断面積は物理法則により決まる値であり、測定すべき対象である。従って反応数を稼ぐためには、ルミノシティを大きくする必要がある。リニアコライダーのルミノシティは

$$\mathcal{L} = \frac{fnN^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (2.5)$$

と書くことができる。ここで f はパルスの繰り返し周波数、 n はパルス内のバンチの数、 N はバンチ内に含まれる粒子数、 σ_x, σ_y は衝突点におけるビームサイズである。ルミノシティを大きくするには、式の分子を大きくするか、分母を小さくすれば良い。分子を大きくしようとすると、加速に必要な電力が増大するので、得策ではない。分子を小さくすると、電力をかけずにルミノシティを大きくできるので都合が良い。現在の ILC の設計ではビームサイズを極限まで絞込み込むことで、電力をかけずにルミノシティを最大化している。パラメータを表 2.1 に示す。垂直方向のビームサイズは 7.7 nm、水平方向は 516 nm である。ビーム形状が非対称となっているのは衝突点輻射 (Beamstrahlung) により生じるエネルギー広がりを抑制するためであるが、より詳細な議論は他に譲る。

表 2.1 ILC のパラメーターの概要 [?]

	Symbol	Unit	Initial	\mathcal{L} Upgrade	TDR	\mathcal{L} Upgrade	E_{CM} Upgrade
Center-of-mass energy	E_{CM}	GeV	250	250	250	500	1000
Luminosity	\mathcal{L}	$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	1.35	2.7	0.82	1.8/3.6	4.9
Polarization for e^- (e^+)	P_-		80 %	80 %	80 %	80 %	80 %
	(P_+)		(30 %)	(30 %)	(30 %)	(30 %)	(20 %)
Repetition frequency	f_{rep}	Hz	5	5	5	5	4
Bunches per pulse	n_{bunch}	1	1312	2625	1312	1312/2625	2450
Bunch population	N_e	10^{10}	2	2	2	2	1.74
Linac Bunch interval	Δt_b	ns	554	366	554	554/366	366
Beam current in pulse	I_{pulse}	mA	5.8	5.8	8.8	5.8	7.6
Beam pulse duration	t_{pulse}	μs	727	961	727	727/961	897
Average beam power	P_{ave}	MW	5.3	10.5	10.5	10.5/21	27.2
Norm. hor. emitt. at IP	$\gamma\epsilon_x$	μm	5	5	10	10	10
Norm. vert. emitt. at IP	$\gamma\epsilon_y$	nm	35	35	35	35	30
RMS hor. beam size at IP	σ_x^*	nm	516	516	729	474	335
RMS vert. beam size at IP	σ_y^*	nm	7.7	7.7	7.7	5.9	2.7
Luminosity in top 1 %	$\mathcal{L}_{0.01}/\mathcal{L}$		73 %	73 %	87.1 %	58.3 %	44.5 %
Energy loss from beamstrahlung	δ_{BS}		2.6 %	2.6 %	0.97 %	4.5 %	10.5 %
Site AC power	P_{site}	MW	129		122	163	300
Site length	L_{site}	km	20.5	20.5	31	31	40

第3章

ILC陽電子源

ILCの陽電子源の役割は、必要な陽電子を生成することである。陽電子は最終的に線形加速器で加速され、衝突点に送られるが、必要な陽電子とは衝突点に送り込まれる量で測られる。陽電子は陽電子源で生成されたのち、前段加速され、ダンピングリングに蓄積された後、主加速器に送りこまれる。ダンピングリング以降は粒子損失はほとんど起こらないので、事実上、必要な量の陽電子をダンピングリングに安定して蓄積するのが陽電子源の設計目標となる。

3.1 陽電子生成方法

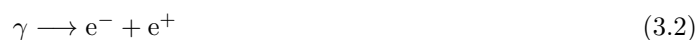
陽電子は電子の反粒子であり、物理的には電荷を除き電子と等価な粒子である。しかし世界は物質と反物質で対称ではなく、物質優位であるから、電子と同様の方法で自然界で陽電子を得ることは不可能である。そのため、陽電子の生成には、 β^+ 崩壊や γ 線と物質との相互作用による電子・陽電子対生成を用いる。

β^+ 崩壊とは原子核中で陽子が中性子と陽電子とニュートリノに崩壊する反応のことである（式(3.1)）。



β^+ 崩壊は確率過程であるためパルス状のビームを作るのには向いていない。

γ 線と物質との相互作用による電子・陽電子対生成とは、物質と相互作用した高エネルギーの γ 線が電子と陽子を生成する反応のことである（式(3.2)）。



効率的に対生成反応を起こすには100 MeV以上のエネルギーをもつガンマ線が必要である。

陽電子生成方式としては、対生成反応を利用する電子ドライブ方式、ガンマ線を利用するアンジュレーター方式、コンプトン方式がある。

3.1.1 電子ドライブ方式

電子ビームを高密度の物質に入射すると物質中の電磁場によって減速されることで制動放射によりガンマ線を放射する。そのうち高エネルギーのガンマ線が電子と陽電子を対生成し（式(3.2)）、対生成された粒子が高いエネルギーの場合再び制動放射によりガンマ線を放射する。一部のガンマ線はコンプトン散乱によって軌道電子をたたき出す。このように制動放射や対生成が連鎖的に起こることで大量の電子、陽電子、ガンマ線が発生する。この連鎖現象を電磁シャワーと呼ぶ。陽電子はこの電磁シャワーから取り出すことで得られる。

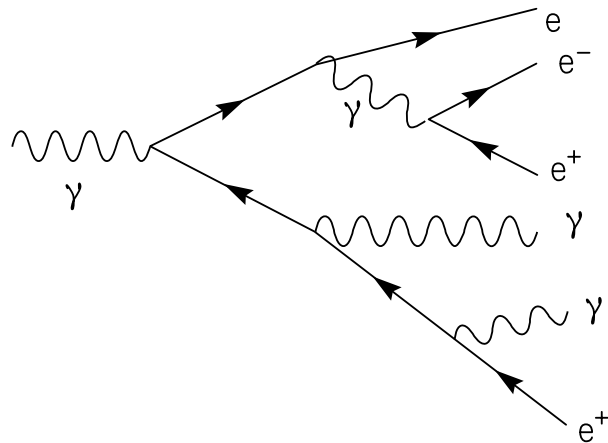


図 3.1 電磁シャワーの模式図

[Schematic_of_a_particle_shower.jpg](#):SCZenz at en.wikipediaderivative work: Gregors (talk) (2011), CC BY-SA 3.0

3.1.2 アンジュレーター方式

高エネルギー（100 GeV 以上）の電子ビームをアンジュレーターに通しシンクロトロン放射によりでガンマ線を得る。アンジュレーターは電子ビームに直交した交番磁場である。アンジュレーターによって生成されるガンマ線のエネルギーはせいぜい 10 MeV 程度であることから物質中で電磁シャワーは生成されないため、1つのガンマ線から生成される陽電子は対生成反応により1つとなる。ガンマ線が円偏向していれば生成される陽子と電子はスピン偏極したものが得られる。

3.1.3 コンプトン散乱方式

ガンマ線を得るためのもう1つの方法としてコンプトン散乱を利用したコンプトン散乱方式がある。レーザー光と電子のコンプトン散乱（逆コンプトン散乱と呼ばれる）からガンマ線を得る。アンジュレーターと同様にスピン偏極した陽電子が得られる。電子ビームのエネルギーは比較的低くてよい。一方で、コンプトン散乱の反応断面積が小さいため、大量の陽電子を生成するにはレーザーのパワーを大きくする必要があるという問題がある。

3.2 電子ドライブ方式 ILC 陽電子源

アンジュレーター方式は課題が多く 125 GeV 電子ビームの利用可能性に依存しているため従来の電子ビーム駆動方式の陽電子源も並行して開発されている。ここでは電子ドライブ陽電子源を ILC で用いることを考える。

設計は [?] に基づく。

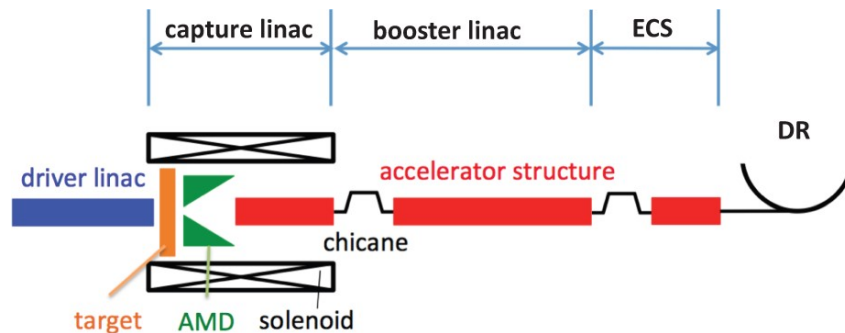


図 3.2 電子ドライブ方式 ILC 陽電子源の全体図 [?]

