2023 年度　修士論文

ILC 陽電子源の設計およびキャプチャーライナック における ビームローディング補償の研究

広島大学大学院先進理工系科学研究所

量子物質科学プログラム

M226322 田地野浩希

指導教員　栗木雅夫教授

2024 年 3 月

要旨

国際リニアコライダー(International Linear Collider, ILC)は重心系エネルギー250GeV から 1TeV の電子・陽電子衝突型線形加速器である。ILC での陽電子生成方法として電子ビームを金属標的に照射し、制動放射と対生成反応を起こすことで陽電子を発生させる電子ドライブ方式が採用される予定である。線形加速器である ILC では、ビームの再利用ができないため、従来のリングコライダーと比べ大量の電子・陽電子が必要になる。そのため標的へのビーム照射による陽電子生成を行う電子ドライブ方式の場合、標的の熱的な破壊が危惧されている。よって標的破壊を防ぐために、入射電子数に対する捕獲陽電子数を高める必要がある。キャプチャーライナックは生成直後の陽電子を加速可能な RF バケツに捕捉するセクションであるが、ビームによる減速場（ビームローディング）が発生し、それが集群に影響する。本研究では、シミュレーションによりキャプチャーライナックを模擬し粒子トラッキングを行うことで、実際にビームが作り出すビームローディング電流を計算しその影響について調べた。また入力 RF の位相変調によるビームローディングの補償についても検討を行い、ビームローディング電流が約 2.0[A]、入力パワー22.5MW において平均の加速勾配が約8.0[MV/m]となった。さらに陽電子源全体のパラメータについても最適化を行い、陽電子捕獲率を求めた。全体最適化により得られた陽電子捕獲率は 1.20 となり、この時に標的に発生する熱的な負荷は破壊限界よりも低くなったため、標的破壊を起こさずに陽電子源の運用が可能であるという見通しがたった。

目次

第 1 章　序論

　国際リニアコライダー(International Linear Collider, ILC)は重心系エネルギー250GeV~1TeV の電子・陽電子衝突型の線形加速器であり、現在岩手県の北上山地を建設候補地として、その実現に向けた準備が進んでいる。ILC はヒッグス粒子やトップクォークの大量生成、超対称性粒子を含む未知の素粒子の発見などにより、これまでの標準理論を超える新しい物理の発見が期待されており、国際将来加速器委員会(International Committee for Future Accelerator)の主導のもと、アジア、欧州、米国などの世界各地の研究機関の協力のもとで推進されている高エネルギー物理学の国際プロジェクトである。信頼性の高い ILC での陽電子生成方法の一つとして、電子ドライブ方式が検討されている。電子ドライブ方式とは高エネルギー電子ビームを金属標的に照射することにより、金属標的内で対生成反応を起こして陽電子を生成する方式であり、これまでに多くの加速器において使用され、技術的に成熟した方式である。線形加速器によるコライダーである ILC は衝突に使用したビームの再利用ができず、衝突実験を継続するためには絶えず電子・陽電子を供給する必要があり、従来の周回軌道によるリングコライダーに比べ大量の電子・陽電子が必要となる。そのため陽電子生成に用いる金属標的の高熱負荷による破壊が危惧される。標的破壊を防ぐためには生成した陽電子を効率よく捕獲し、入射電子数あたりの捕獲陽電子数を高め、標的の負荷を軽減させる必要がある。標的直後に配置されたキャプチャーライナックは、位相空間内に大きく広がった生成直後の陽電子を、加速可能な RF バケツ内に捕獲し加速するセクションであり、そこでの集群の結果が陽電子捕獲率に大きく影響を及ぼす。しかし空洞内ではビームによる減速場（ビームローディング）が発生し、空洞電圧の変動が生じる。本研究ではその減速場の効果を補償し、安定した陽電子の捕獲を、入力 RF の位相および振幅の変調により実現する方法について検討した。さらにキャプチャーライナックにおけるビームローディング電流を粒子トラッキングから計算し、また位相変調をかけた場合の空洞の加速勾配を数値的に求めることで、ビームローディングおよびそれによる陽電子捕獲率への影響を評価した。また陽電子源全体パラメータの最適化を行い、陽電子捕獲率を求め、標的負荷から生成可能な陽電子量を見積もる。

第 2 章　国際リニアコライダー

2.1　ILC の概要

ILC の目的は電子・陽電子衝突によるヒッグス粒子やトップクォークの詳細研究、超対称性粒子やダークマターなどの未発見の粒子を発見することである。そのためには重心系エネルギーにして 250GeV から 1000GeV=1TeV での電子・陽電子衝突が必要である。これまで周回軌道によるリング型の電子・陽電子コライダーが建設されてきたが、目標としているこの高い重心系エネルギーを円形加速器で実現することは不可能である。その理由は円形加速器ではシンクロトロン放射によるエネルギー損失が非常に大きくなり、加速に莫大な電力が必要となるからである。シンクロトロン放射によるエネルギー損失E_{loss}は

$$E_{loss} = \frac{e^2}{3\varepsilon_0}\frac{\beta^3\gamma^4}{\rho} \tag{2.1}$$

と表せる。ここでeは電子の素電荷、ε_0は真空の誘電率、βはローレンツβで電子の速度を光速で規格化したもの、γはローレンツγで電子の全エネルギーを静止エネルギーで規格化したもの、ρはビーム軌道の曲率半径である。式(2.1)が示すように、エネルギー損失はビームエネルギーの 4 乗に比例して大きくなっていくので、ビームエネルギーがある値を超えるとシンクロトロン放射によるエネルギー損失が加速エネルギーよりも大きくなる。そのためそれ以上の加速は不可能となる。曲率半径ρを大きくすれば、エネルギー損失は小さくなるがエネルギーの 4 乗に比例して大きくすると周長が非常に大きく超巨大な加速器施設となり、建設費用や使用電力のコストの問題から現実的とは言えない。これまでに実現された円形加速器による最大の重心系エネルギーは CERN の LEP(Large Electron Positron Collider)で観測された 209GeV であり、それを超えるためには原理的にシンクロトロン放射を無視することができる線形加速器によるコライダー=リニアコライダーが最適である。1980 年代から日本、アメリカ、ドイツをはじめとした世界各国の国や機関がリニアコライダーの建設を計画してきた。そして ICFA(International Committee for Future Accelerator,世界の素粒子物理学の研究施設の連合体)の主導のもと、2004 年にこれらの計画は一本化され国際プロジェクトとして計画がスタートしたのが、ILC(International Linear Collider)計画である。