3.2.1 ドライバライナック

電子銃で生成された電子ビームは LINAC（駆動電子線形加速器）で 3 GeV まで加速され金属標的に入射される。電子銃は L-Band の RF 電子銃。LINAC では 3 m の進行波加速空洞で加速し、3.0 GeV でターゲットに入射する。

3.2.2 キャプチャーライナック

ターゲットは厚さ 16 mm の W-Re 合金で、接線速度 5 m/s で回転している。

ターゲットはある程度厚みがあるため発生する陽電子・電子は多重散乱の結果、横方向の運動量が大きくなってしまふ。この状態でビームをドリフトさせると横方向運動量の広がりが増えビーム径が発散し加速が困難になる。そのため、ビームをできるだけ早く収束させて横方向運動量を抑制させる。横方向の実空間、横方向の運動量を軸に取った横方向位相空間分布でターゲットの直後の横方向運動量を抑制させる。これが AMD (Adiabatic Matching Device) の役割である。

その後加速位相付近での集群作用によって陽電子を捕獲し 250 GeV 程度まで加速する。キャプチャーライナックでは L-Band の定在波加速空洞を使用する。L-Band の周波数帯の加速空洞は S-Band の加速空洞と比べアパーチャーが大きい。進行波加速空洞は加速空洞の出口の方へ向かってアパーチャーが小さくなっていくためアパーチャーが制限される。定在波空洞のアパーチャーは一定で、アパーチャーはセル間のカップリングによって決まるため比較的大きくできる。標的生成直後で横方向広がり大きなキャプチャーライナックでアパーチャーの大きな L-Band の定在波加速空洞を使用することで陽電子の損失を抑えることができる。LINAC では 0.5 Tesla のソレノイド磁場を持つ 1.3 m の L-Band 定在波空洞 36 台が配置されている。

3.2.3 シケイン

電子ドライブ方式では陽電子とともに電子が生成されるが電子が残ったままだとエネルギー効率や放射線防止の観点から望ましくないためキャプチャーライナック後にシケインを置くことで電子を取り除く。

シケインは 4 つのベンディングマグネットから構成される。ベンディングマグネットを通過する粒子の軌道はエネルギーと電荷によって変わる。この作用を利用して電子のみを取り除く。電荷が異なると曲げられる軌道は逆になり、エネルギーが低いほど曲げられる量が大きいため長い軌道を通る。この効果を momentum

compaction (運動量圧縮) という。2 番目のベンディングマグネットの後に設置されたコリメーターがエネルギーの大きくずれた陽電子を取り除き、エネルギーのそろった陽電子を選別できる。また、キャプチャーライナック後のシケインには momentum compaction の効果によってバンチ長を短くするという役割もある。

3.2.4 ブースター

選別された陽電子はブースターで 5GeV 程度まで加速され ECS (Energy Compression Section; エネルギー抑制セクション) へと送られる。ブースターでは 2.0 m の L-Band と 2.0 m の S-Band の進行波空洞で加速を行う。前半をアパーチャーの大きな L-Band で公判を加速効率のよい S-Band を使用することで陽電子の捕獲効率をあげている。

3.2.5 ECS

ECS 入口での粒子の縦方向 (ビームの進行方向) 位相空間分布はダンピングリング (DR) アクセプタンスに対して z 方向に小さくエネルギー方向に大きくなっている。これを改善するために ECS では位相空間における回転を行う。ECS は 3 つのシケインと 4 つの 3.0 m の L-Band 進行波加速空洞から構成される。シケインではエネルギーの高い粒子は先行し低い粒子が遅れる。次に加速空洞で RF のゼロクロス位相に乗せることで先行している高エネルギーの粒子は減速し遅れた低エネルギーの粒子は加速する。このようにしてエネルギー広がりを抑制することができる。

3.2.6 バンチの時間構造

電子ドライブ方式の陽電子源ではターゲットに入射する電子ビームの構造が陽電子の時間構造となる。ILC は 1300 バンチを 5 Hz の繰り返しで運転するが 1300 バンチを一度に生成すると標的への負荷が高くなってしまふ。そのため入射電子は図 3.3 に示すように 33 バンチからなるミニトレイン 2 つを 1 パルスとしてこれを 10 Hz で標的に入射する。このようにバンチを分けることで標的破壊を分散し熱的破壊を防ぐ。バンチ間隔は 6.15 ns、1 トレインの長さは 197 ns、2 つのミニトレインの間隔は 80 ns である。この 2 トレインで 1 パルスとしている。このビームの構造は DR からメインライナックへ送る際のバンチを取り出すパターンによって決まっている。

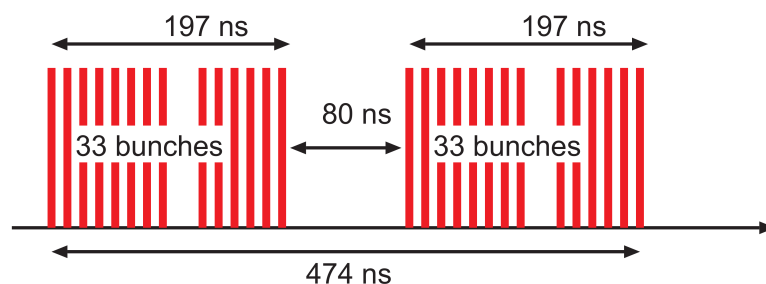


図 3.3 電子ドライブ陽電子源のバンチの時間構造 [?]

第4章

進行波加速管の電圧とビームローディング補償

まず、セクション 4.1 で空洞電圧のモデル式を求め、以降のセクションで具体的な RF パワーの形を決めて空洞電圧の式を求め、考察した。特に、応答を考慮した 2 つの矩形波からなる波の入力 RF においてはより詳細に平均加速電圧とエネルギー広がりについて評価した。

4.1 入力 RF とビームローディングによる空洞電圧

本セクション (4.1) では空洞電圧のモデル式を求める。この流れは [?] に基づく。

進行波加速管は、管内の電磁波の群速度が有限であることが特徴である。群速度が有限であるから、電磁波は入り口から入り、出口から出ていく。電磁波が館内を通過する間のみ加速電場が誘起される。管内を通過するパワー $P(z)$ は空洞内での消費される分だけ減少されるから、位置 z の関数となる。シャントインピーダンス r は

$$r = -\frac{E^2}{dP/dz} \quad (4.1)$$

Q 値は

$$Q = -\frac{\omega W}{dP/dz} \quad (4.2)$$

と表せるから r/Q は

$$\frac{r}{Q} = -\frac{E^2}{\omega W} \quad (4.3)$$

と表せ、消費電力が表れない。群速度 v_g は

$$v_g = \frac{P}{W} = -\frac{\omega}{Q} \frac{P}{dP/dz} \quad (4.4)$$

と表せる。これから次の式が導かれる。

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega P}{v_g Q} = -2\mu P \quad (4.5)$$

$\mu = \frac{\omega}{Q} \frac{1}{2v_g}$ は減衰係数と呼ばれるパラメーターであり、加速管の設計により決まる。この右辺の値が一定になるように設計された加速管を constant-gradient (CG 型、定勾配) 加速管という。各周波数 ω や Q 値は一定

であるから、 μ を調整するのは群速度 v_g である。加速管のアパーチャー（内径）の大きさにより群速度 v_g は変化するため、上の条件を満たすように内径を加速管全体にわたり変化させる。このとき、加速勾配は

$$E = \sqrt{-r \frac{dP}{dz}} = \sqrt{2\mu P} \quad (4.6)$$

より、管内で一定となる。管内で電場の高い場所があると、そこで真空放電が発生して運転が困難になるが、勾配を一定にすることでこれを抑制し、より平均電場が高い状態で運転できるのである。

CG 型加速管では長さ当たりの電力消費が一定であるから

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0 - P_L}{L} \quad (4.7)$$

となる。ここで P_0 は入力パワー、 P_L は出力パワー、 L は加速管の長さである。減衰定数 (attenuation constant) α は

$$\alpha := \int_0^L \mu(z) dz \quad (4.8)$$

と定義される。これを用いると

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0(1 - e^{-2\alpha})}{L} \quad (4.9)$$

充填時間 (filling time) t_f は群速度 $v_g(z)$ で z が 0 から L まで進んだ時間と定義され、

$$t_f := \int_0^L \frac{dz}{v_g(z)} = \int_0^L \frac{dz}{\frac{\omega}{2\mu(z)Q}} = \frac{2Q}{\omega} \int_0^L \mu(z) dz \quad (4.10)$$

と表せる。減衰定数 α を t_f を用い表すと

$$2\alpha = \frac{\omega}{Q} t_f \quad (4.11)$$

という関係式が成り立つ。

したがって

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0(1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f})}{L} \quad (4.12)$$

と表せる。

電子ドライブ方式のビーム電流はおよそ 0.8 A であるからビームローディングによる加速電場が顕著に起こるため、それを考慮する必要がある。

ビームが誘起する減速電場、すなわちビームローディングも、電磁場的には同じモードであるので、同様に出口に向かって伝搬する。以下では、ビームローディングを定式化し、その抑制（補正）について議論する。CG 型加速管中を進行する RF パワー P の変化は空洞壁による消費とビーム加速による消費により表せるから

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dz} &= \frac{dP}{dz_{\text{wall}}} + \frac{dP}{dz_{\text{beam}}} \\ &= -2\mu(z)P(z, t) - I_0 E(z, t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

となる。加速管中のビーム進行方向に z をとり、 μ は減衰係数 (attenuation coefficient)、 I_0 はビーム電流、 E は加速電場である。左辺の全微分を展開して

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t} \frac{dt}{dz} \quad (4.14)$$

なので、まとめると

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{v_g(z)} \frac{\partial P(z,t)}{\partial t} + 2\mu(z)P(z,t) + I_0 E(z,t) = 0 \quad (4.15)$$

となる。 v_g は加速管中での RF の群速度である。これを電場で表すと

$$\frac{\partial E}{\partial z} - \frac{E}{2\mu} \frac{d\mu}{dz} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial E}{\partial t} + \mu(z)E(z,t) + I_0 \mu(z)r_0 = 0 \quad (4.16)$$