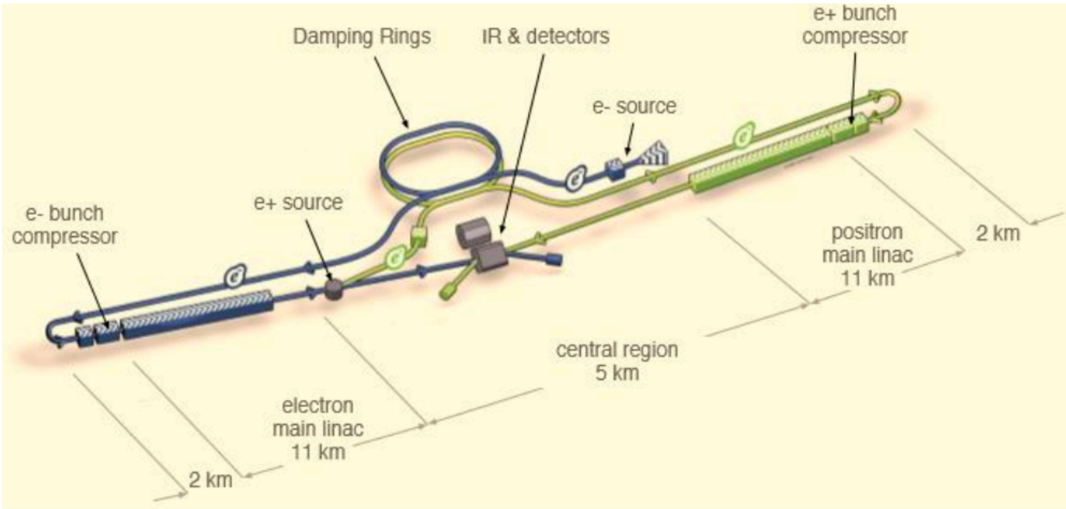


図 2.1　ILC の模式図[1].電子および陽電子は線形の超伝導加速器により加速され中央で衝突する.

リニアコライダーではシンクロトロン放射によるエネルギー損失がない一方で、特有のいくつかの課題が存在している。その一つがリニアコライダーではビームの再利用が不可能であり、一度衝突に使用したビームを再び衝突に使用できない点である。リングコライダーの場合一度生成したビームは一つの軌道を繰り返し周回するため、電子・陽電子衝突や残留ガスとの散乱により損失した粒子を供給するだけでいいのだが、リニアコライダーの場合衝突に必要なビームと供給するビームが等しく、必要なビーム電流は二桁から三桁程度大きくなってしまう。そのため陽電子生成標的に照射する電子ビームの強度を強くする必要がある。これまでの陽電子源の生成捕獲率を大きく向上させない限り、標的の熱的な破壊現象が起きてしまう。それを防ぐため、これまでの陽電子の捕獲光学系を根本的に見直し、効率よく陽電子を捕獲する必要がある。

2.2　陽電子の生成方法

陽電子とは電子の反物質で、正の電荷を持つがそのほかの物理的性質はほぼ全て電子と同じ粒子である。現在の世界では物質と反物質の対称性が破れているため光電効果によって得られる電子とは違い、陽電子は光電効果によって得ることはできない。陽電子を生成するためには主に二つの方法が挙げられる。一つ目の方法はβ^+崩壊を利用した方法である。β^+崩壊とは陽子が放射性原子核

内で、陽電子・中性子・ニュートリノに崩壊する反応である。陽子シンクロトロンなどから出た陽子ビームを標的に衝突させることで人工的に生成した放射性物質からこの反応を引き起こすことが可能である。しかし高周波加速を行うには、発生する陽電子はパルス状である方が都合はいいのだが、β^+崩壊は純粋な確率的反応であり時間的に連続して陽電子が発生してしまうため制御が困難である。そのため加速器用陽電子源には二つ目の方法である対生成反応による陽電子生成を用いる。対生成反応とは高エネルギーのγ線が原子核と運動量を交換し、電子と陽電子を生成する反応である。電子と陽電子の静止質量エネルギーはどちらとも$0.511MeV$なので電子対生成反応を起こすための最低のγ線のエネルギーは$1.022MeV$が必要である。さらに$10MeV$以下の低いエネルギーでは光電効果やコンプトン散乱、レイリー散乱などの反応が支配的となってしまうため対生成反応を効率的に引き起こすためには$10MeV$以上のエネルギーのγ線が必要である。対生成反応に必要な高いエネルギーのγ線を発生させる方法として三つの方法が挙げられるため今からその方法について説明していく。

2.2.1 電子ドライブ方式

一つ目の方式は電子ドライブ方式である。電子ドライブ方式とは数 GeV 程度の電子ビームを高密度の金属標的に照射することで制動放射を生じさせる方式である。制動放射とは物質に高エネルギー電子が入射したとき、物質内の電磁場により電子が減速され電子の周りの電場がγ線として放出される現象である。制動放射により発生したγ線は物質内ですぐに対生成反応を起こし電子と陽電子が生成する。発生した電子により再び制動放射が起こり、γ線が発生し対生成反応が起こる。高エネルギーの電子ビームを照射すると一連の反応が連鎖的に生じ、結果的に大量の電子・陽電子・γ線が生じる。この一連の反応を電磁シャワーと言う。ほかの二つの方式に比べ技術的な要求が低いため、従来の陽電子源の全てにこの方式が採用されている。