となる。ここで

$$P = \frac{E^2}{2\mu r_0} \quad (4.17)$$

より

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{E}{2\mu r_0} \frac{\partial E}{\partial z} \quad (4.18)$$

などを用いた。 r_0 は単位長さ当たりのシャントインピーダンスである。また CG の条件

$$\frac{d\mu(z)}{dz} = -2\mu(z) \quad (4.19)$$

より、

$$\mu(z) - \frac{1}{2\mu(z)} \frac{d\mu(z)}{dz} = 0 \quad (4.20)$$

となるので、式 (4.16) の第二項と第四項はキャンセルしてゼロになる。式 (4.16) の両辺をラプラス変換すると

$$\frac{\partial \mathcal{L}(E(z,t))}{\partial z} + \frac{s}{v_g} \mathcal{L}(E(z,t)) + \mu r_0 I(s) = 0 \quad (4.21)$$

ここで変数 s はラプラス変換の変数である。ラプラス変換は $f(t)$ に対して

$$\mathcal{L}(f(t)) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \quad (4.22)$$

と定義される。両辺を z について積分すると

$$\mathcal{L}(E(z,t)) = \mathcal{L}(E(0,t)) - e^{-st_z} r_0 I \int_0^z e^{st_z} \mu(z) dz \quad (4.23)$$

したがって、加速管全体の加速電圧のラプラス変換は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) &= \frac{L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f}) \mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) \\ &\quad - \frac{\frac{1}{2}r_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f})) \mathcal{L}(I(t)) \end{aligned} \quad (4.24)$$

と表せる。

$t = t_b$ からビーム入力を開始するとしてビーム電流は

$$I(t) = I_0 u(t - t_b) \quad (4.25)$$

と表せる。 $u(t)$ は Heaviside step function。

ビーム電流のラプラス変換は

$$\mathcal{L}(I(t)) = \frac{I_0}{s} e^{-t_b s} \quad (4.26)$$

これを式 (4.24) に代入すると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) = & \frac{L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f}) \mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) \\ & - \frac{\frac{1}{2}r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s^2} e^{-t_b s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f})) \end{aligned} \quad (4.27)$$

と表せる。

陽電子の加速について考えるには、大きな加速をさせるための平均加速電場とビームの品質を保つためのエネルギー広がりとの2つが重要なパラメーターである。入力 RF 電場の形は振幅変調によって変えることができる。以下のセクションでは、入力 RF 電場の形を具体的に、矩形波、クライストロンの応答を考慮した矩形波、2つの矩形波からなる波、クライストロンの応答を考慮した2つの矩形波からなる波、の4つの場合について調べた。特により現実的な場合である、応答を考慮した2つの矩形波からなる波について詳しく評価し考察した。

今回の例で用いる加速管とビームパルスのパラメーターを表 4.1 に示す。

表 4.1 今回の例のパラメーター。S-Band の進行波加速管。

	Symbol	Unit	Value
Shunt impedance	r_0	M Ω /m	55.15
Structure length	L	m	2.152
Max input power	P_{max}	MW	36.00
Angular frequency	ω	rad/ μ s	16336
Quality factor	Q	1	13600
Attenuation constant	α	1	0.3330
Beam pulse length	t_{pulse}	μ s	0.4800
Beam loading current	I_0	A	0.7805

4.2 矩形波の入力

まず、クライストロンの過渡的応答特性を考慮せず、シンプルな例である矩形波の入力 RF の場合を考える。このとき入力 RF の電場は

$$E_{\text{in}}(t) = E_0 u(t - t_{\text{RF}0}) \quad (4.28)$$

と表せる。 $t_{\text{RF}0}$ は最初の入力 RF 開始時間であり、ここでは $t_{\text{RF}0} = 0$ とする。よって

$$E_{\text{in}}(t) = E_0 u(t) \quad (4.29)$$

となる。

図 4.1 に入力電場の例を示す。

このラプラス変換は

$$\mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) = \frac{1}{s} E_0 \quad (4.30)$$

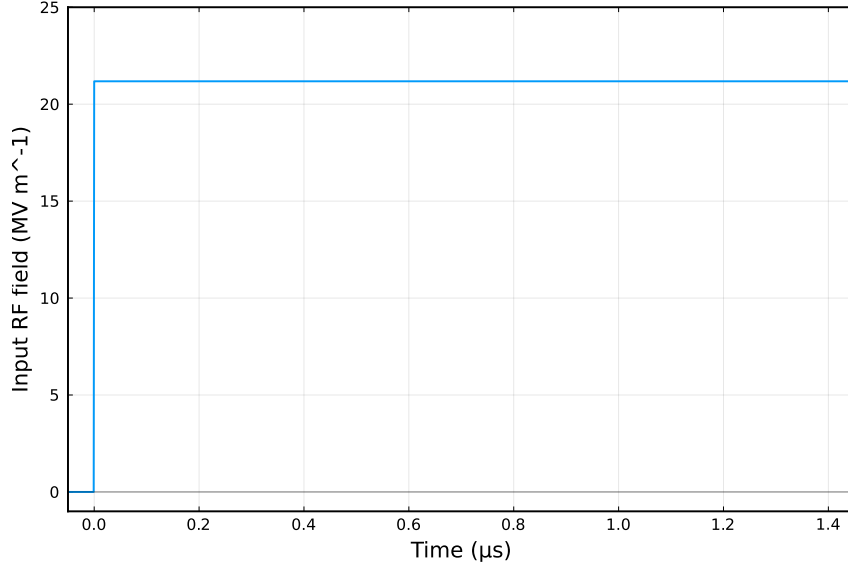


図 4.1 矩形波の入力電場の例。 $t > 0$ で一定の最大入力電場になる。

となる。これを式 (4.27) に代入すると空洞電圧のラプラス変換は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) = & \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s(s + \frac{\omega}{Q})} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f}) \\ & - \frac{\frac{1}{2} r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s^2} e^{-t_b s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f})) \end{aligned} \quad (4.31)$$

逆ラプラス変換をして時間ドメインに戻すと空洞電圧は

$$V_{\text{cavity}}(t) = V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t) + V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) \quad (4.32)$$

と表せる。ここで $V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t), V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t)$ は

$$V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t) := \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} ((1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t})u(t) - (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} u(t-t_f)) \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) := & -\frac{\frac{1}{2} r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \left((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b)} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b)e^{-\frac{\omega}{Q} t_f})u(t-t_b) \right. \\ & \left. - ((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)e^{-\frac{\omega}{Q} t_f})u(t-t_b-t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.34)$$

である。

$t > t_f$ において $V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t)$ は

$$V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t) = E_0 L \quad (4.35)$$

と定数になる。

$t > t_b + t_f$ において $V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t)$ は

$$V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) := -\frac{1}{2} r_0 I_0 L \left(1 - \frac{\frac{\omega}{Q} t_f}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} \right) \quad (4.36)$$

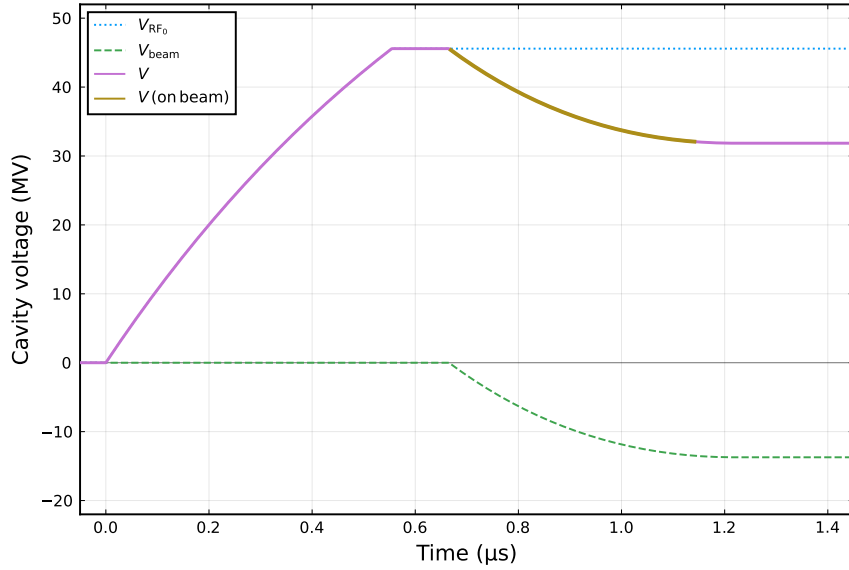


図 4.2 矩形波の入力電場の場合の空洞電圧の例。 $t = t_f$ 以降にビームパルスを入射。

と定数になる。入力 RF による電圧もビーム電流による電圧も t_f で行き渡る。

式 (4.35) と式 (4.36) から、 $t > t_b + t_f$ において $V_{\text{cavity}}(t)$ は

$$V_{\text{cavity}}(t) = E_0 L - \frac{1}{2} r_0 I_0 L \left(1 - \frac{\frac{\omega}{Q} t_f}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} \right) \quad (4.37)$$