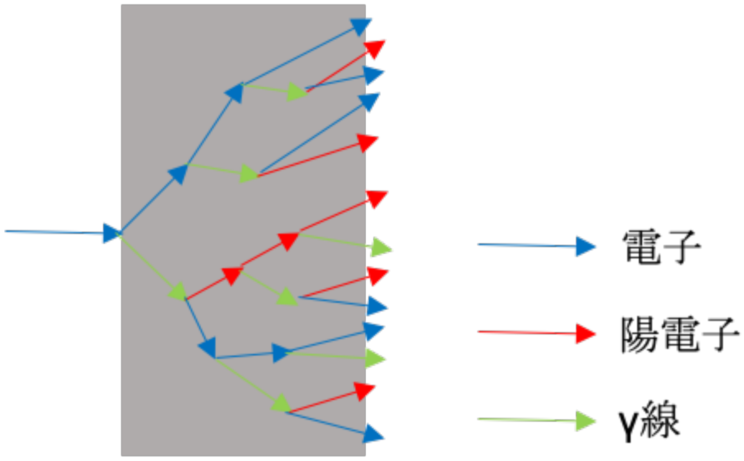


図 2.2　電磁シャワーの模式図.標的内で物質の電磁場により軌道を曲げられた電子が制動放射により、γ線を発生させる.発生したγ線は対生成反応により電子と陽電子に分かれる.これらの反応が連鎖的に起こることによって、電子・陽電子が大量に生成される.

2.2.2　アンジュレータ方式

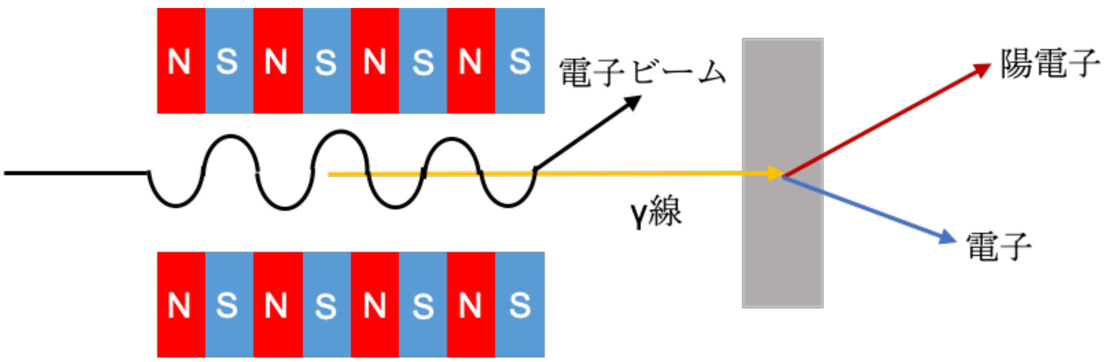


図 2.3　アンジュレータ方式の模式図.周期的な磁場に電子を入射して蛇行させることにより、放射光を発生させる.

二つ目の方法はアンジュレータ方式である。この方式は 100GeV 以上の高エネルギー電子ビームをアンジュレータに通過させることで、シンクロトロン放射を起こしγ線を発生させるものである。アンジュレータとは電子ビームに直交した向きの異なる磁場が周期的に交互に配置されたデバイスで、その周期的な磁場で入射した電子を蛇行させることにより、波長の揃ったコヒーレントな放射光を発生させる装置である。基本構成はアンジュレータ、生成標的、陽電子

捕獲セクションからなる。アンジュレータによって生成されるγ線のエネルギーは$10MeV$程度なので発生する電子・陽電子のエネルギーは$5MeV$以下となる。荷電粒子は物質中で制動放射によりさらにγ線を発生させることができるが、そのエネルギーは$5MeV$以下となり効率的に対生成反応を起こすことはできない。つまりγ線からは典型的には一組の電子・陽電子対しか発生しない。実際の捕捉効率を考えると、γ線の量を必要な陽電子に比べて二桁ほど大きくする必要がある。必要な陽電子を確保するには、アンジュレータの長さを伸ばし一つの電子が放射するγ線数を増やしたり、通過させる電子数を増やしたりする必要がある。またそもそもγ線の発生に 100GeV を超える高エネルギーの電子ビームが必要であり、かなり大規模な施設が必要となる。

2.2.3　コンプトン方式

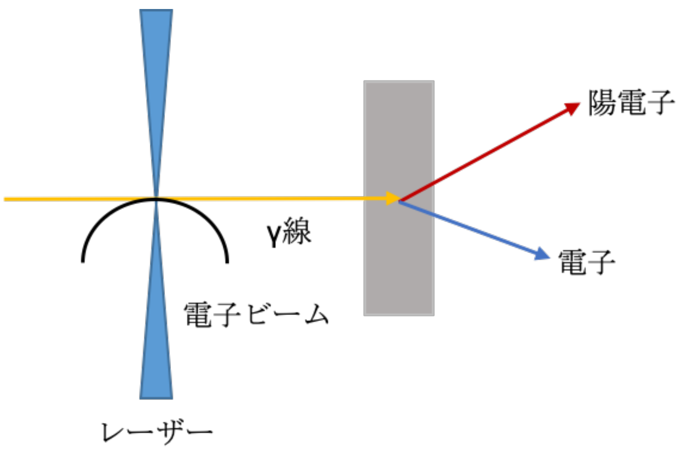


図 2.4　コンプトン方式の模式図.電子ビームとレーザー光のコンプトン散乱によりγ線を発生させる.