という定数になる。

平均加速電圧を最大にするには、 $t = t_f$ 以降にビームを入射すればいい。つまり $t_b > t_f$ が条件となる。

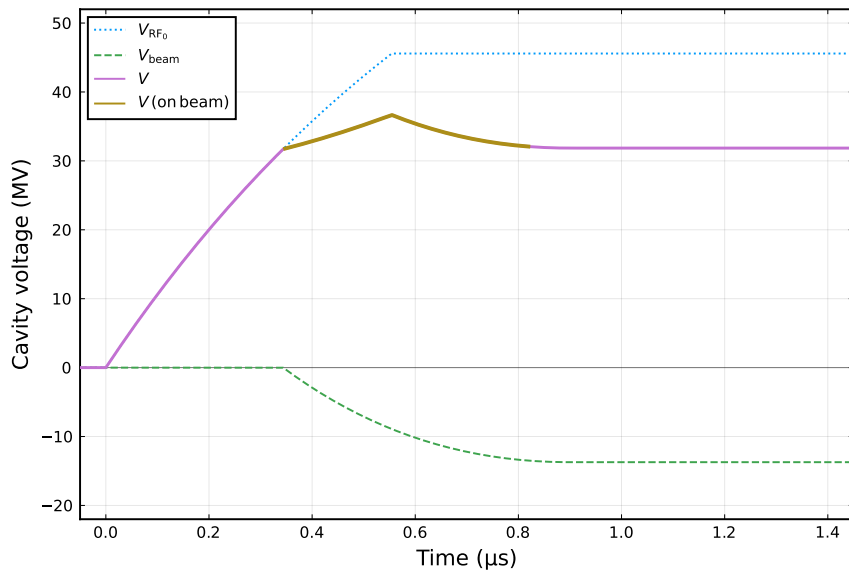


図 4.3 矩形波の入力電場の場合の空洞電圧の例。 $t = t_f$ 以前にビームパルスを入射。

ビームのエネルギー広がりを最小にするには $t = t_f$ 以前に入射する必要がある。加速電圧とエネルギー広

がりはトレードオフになる。

4.3 応答を考慮した矩形波の入力

矩形波の入力 RF にクライストロンの応答を考慮した場合を考える。

このとき入力 RF の電場は、時定数を τ として

$$E_{\text{in}}(t) = E_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})u(t) \quad (4.38)$$

という形で表せる。

図 4.4 に入力電場の例を示す。ここでの例は $\tau = 0.05 \mu\text{s}$ としている。

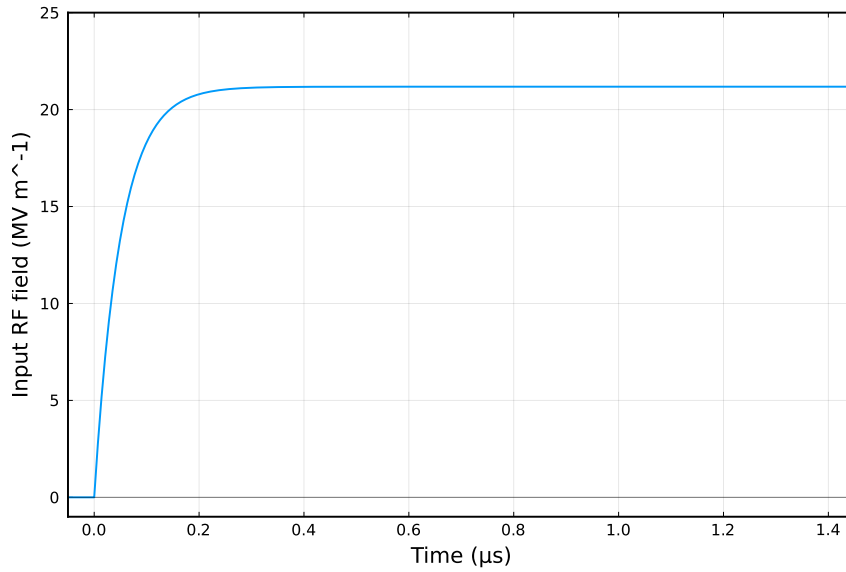


図 4.4 応答を考慮した矩形波の入力電場の例

このラプラス変換は

$$\mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) = \frac{E_0}{\tau s^2 + s} \quad (4.39)$$

これを式 (4.27) に代入すると空洞電圧のラプラス変換は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) = & \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{(\tau s^2 + s)(s + \frac{\omega}{Q})} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f}) \\ & - \frac{\frac{1}{2} r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s^2} e^{-t_f s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f})) \end{aligned} \quad (4.40)$$

逆ラプラス変換をして時間ドメインに戻すと

$$\begin{aligned} V_{\text{cavityRF}_0}(t) := & \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \left(\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} (e^{-\frac{\omega}{Q} t} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t}{\tau}}) \right) u(t) \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} (e^{-\frac{\omega}{Q} (t-t_f)} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t-t_f}{\tau}}) \right) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} u(t - t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$V_{\text{cavity_beam}}(t) := -\frac{\frac{1}{2}r_0I_0L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \left((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b)} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b)e^{-\frac{\omega}{Q}t_f})u(t-t_b) - ((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)e^{-\frac{\omega}{Q}t_f})u(t-t_b-t_f) \right) \quad (4.42)$$

として、空洞電圧は

$$V_{\text{cavity}}(t) = V_{\text{cavity_RF}_0}(t) + V_{\text{cavity_beam}}(t) \quad (4.43)$$

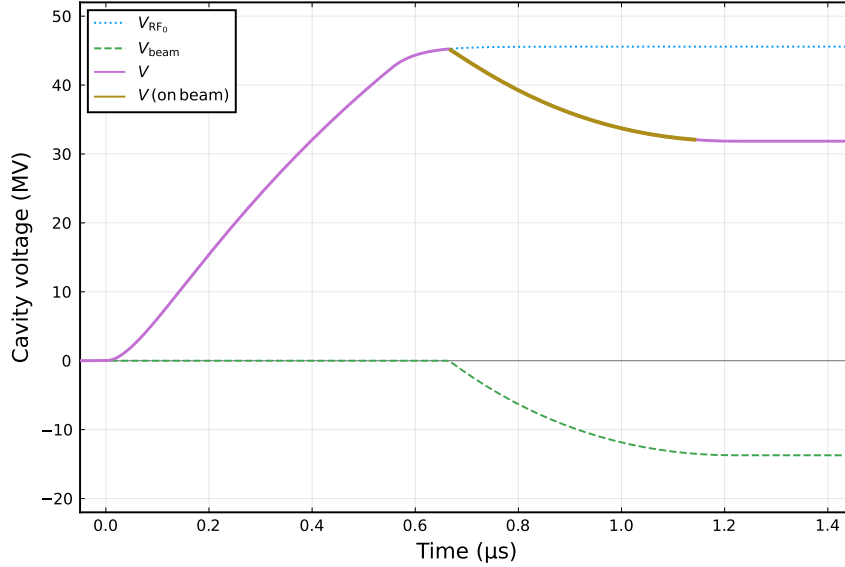


図 4.5 応答を考慮した矩形波の入力電場の場合の空洞電圧の例。 $t = t_f$ 以降にビームパルスを入射。

ビーム電流による減速電場 $V_{\text{cavity_beam}}(t)$ は前セクションの式 (4.34) と同じであり、 $t > t_b + t_f$ で一定になる。

入力 RF による加速電場 $V_{\text{cavity_RF}_0}(t)$ は、応答を考慮しない矩形波の場合と違い $t > t_b$ で一定にはならず、 t が大きくなるに従い漸近的に式 (4.35) に近づく。

平均加速電圧を最大にするには、応答を考慮しない場合と違い $V_{\text{cavity_RF}_0}(t)$ が一定とみなせる程度時間が経ってからビームを入射すればいい。クライストロンの応答は無視できない程影響があることがわかる。

ビームのエネルギー広がりをも最小にするには $t = t_f$ 以前に入射する必要があるが応答を考慮しない場合と比べて遅れがあるためビーム入射タイミングは少し遅くする必要がある。

4.4 2つの矩形波からなる波の入力 RF

ビームのエネルギー広がりをも小さくするには、ビーム入射タイミングからビームが加速電圧を下げるためその効果を打ち消すような入力 RF を考える必要がある。矩形波の場合ではビームの入力タイミング (t_b) しか調整できないため、2つの矩形波からなる波の入力 RF を考える。この場合、ビームの入力タイミング (t_b) に加えて1番目の入力 RF 電場 (E_0) および2番目の入力 RF の開始タイミング (t_{RF_1}) も調整できるパラメーターである。本セクションでは応答を考慮しない2つの矩形波からなる波の入力 RF を考える。

入力 RF の電場は

$$E_{\text{in}}(t) = E_0u(t) + E_1u(t - t_{\text{RF}_1}) \quad (4.44)$$

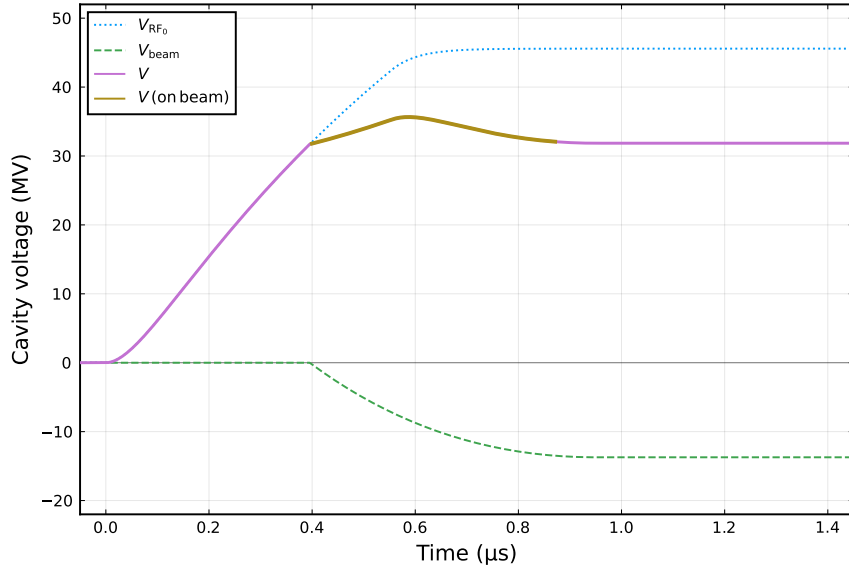


図 4.6 応答を考慮した矩形波の入力電場の場合の空洞電圧の例。 $t = t_f$ 以前にビームパルスを入射。

と表せる。 E_0 と E_1 はそれぞれ 1 番目と 2 番目の入力電場であり、和は $E_{\max} = E_0 + E_1$ という定数である。これは管内での放電を抑えて運転するためにクライストロンの性能などによって決められる。

図 4.7 に入力電場の例を示す。

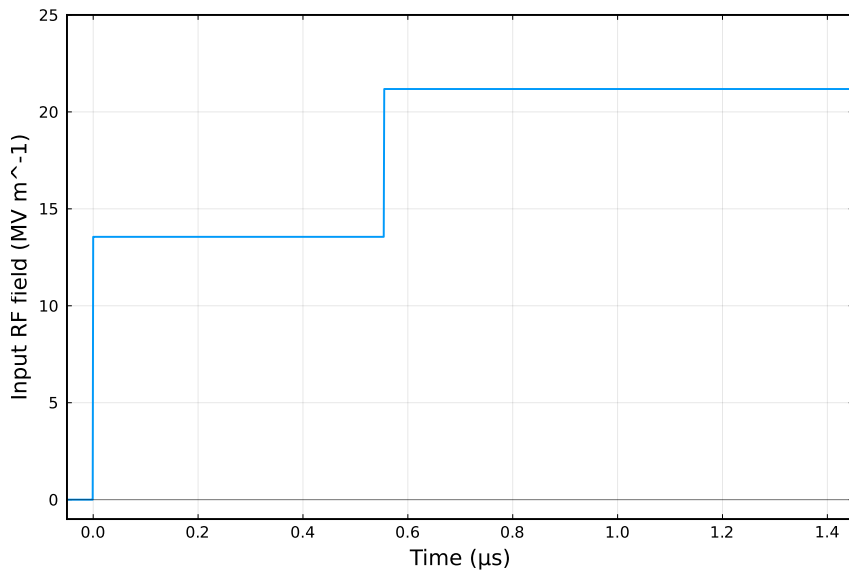


図 4.7 2つの矩形波からなる波の入力電場の例

このラプラス変換は

$$\mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) = \frac{1}{s}(E_0 + E_1 e^{-t_{\text{RF}1} s}) \quad (4.45)$$

これを式 (4.27) に代入すると空洞電圧のラプラス変換は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) = & \frac{L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s(s + \frac{\omega}{Q})} (E_0 + E_1 e^{-t_{\text{RF}_1} s}) (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f}) \\ & - \frac{\frac{1}{2}r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s^2} e^{-t_b s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q}t_f})) \end{aligned} \quad (4.46)$$

逆ラプラス変換をして時間ドメインに戻すと

$$V_{\text{cavity}_{\text{RF}_0}}(t) := \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} ((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t})u(t) - (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}u(t-t_f)) \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{RF}_1}}(t) := & \frac{E_1 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \left((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_{\text{RF}_1})})u(t-t_{\text{RF}_1}) \right. \\ & \left. - (1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_{\text{RF}_1}-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}u(t-t_{\text{RF}_1}-t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) := & -\frac{\frac{1}{2}r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \left((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b)} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b)e^{-\frac{\omega}{Q}t_f})u(t-t_b) \right. \\ & \left. - ((1 - e^{-\frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)})e^{-\frac{\omega}{Q}t_f} - \frac{\omega}{Q}(t-t_b-t_f)e^{-\frac{\omega}{Q}t_f})u(t-t_b-t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.49)$$

として、空洞電圧は

$$V_{\text{cavity}}(t) = V_{\text{cavity}_{\text{RF}_0}}(t) + V_{\text{cavity}_{\text{RF}_1}}(t) + V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) \quad (4.50)$$

と表せる。

式 (4.35) と同じく $t > t_f$ において

$$V_{\text{cavity}_{\text{RF}_0}}(t) = E_0 L \quad (4.51)$$

と定数になる。

同様に $t > t_{\text{RF}_1} + t_f$ において

$$V_{\text{cavity}_{\text{RF}_1}}(t) = E_1 L \quad (4.52)$$

と定数になる。

ビーム電流による減速電圧 $V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t)$ は矩形波の場合と同じだから、式 (4.51), (4.52), (4.36) より、 $t > t_{\text{RF}_1} + t_f$ かつ $t > t_b + t_f$ において $V_{\text{cavity}}(t)$ は

$$V_{\text{cavity}}(t) = (E_0 + E_1)L - \frac{1}{2}r_0 I_0 L \left(1 - \frac{\omega}{Q}t_f \frac{e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}}\right) \quad (4.53)$$

という定数になる。これは応答を考慮しない矩形波の場合の $t > t_b + t_f$ の時の空洞電圧 (式 (4.37)) と同じ値である。

ビームパルスの時間間隔 t_{pulse} は $t_{\text{pulse}} < t_f$ を満たすとする。 $t_f < t_{\text{RF}_1}$ かつ $t_{\text{RF}_1} + t_f = t_b + t_{\text{pulse}}$ の場合つまり 1 番目の入力 RF が行き渡った後に 2 番目の入力 RF を開始しビームパルスの終端時間が 2 番目の入力 RF の filling time と一致することを考える。このときエネルギー広がり最小にするにはビーム入射開始時の空洞電圧とビームパルスの終端時間の空洞電圧が等しくなればよい。つまり $V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t_b) = V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t_b + t_{\text{pulse}})$ であるから

$$E_1 = \frac{1}{2}r_0 I_0 \frac{1 - e^{-\frac{\omega}{Q}t_{\text{pulse}}} - \frac{\omega}{Q}t_{\text{pulse}}e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}}{e^{-\frac{\omega}{Q}(t_f - t_{\text{pulse}})} - e^{-\frac{\omega}{Q}t_f}} \quad (4.54)$$

という条件となる。

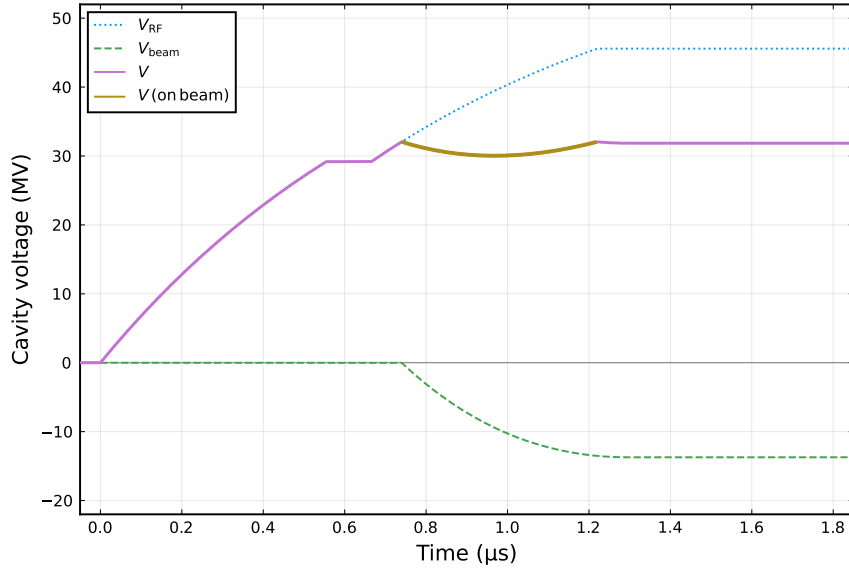


図 4.8 2つの矩形波のからなる波の入力電場の場合の空洞電圧の例。 $t_f < t_{RF1}$ かつ $t_{RF1} + t_f = t_b + t_{pulse}$ でエネルギー広がりを最小にしたもの。

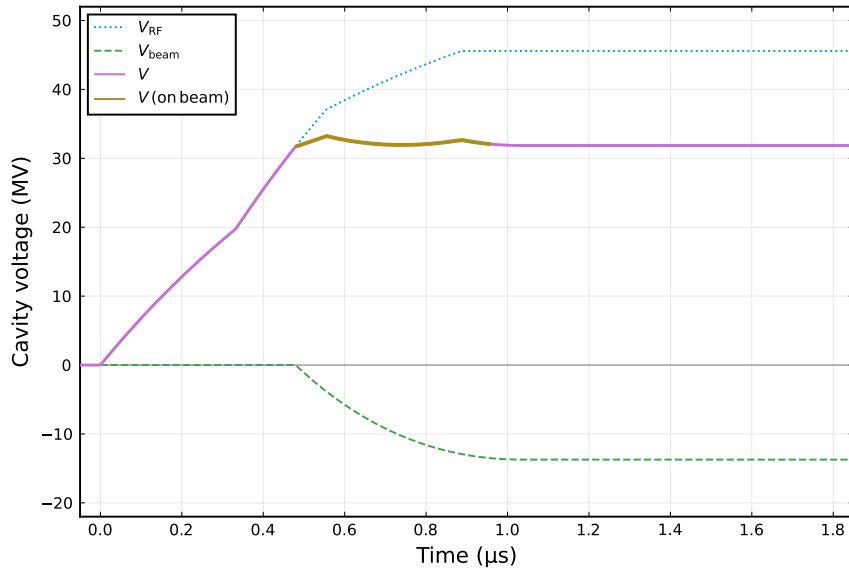


図 4.9 2つの矩形波のからなる波の入力電場の場合の空洞電圧。 $t_{RF1} < t_f$ の場合。

4.5 応答を考慮した2つの矩形波からなる波の入力 RF

2つの矩形波からなる波の入力 RF にクライストロンの応答を考慮した場合を考える。

入力 RF の電場は

$$E_{in}(t) = E_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})u(t) + E_1(1 - e^{-\frac{t-t_{RF1}}{\tau}})u(t - t_{RF1}) \quad (4.55)$$