三つ目の方式はコンプトン方式である。コンプトン方式とは電子ビームとレーザー光のコンプトン散乱からγ線を得る方式である。通常のコンプトン散乱とは異なり運動量をもつ電子ビームとレーザー光による逆コンプトン散乱を用いたもので、1eV 程のレーザー光子(波長$1\mu m$)と数 GeV の電子による反応から数 10MeV のγ線を得られる。このようにして得られたγ線を金属標的に照射することで対生成反応を起こし、陽電子を得ることができる。アンジュレータ方式においては電子ビームに 100GeV 以上のビームエネルギーが要求されたが、コンプトン方式では数 GeV のエネルギーで充分であり、比較的低いエネルギーか

ら高エネルギーのγ線を生成することが可能である。またレーザーを円偏光させることでγ線も円偏光状態となるためスピン編極した陽電子を得ることができる。一方でγ線の生成数を増やすためには電子の個数とレーザー光子の個数を増やす必要があり、大量の陽電子を生成するためには非常に強いパワーのレーザーが必要となる。

第 3 章　ILC 陽電子源

3.1　基本設計

ILC 陽電子源はアンジュレータ方式も検討されているが、現時点では従来の陽電子源にも多く採用され技術的に成熟している電子ドライブ方式が技術的なバックアップとして採用される予定である。本研究は電子ドライブ方式陽電子源の性能の向上を目的としている。図 3.1 は ILC 陽電子源の全体図を示したものである。電子ドライバーライナック、金属標的、AMD、キャプチャーライナック、シケイン、ブースターライナック、ECS、DR（ダンピングリング）の各セクションにより構成されている。はじめに電子銃によって生成された電子ビームは、電子線形加速器によって 3GeV まで加速され、金属標的に照射される。発生した陽電子は磁気収束効果を持った AMD(Adiabatic Matching Device)によって横方向運動量を抑制された後、キャプチャーライナックによって RF バケツに捕捉され、加速可能な状態となる。その後シケインセクションにより電子の除去やビームの z 方向広がりの収束が行われ、ブースターセクションにて 5GeV まで加速される。エネルギーを高められた陽電子ビームはエネルギー幅を抑制する ECS(Energy Compression System)を通過し、DR(Damping Ring)へと輸送される。各セクションについての詳細の説明を以下で行う。

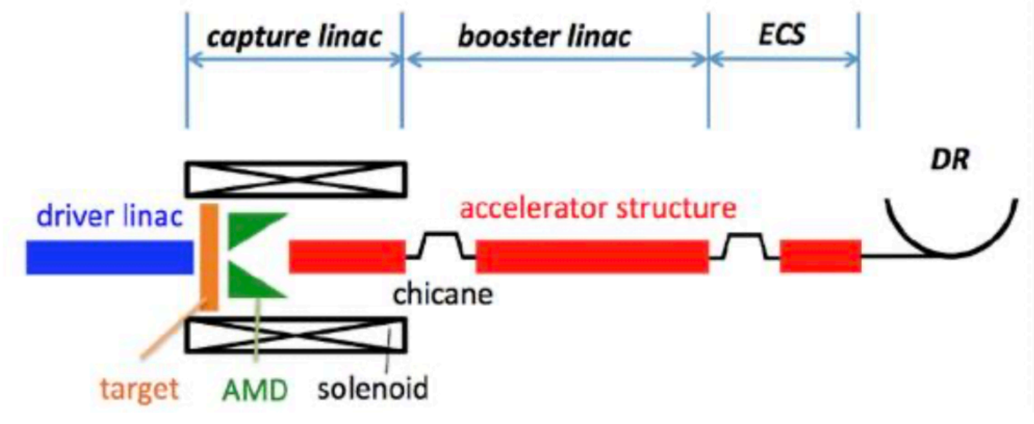


図 3.1　ILC 電子ドライブ方式の陽電子源の概要図[2].標的に電子ビームが照射されることにより陽電子が発生し、キャプチャーライナックにて加速可能な領域まで捕捉される。シケインにて z 方向の広がりを抑えられた後、ブースターで 5GeV まで加速され、最終的に ECS にてエネルギー広がりを DR アクセプタンス内に収められる.

3.2　電子ドライバーリニアック

電子銃は継続的に電子ビームを供給する装置であり、加速器の最上流部に位置しているため加速器の中でも重要な構成要素の一つである。一般的に使用される電子銃は高温に加熱した陰極（カソード）からの熱電子放出を利用した DC 電子銃である。しかし ILC では時間構造の制御の容易さから、光電陰極型 RF 電子銃を用いる。光電陰極型 RF 電子銃とは高周波空洞内に設置したフォトカソード（光陰極）を利用し、レーザー励起により光電子を発生させる装置で、生成したビームは光電子が広がらないようにすぐさま空洞内の高電場で加速される。RF 電子銃の特徴としてはレーザーの時間構造により発生するビーム構造をコントロールできることや、熱電子銃のように低エネルギー状態でのドリフトが存在しないため、空間電荷効果によるエミッタンスの増大が抑えられ、低エミッタンスの電子ビームを獲得できることなどが挙げられる。ILC 陽電子源では 2.6GHz の S-band の RF 電子銃によって電子が生成され、カソードには$CsTe$あるいは$CsKSb$が用いられる予定である。また加速には 3m の S-band(2.6GHz)の進行波加速管が使用され、これにより電子ビームのエネルギーは 3GeV まで高められる。

3.2.1　パルスの時間構造

電子ドライブ陽電子源では以下のようなパルス構造によって陽電子を生成する。

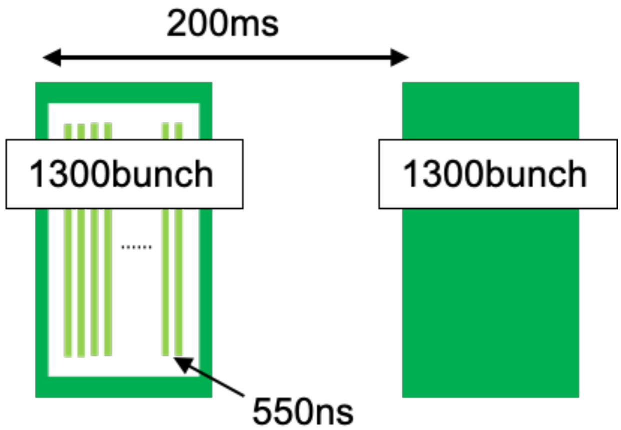


図 3.2　主加速器のパルスの時間構造. 1 パルス 1300 バンチのパルスを 5Hz で運転する. またバンチの間隔は 550nsec である。

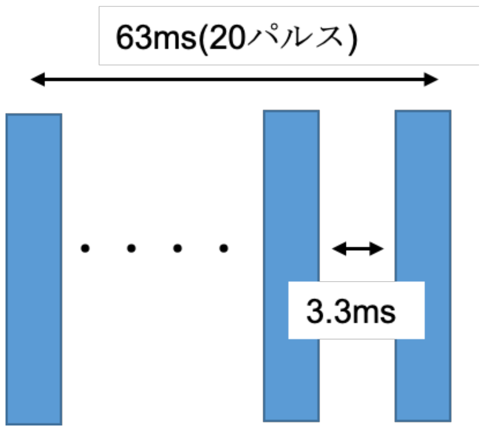


図 3.3 陽電子源のパルスの時間構造.33 バンチ×2 を 1 パルスとして、このパルスを 300Hz で 20 回繰り返す.

主加速器では図 3.2 の通り、1300 バンチで 1 パルスのパルスを 5Hz で運転される。バンチ間隔は 550ns、パルス間隔は 200ms である。しかし 1300 バンチを一度に生成すると金属標的への負荷が大きくなってしまうので、それを 20 回に分けて生成する。1 パルスあたり 66 バンチが含まれており、そのパルスを 300H で 20 回繰り返すことで 1300 バンチを生成している(図 3.3)。パルス間隔は 3.3ms である。陽電子源のパルス内にも構造があり、33 バンチからなるミニトレイン 2 つで構成されており、そのトレインの間隔を 80ns、バンチ間隔を 6.15ns としている。以下、断らない限りこの 66 バンチからなる 1 パルスの陽電子の生成について検討を進める。

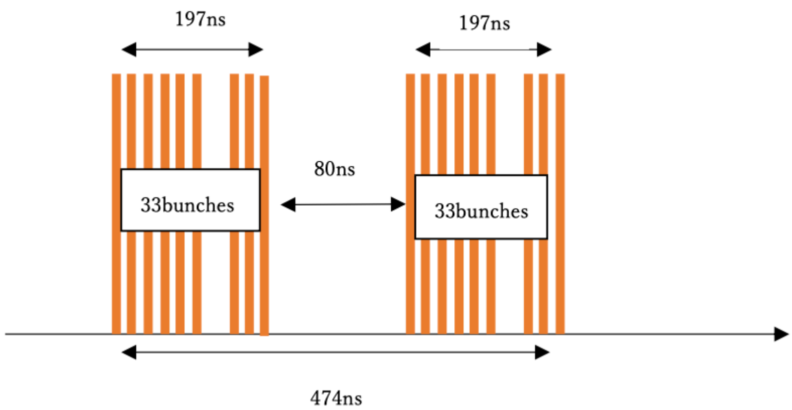


図 3.4 電子ビームの時間構造[3].33×2 を 1 パルスとして、バンチ間隔を 6.15ns、トレインの間隔を 80ns とする.

3.3　ターゲット

金属標的へのビーム照射による対生成反応から陽電子を得るため、標的に用いられる金属には重金属が使用される。その中で一般的に使用される金属は入手性、加工性、耐熱性などの観点からタンタル(Ta),タングステン(W),レニウム(Re)などが用いられている。先にも述べたように線形加速器の金属標的には熱的負荷への耐久性が求められる。よって ILC では最も高い負荷で陽電子生成に使用された実績を持つ W-Re 合金が採用されている。W-Re 合金とはタングステン(W)に 26%のレニウム(Re)を混ぜたものであり、1990 年代に世界初の線型加速器として建設されたスタンフォード線形加速器センター(SLAC)で実際に使用されたものである。破壊限界は 70J/g とされているが、SLAC ではその半分の 35J/g で数年間運転された。また標的の厚さに関しても議論がなされている[4]。電磁シャワーにより標的内で粒子数を増やしていくと、一つあたりの粒子のエネルギーは減少していく。するとある地点で対生成反応は止まり、粒子の増加は飽和していく。また生成された粒子は標的物質により、捉えられたり散乱したりして失われてしまう。この二つの現象により、電磁シャワーにより得られる粒子数の最大値は放射長によって決定する。放射長とは物質中を電子がエネルギーを失いながら通過する際に、初期エネルギーの 1/e に減少するまでの距離を密度で規格化したものである。放射長によって決まるこの最大値を Shower Max と呼び次のように与えられる。

$$T_{max} = 1.0\left[\ln\left(\frac{E_0}{\epsilon_0}\right) - 1\right] \tag{3.1}$$

ここでT_{max}は放射長で測った Shower Max の位置、E_0は入射電子のエネルギー、ϵ_0は Critical Energy と呼ばれるパラメータを表す。この式より Shower Max の位置は入射電子のエネルギーの対数的な変化により決まることがわかる。そのためビームのエネルギーによって最適な厚さが異なる。実際にはシミュレーションを行い最適な厚みを決定するが、3GeV のビームでの最適な標的厚さは 16mm である[7]。

3.4　AMD (Adiabatic Matching Device)

電磁シャワー現象により生成した電子・陽電子は多重散乱の結果、ビームの進行方向と垂直な方向（横方向）の運動量が大きくなってしまう。この状態でドリフ

トさせるとビーム径が発散するため加速が困難になる。そのためできるだけ速やかに生成した粒子を収束させ、横方向運動量を抑制する必要があるのでここで AMD を使用する。AMD は標的から下流に向けて減衰するビーム軸に並行な磁場を生成するもので、この磁場を受け粒子の螺旋運動は断熱的に変化する[5]。この運動の断熱不変量は

$$\int \sum_i p_i dp_i = \frac{\pi p_t^2}{eB} \tag{3.2}$$

となり、この量は保存される。式(3.2)より

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} = \frac{p_{t0}^2}{eB} \tag{3.3}$$