と表せる。

図 4.10 に入力電場の例を示す。

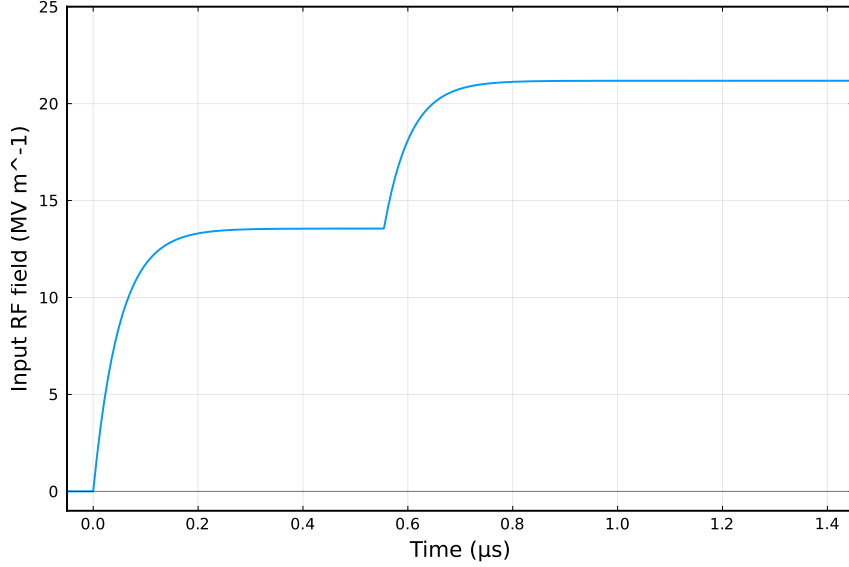


図 4.10 応答を考慮した 2 つの矩形波からなる波の入力電場の例

このラプラス変換は

$$\mathcal{L}(E_{\text{in}}(t)) = \frac{1}{\tau s^2 + s} (E_0 + E_1 e^{-t_{\text{RF1}} s}) \quad (4.56)$$

これを式 (4.27) に代入すると空洞電圧のラプラス変換は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V_{\text{cavity}}(t)) = & \frac{L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{(\tau s^2 + s)(s + \frac{\omega}{Q})} (E_0 + E_1 e^{-t_{\text{RF1}} s}) (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f}) \\ & - \frac{\frac{1}{2} r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \frac{\frac{\omega}{Q}}{s^2} e^{-t_b s} (1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} - \frac{\frac{\omega}{Q}}{s + \frac{\omega}{Q}} (1 - e^{-t_f s - \frac{\omega}{Q} t_f})) \end{aligned} \quad (4.57)$$

逆ラプラス変換をして時間ドメインに戻すと

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{RF0}}}(t) := & \frac{E_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \left(\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} (e^{-\frac{\omega}{Q} t} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t}{\tau}}) \right) u(t) \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} (e^{-\frac{\omega}{Q} (t - t_f)} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t - t_f}{\tau}}) \right) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} u(t - t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{RF1}}}(t) := & \frac{E_1 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \left(\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} \left(e^{-\frac{\omega}{Q} (t - t_{\text{RF1}})} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t - t_{\text{RF1}}}{\tau}} \right) \right) u(t - t_{\text{RF1}}) \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega}{Q} \tau} (e^{-\frac{\omega}{Q} (t - t_{\text{RF1}} - t_f)} - \frac{\omega}{Q} \tau e^{-\frac{t - t_{\text{RF1}} - t_f}{\tau}}) \right) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} u(t - t_{\text{RF1}} - t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) := & -\frac{\frac{1}{2} r_0 I_0 L}{1 - e^{-\frac{\omega}{Q} t_f}} \left(\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q} (t - t_b)} - \frac{\omega}{Q} (t - t_b) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} \right) u(t - t_b) \right. \\ & \left. - \left(\left(1 - e^{-\frac{\omega}{Q} (t - t_b - t_f)} \right) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} - \frac{\omega}{Q} (t - t_b - t_f) e^{-\frac{\omega}{Q} t_f} \right) u(t - t_b - t_f) \right) \end{aligned} \quad (4.60)$$

として、空洞電圧は

$$V_{\text{cavity}}(t) = V_{\text{cavity}_{\text{RF}_0}}(t) + V_{\text{cavity}_{\text{RF}_1}}(t) + V_{\text{cavity}_{\text{beam}}}(t) \quad (4.61)$$

と表せる。

入力 RF による加速電場 $V_{\text{cavity}_{\text{RF}_0}}(t)$ は、応答を考慮しない場合と違い $t > t_{\text{RF}_1} + t_f$ かつ $t > t_b + t_f$ において $V_{\text{cavity}}(t)$ は一定にはならず、 t が大きくなるに従い漸近的に式 (4.53) に近づく。

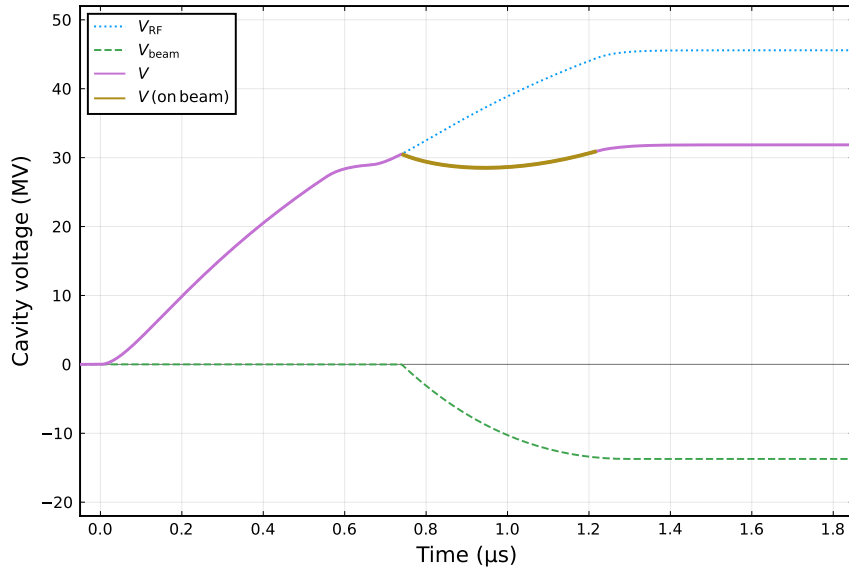


図 4.11 応答を考慮した 2 つの矩形波のからなる波の入力電場の場合の空洞電圧。 $t_{\text{RF}_1} < t_f$ の場合の例。

図 4.12 はエネルギー広がりや平均加速電圧の関係について、 t_{RF_1} , t_{beam} , E_0 を数値計算で網羅的に変化させてプロットしたものである。また、1 番目の入力 RF による空洞電圧の変化が一定とみなせるタイミングで 2 番目の入力 RF を開始した場合で t_{RF_1} を固定して ($t_{\text{RF}_1} = \frac{3}{2}t_f = 0.8316 \mu\text{s}$)、 t_{beam} , E_0 を数値計算で網羅的に変化させてプロットした。この図をみると、エネルギー広がりが大きくなるほど最大の平均加速電圧は大きくなり、エネルギー広がりが小さい所より大きいところでは最大の平均加速電圧の上げ幅は小さくなる。最大の平均加速電場のときのエネルギー広がりや t_{RF_1} が固定の場合でも同じであり、エネルギー広がりが最小の時は t_{RF_1} が固定の場合でない場合のほうがわずかに最大の平均加速電場は大きい、つまりエネルギー広がりが大きくても最大の平均加速電場が必要な場合は 2 番目の入力 RF の開始タイミングは 1 番目の入力 RF の影響があるときである。具体的には、最小のエネルギー広がりでの平均最大電場は、 t_{RF_1} が固定の場合と比較すると、数値計算の誤差が大きいと考えられるため正確ではないが 0.51% 上がった。また、エネルギー広がりと最大の平均電場の関係は 1 番目の入力 RF による電圧が一定とみなせる時間以降で 2 番目の入力 RF を開始する条件でもこの例ではほぼ変わらないことが分かった。

前述まではビーム電流を固定していたが、図 4.17 に平均加速電圧およびエネルギー広がりやビーム電流の関係を示す。ビーム電流がない場合はエネルギー広がりやゼロにすることができ、ビーム電流の大きさに比例して平均加速電圧が下がっていく。平均加速電圧を上げようとするエネルギー広がりや大きくなる。

ビーム電流が 0.0 A の場合と 1.5 A の場合にエネルギー広がりや平均加速電圧の関係を、 t_{RF_1} , t_{beam} , E_0 を数値計算で網羅的に変化させてプロットしたものをそれぞれ図 4.18、図 4.19 に示す。 t_{RF_1} が固定の場合でない場合と固定でない場合のエネルギー広がりやの最小値の差は、ビーム電流が大きくなるほど大きくなると思え