という関係が成り立つ。これより横方向運動量$p_t(z)$と軌道半径$\rho(z)$が以下のように決まる。

$$p_t(z) = \sqrt{\frac{B(z)}{B_i}} p_{t0} \tag{3.4}$$

$$\rho(z) = \frac{1}{e\sqrt{B(z)B_i}} p_{t0} \tag{3.5}$$

式(3.4),(3.5)より粒子が進み、$B(z)$が減少すると軌道半径は広がっていく。しかし横方向運動量は減少するため軌道半径の増大が抑制される。また縦方向の運動量が大きすぎると、横方向の回転に対して磁場が急激に変化してしまうため、断熱運動ではなくなる。断熱運動を行うための縦方向の条件は

$$pz < 0.5 \frac{eB_i}{\mu} \tag{3.6}$$

となる。

AMD の磁場分布は FC(Flux Concentrator)と呼ばれるデバイスによって実現される[2]。FC にはいくつかのタイプが存在するが、ILC では二導体 FC が採用される。図 3.5 の左図は FC の横断図、右図は FC 下流から上流を見た図を表している。FC 上部には第一導体と呼ばれる螺旋状の導体、下部には円筒状にくり抜かれた第二導体が置かれている。第一導体にパルス電流を流すことで内部に磁場が発生し、第二導体には磁場に誘起された誘導電流(赤矢印)が発生する。この誘導電流は円錐の空洞内部を回るように流れ、上流部の内径が細い場所では磁束密度が高く、下流部の内径が太い場所では磁束密度が小さくなる。

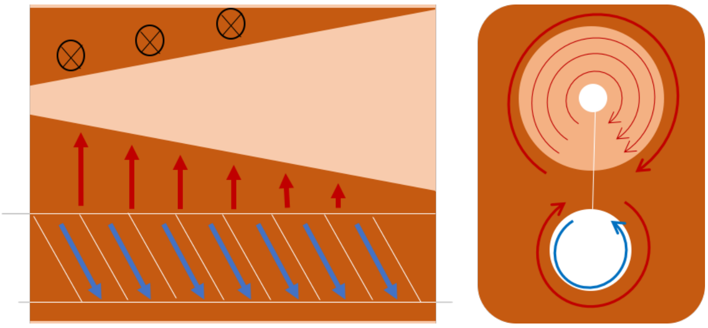


図 3.5　二導体 FC の断面図.左図が横断図、右図が下流方向から上流方向を見た様子.第一導体にパルス電流を流すことで、内部に磁場が発生し、それにより第二導体内部に電流が誘起される.円錐形をとっているので、上流部と下流部で磁束密度が変化する.

3.5　キャプチャーライナック

3.5.1　APS 空洞

本研究で使用したキャプチャーライナックの加速空洞には先行研究[8]にて設計された APS 空洞を用いた。APS 空洞とは $\pi/2$ モードの定在波加速空洞のことであり、電場の立つセル→「加速セル」と電場の立たないセル→「結合セル」が交互に配置された構造を持つ。$\pi/2$ モードとは隣り合うセルの位相差が $\pi/2$ の加速空洞のことで、群速度が最大で安定性が高い空洞である。また加速セルのセル長を長く、結合セルのセル長を短く取っているため、加速効率が高いという特徴がある。以下に Super fish にて計算された各セルの図とパラメータを表記する。

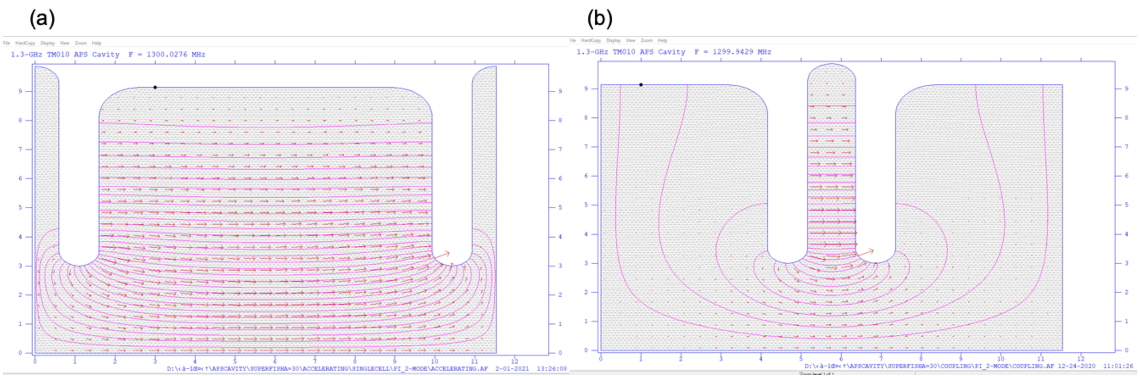


図 3.6　APS 空洞の(a)加速セル、(b)結合セルを示した図.ピンク色の矢印は電場の向きを表している

	加速セル	結合セル
セル長[m]	0.093	0.022
アパーチャー半径[mm]	30	30
周波数[MHz]	1300	1300
r_s[MOhm/m]	5.86×10^{1}	1.91×10^{1}
壁損失パワー[W]	2.19×10^{3}	7.39×10^{-1}
Q 値	2.47×10^{4}	9.06×10^{5}
(R/Q)[Ohm]	1.41×10^{2}	2.96×10^{1}