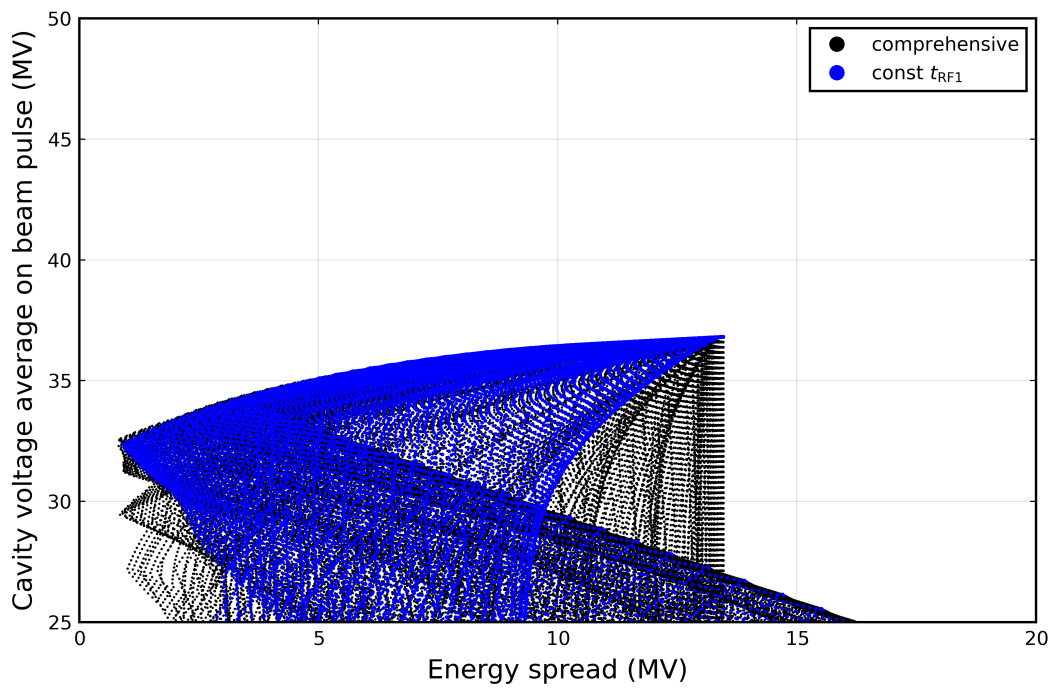


図 4.12 t_{RF1}, t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションでのエネルギー広がり と平均加速電場のプロット ($I_0 = 0.7805$ A)

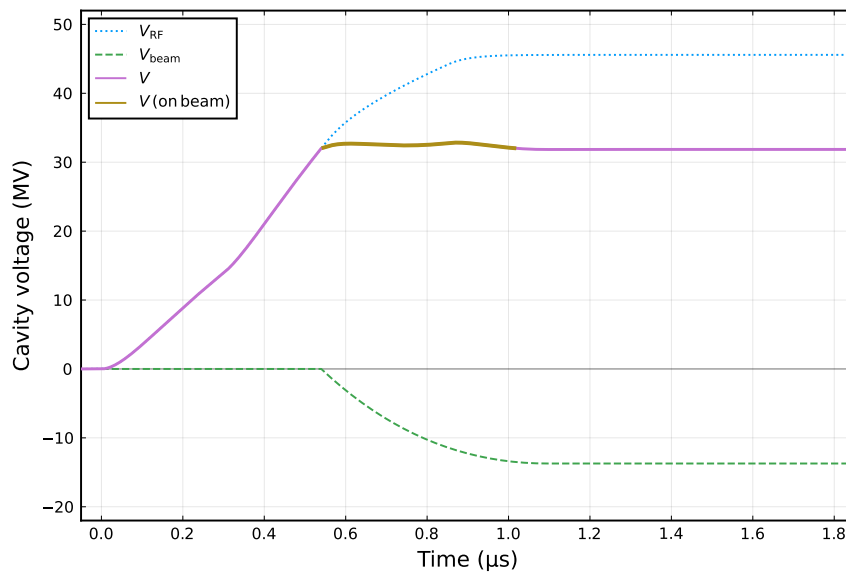


図 4.13 t_{RF1}, t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションで最小のエネルギー広がり の場合の空洞電圧。このときのエネルギー広がり は 0.832 MV、最大電圧との比は 1.83 %。平均空洞電圧は 32.5 MV、最大電圧との比は 71.4 %。

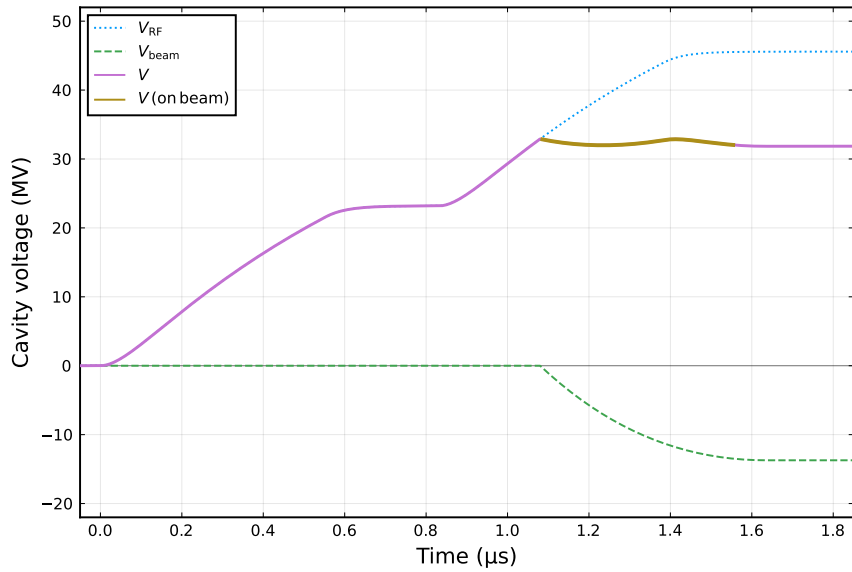


図 4.14 $t_{RF1} = 0.8316 \mu s$ で t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションで最小のエネルギー広がりの場合の空洞電圧。このときのエネルギー広がり ΔE は 0.904 MV 、最大電圧との比は 1.98% 、平均空洞電圧は 32.4 MV 、最大電圧との比は 71.0% 。

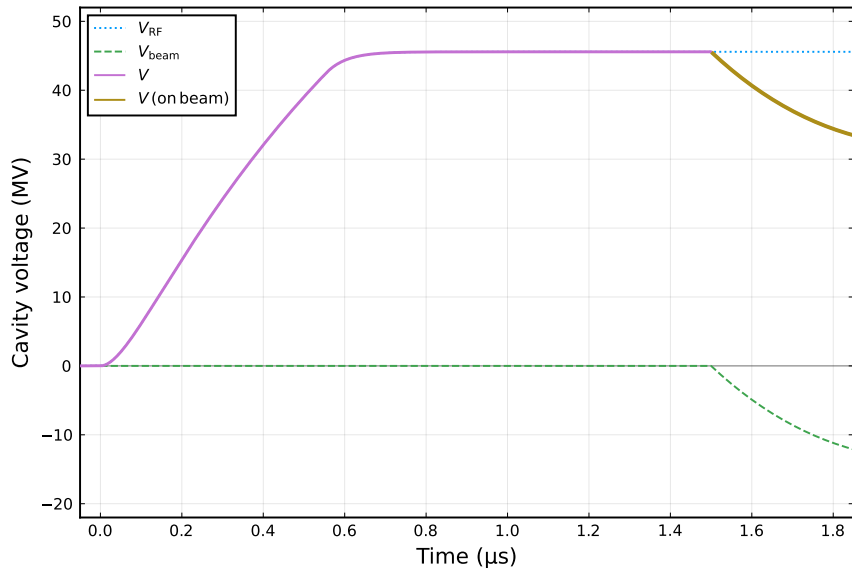


図 4.15 t_{RF1}, t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションで最大の平均加速電圧の場合の空洞電圧。このときのエネルギー広がり ΔE は 13.5 MV 、最大電圧との比は 29.5% 。平均空洞電圧は 36.8 MV 、最大電圧との比は 80.8% 。 t_{beam} は $1.5 \mu s$ までしか変化させていないためこうなっている。

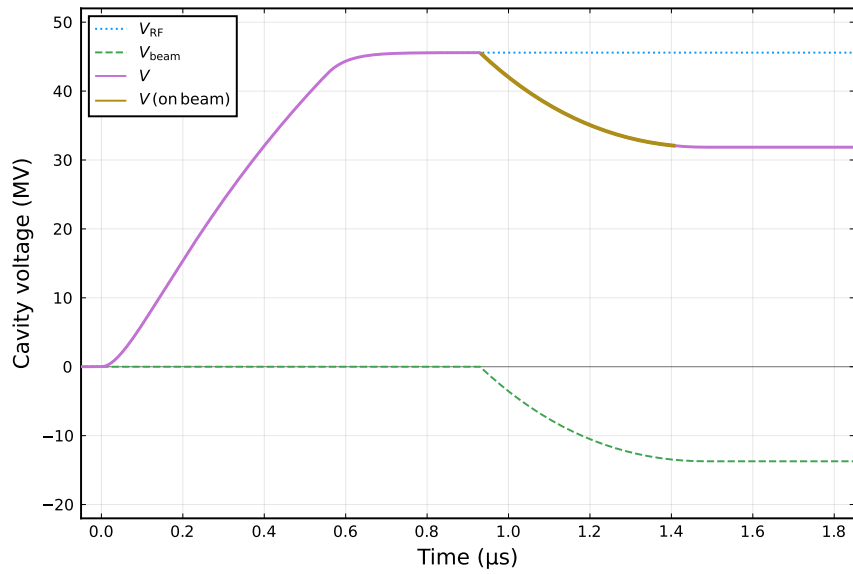


図 4.16 $t_{RF1} = 0.8316 \mu s$ で t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションで最大の平均加速電圧の場合の空洞電圧。このときのエネルギー広がり は 13.5 MV、最大電圧との比は 29.5 %。平均空洞電圧は 36.8 MV、最大電圧との比は 80.8 %。