表 3.1　加速セルおよび結合セルのパラメータ

3.5.2　減速キャプチャー方式

生成直後の陽電子は AMD により横方向運動量がある程度収束されてはいるが、まだその広がりは大きく、z 方向のローレンツ β は有意に 1 より小さい。加速に用いるのは後述する APS 空洞で、β=1 に最適化された形状である。よって RF の位相速度に対し遅れをとってしまうため、粒子の位相は徐々にずれてしまう。この現象を Phase Slip と呼ぶ。本研究では減速キャプチャー方式を用いる。減速キャプチャー方式とは Phase Slip を利用し、陽電子を RF バケツに捕捉する方法である。本方式では、陽電子バンチを RF の減速位相に乗せる。すると Phase Slip によってバンチは徐々に加速位相へと移動していく。加速位相に乗った粒子は徐々に加速され、ローレンツ β が 1 に近づいていくため、Phase Slip は小さくなり、ある加速位相に固定される。これにより陽電子バンチは加速位相にとどまることができる。電子と陽電子の電荷は逆であるため、陽電子の減速位相は電子にとって加速位相に相当する。加速位相に乗せられた電子のうち z 方向の β が 1 に近いものはそこに留まるが、それ以外の電子は Phase Slip により減速位相へと落ち込む。一旦減速位相に落ち込んだ電子は再び Phase Slip により、後ろの波の加速位相へと移動するが、その過程における加減速により β が 1 に近づくことはないので、継続的に Phase Slip を生じ RF バケツに捕捉されることはない。減速キャプチャー方式によりバンチを捕捉した場合、陽電子は RF 位相空間において広がりを持って捕捉される。ビーム中心の RF 位相空間における位置をビーム位相として定義する。陽電子捕捉においては、ビーム位相は必ずしもクレスト位相($cos\theta = 1$)にはない。Phase Slip を起こした陽電子が持つビーム

位相の関係を示したのが図 3.7 である。初めに減速位相に乗せられた陽電子はPhase Slip により徐々に移動し、加速位相に留まる。その時のビーム位相$\Delta\varphi$は粒子の持つ位相φ_{beam}と RF 位相φ_{RF}との差によって決定する。

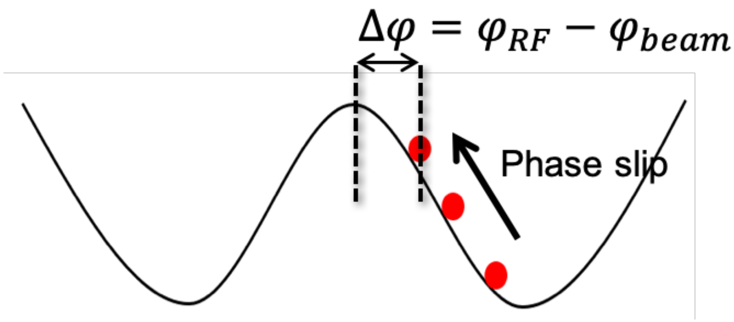


図 3.7 粒子の Phase Slip を表した図.粒子は最終的に RF 位相φ_{RF}に対して off-crest の状態に留まり、位相差$\Delta\varphi$を持つ.

3.6 シケイン

キャプチャーライナックを通過した後、陽電子はシケインセクションを通過する。図 3.8 にその概要図を示す。シケインは四つのベンディングマグネットと、6つの Q マグネットで構成されている。Q マグネットは二つの Focusing マグネットと一つの Defocusing マグネットの、合わせて 3 つで 1 組の構成となっている。それをベンディングマグネットの入り口と出口に配置することで横方向の広がりを抑えている。ベンディングマグネットの長さが 1.0m、1 個目と 2 個目の間､3 個目と 4 個目の間の長さが 0.5m､2 個目と 3 個目の間の長さが 1.0m、そして Q マグネットとその間の長さを全て 0.2m としている。

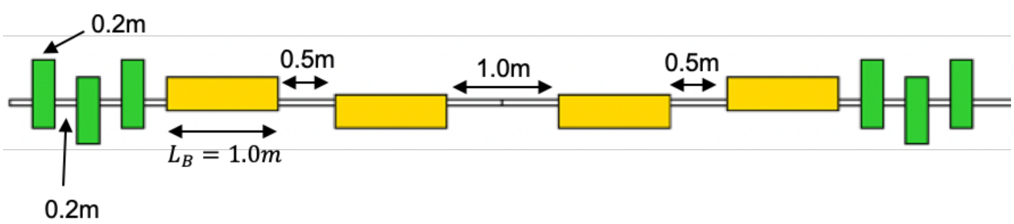


図 3.8 シケインの概要図.黄色の長方形はベンディングマグネット、緑の長方形は Q マグネットを表す.それぞれの長さを図に示しておりベンディングマグネットの長さをL_Bとしている。

シケインの主な目的は二つある。一つは不要な電子を取り除くことである。電子

が残っている場合、加速に余分なエネルギーが必要となったり、ビームローディングによる減速場が多く発生したりするため、加速器への負荷を低減するためにも電子の除去が必要となる。ベンディングマグネットの偏向角は陽電子に合わせて調整するため、電荷が逆の電子は一つ目の偏向磁石を通過後に除去される仕組みになっている。図 3.9 はベンディングマグネットを通過するビームの軌道を表している。

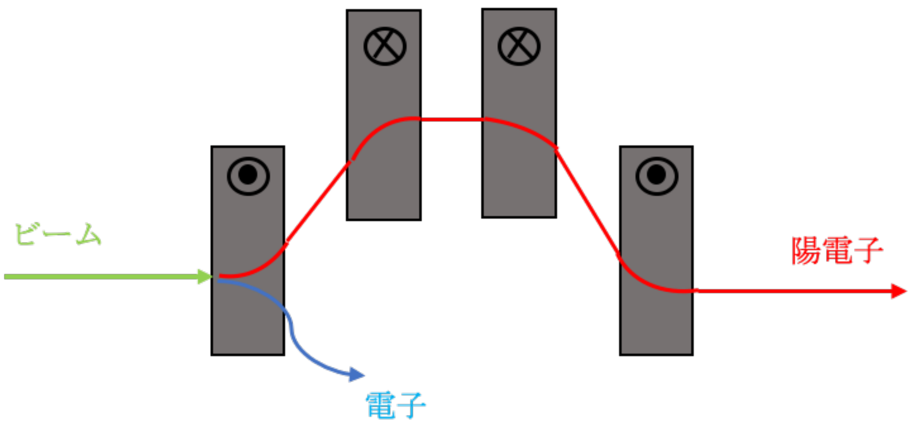


図 3.9　BM を通過する時の電子・陽電子の軌道を表した模式図.青矢印は電子の軌道、赤矢印は陽電子の軌道をしめす.一つ目のベンディングマグネット通過後に電子は陽電子と逆側に曲げられ、除去される.