られる。

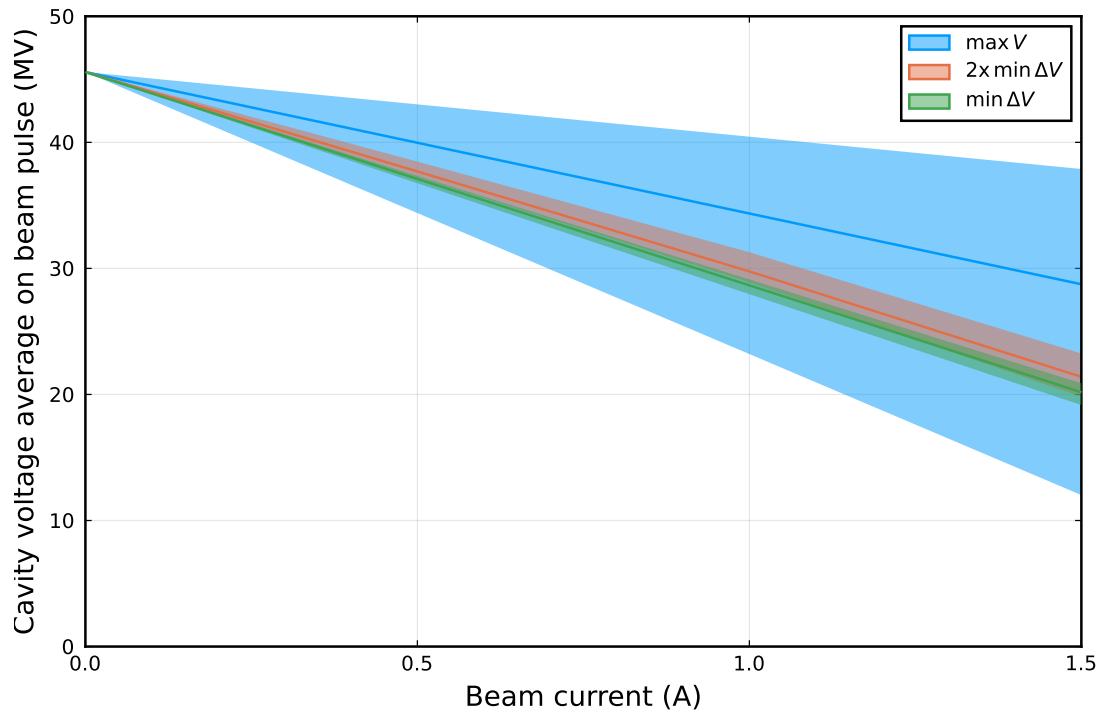


図 4.17 $t_{RF1} = 0.8316 \mu s$ で t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションで最大の平均加速電圧およびエネルギー広がりとの関係

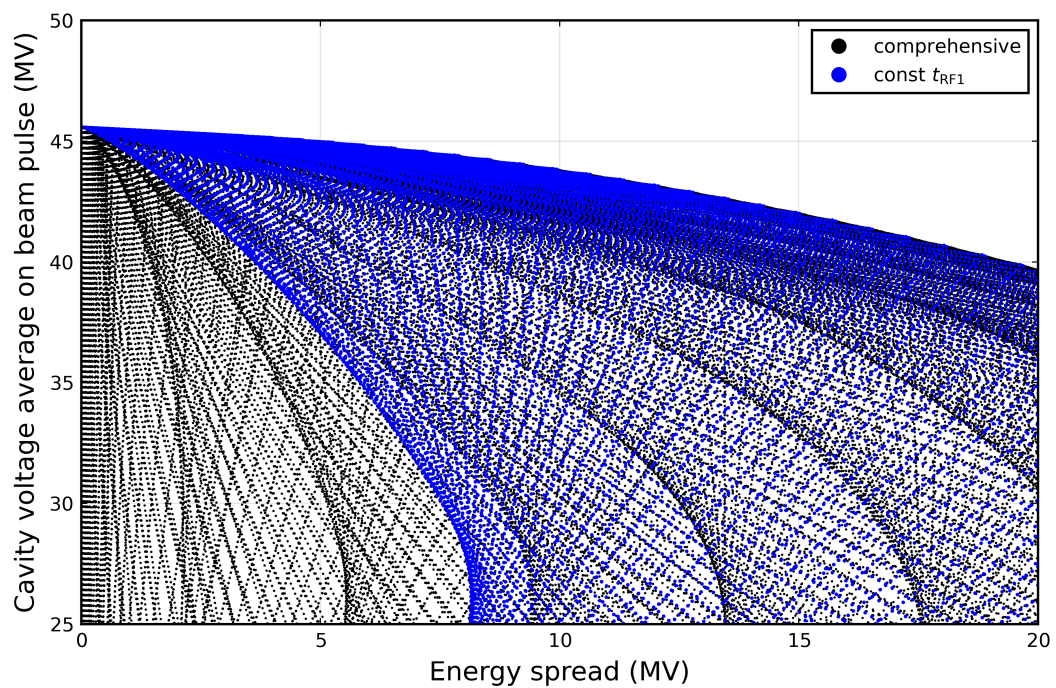


図 4.18 $I_0 = 0.0 A$ における t_{RF1}, t_b, E_{RF1} をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションでのエネルギー広がりとの平均加速電場のプロット

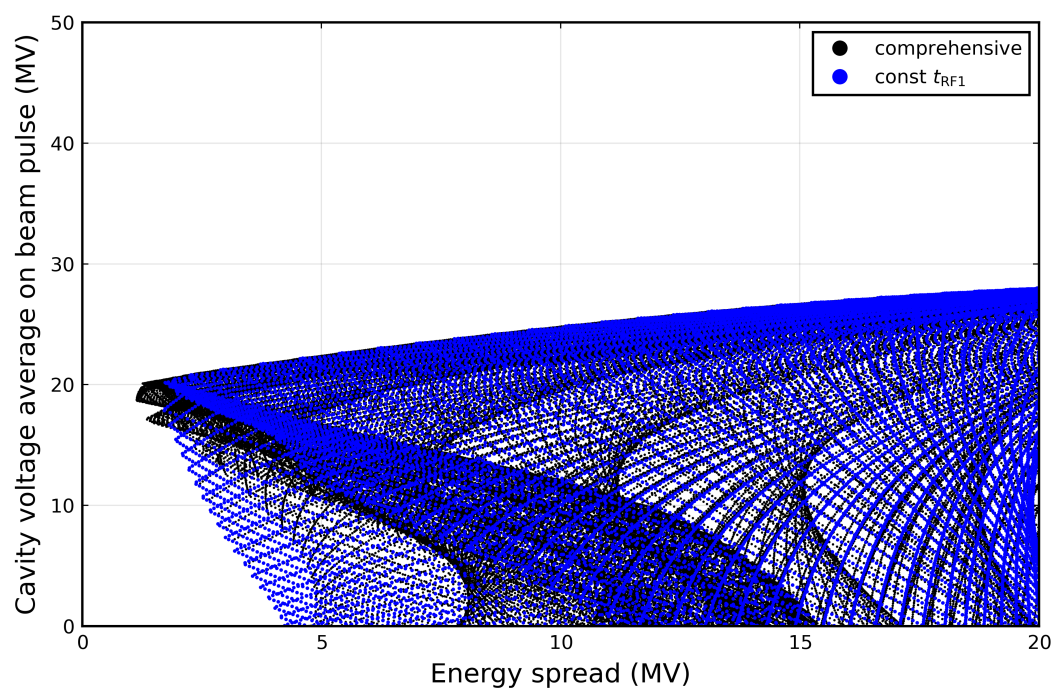


図 4.19 $I_0 = 1.5 \text{ A}$ における $t_{\text{RF}1}, t_b, E_{\text{RF}1}$ をそれぞれ網羅的に変化させたシミュレーションでのエネルギー広がり と平均加速電場のプロット

第5章

まとめ

本研究では、進行波加速管への入力パワーの振幅変調で、クライストロンの時間的な応答特性を考慮したビームローディングを含んだ進行波加速管の加速電圧の2種類の解析モデルを構築した。途中で振幅変調を含んだ2つの矩形波からなる入力RFで陽電子を加速したモデルでは、パラメーターの調整の仕方として高い加速電圧で最小のエネルギー広がりにする場合と最大の加速電圧にする場合について調べた。また、その場合にビーム電流と平均加速電圧およびエネルギー広がりについて調べ、各々の条件における最適条件二目安を得た。今回の例でのビーム電流0.78 Aではエネルギー広がりには電圧比で1.8%程度と比較的小さくできることがわかった。

今後の課題として、今回はパルスバンチ間隔を考慮していないためそれを考慮したモデルを構築する必要がある。また、エネルギー広がりがより小さくなる補償法を検討することも課題である。そして、実際に実験して解析モデルが適切かどうか確かめる必要がある。

謝辞

当研究室で研究を行うにあたり、指導教員の栗木教授には研究内容や加速器物理学についてなど多くのことを指導していただきました。田地野さんには研究の議論や学び方について教えてもらいました。加速器物理学研究室の皆様には大変お世話になりました。この場を借りて感謝の意を表します。