二つ目の目的はバンチの z 方向の広がりを抑制することである。ベンディングマグネットを通過する粒子の軌道は粒子の持つエネルギーによって異なる。陽電子のエネルギーをP、磁場をB、電荷をe、曲率半径をρとおいて、その関係を式で表すと以下のようになる。

$$\rho = \frac{P}{eB} \tag{3.7}$$

式(3.7)から粒子のエネルギーが高いほど曲率半径も大きく、エネルギーが小さいほど曲率半径が小さくなることがわかる。つまりエネルギーが高いと通過する軌道が短くなるため、バンチの前方に移動し、エネルギーが低いと通過する軌道が長くなるためバンチの後方に移動することになる。この効果を momentum compaction と呼ぶ。図 3.10 はエネルギーの違う粒子がベンディングマグネット

を通過する時の軌道の違いを表している。ここで高いエネルギーの曲率半径をρ_1、低いエネルギーの曲率半径をρ_2とした。図 3.10 から曲率半径が短いと軌道が長く、長いとその分軌道も短くなることがわかる。

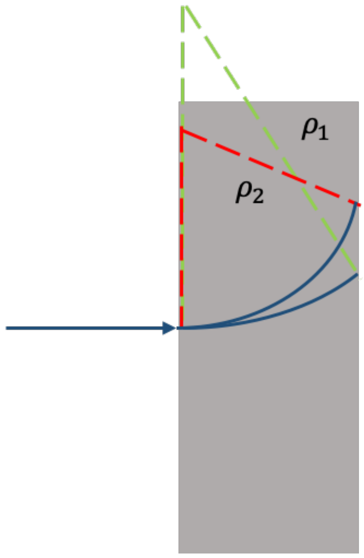


図 3.10　エネルギーの違う粒子が偏向電磁石を通過する際の軌道の違いを表した図. 高いエネルギーの曲率半径をρ_1、低いエネルギーの曲率半径をρ_2とした.曲率半径が大きいと軌道が短くその粒子は前方に移動する.

momentum compaction とは dispersion による軌道のずれから生まれる、軌道長変化のことである[6]。ここで dispersion とは粒子の基準軌道からずれた粒子の軌道と、基準軌道とのずれΔXを表すものであり、基準軌道の粒子の運動量pと、ずれた粒子の運動量Δpを使い、

$$\Delta X = \eta \frac{\Delta p}{p} \tag{3.8}$$

と表すことができる。dispersion ηにより中心軌道が変化すると軌道長も変化し、その変化率を momentum compaction により表すことができる。R_{56}によって momentum compaction の効果を示すと、

$$\frac{\Delta s}{s} = R_{56} \frac{\Delta p}{p} \tag{3.9}$$

$$R_{56} = \frac{1}{s} \oint \frac{\eta}{\rho} ds \tag{3.10}$$

となる。式(3.10)はビーム経路における積分を示す。また偏向磁石のパラメータを使ってR_{56}を表すと

$$R_{56} = 2\theta^2 \left(L + \frac{2}{3} L_B \right) \tag{3.11}$$

と書くことができる。ここでθは偏向角、Lはベンディングマグネット間の距離、L_Bはベンディングマグネットの長さのことである。

3.7 ブースター

ブースターライナックは陽電子を 5GeV まで加速する装置である。ブースターはL-band とS-band の進行波加速管と、収束のためのQマグネット(Quadrupole magnet)によって構成されている。ブースターはラティスと呼ばれる加速管とQマグネットを周期的に配置した構造を単位としている。図 3.11 にその概要図を表 3.2 にそのブースターの構成をまとめた。

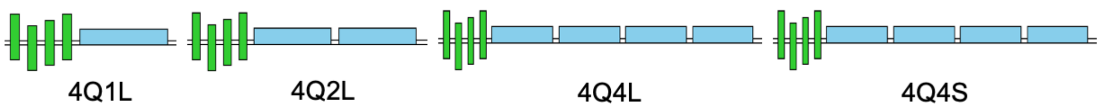


図 3.11　ブースターの概要図、水色の長方形は加速管、緑の長方形は QM を表す.

ラティスの種類	ラティスの数	入口のエネルギー(MeV)	出口のエネルギー(MeV)	ラティスの長さ(m)	全長(m)
4Q+1L	14	232	492	3.8	53.2
4Q+2L	29	962	1454	6.0	174
4Q+4L	18	1194	2648	10.4	187.2
4Q+4S	26	2690	5338	10.4	270.4
合計	87	5078	9933	30.6	684.8

表 3.2　ブースターの構成[5].例えば 4Q+1L はラティスが 4 台の Q と 1 本の L-band 加速管からなっていることを示す.

ビームは加速されると、断熱減衰の効果によりエネルギーの$-1/2$乗でビームの大きさが減少していく。そのためブースターの入り口ではアパーチャーの大き

い L-band 加速管、出口付近ではアパーチャーは小さいが、加速効率の高い S-band 加速管を使用している。また上流では Q の密度を高くしてベータ関数を小さくして、下流では Q の密度を落としてベータ関数を大きくしている。それぞれのアパーチャー半径は、L-band で 17mm,S-band で 10mm である。

3.8 ECS (Energy Compression System)

ブースターを通過した陽電子ビームは RF カーブに沿ったエネルギー分布を取る。ブースター直後に ECS を配置することで、ビームのエネルギー広がりを抑制し、陽電子捕獲率の向上を図る。ECS はシケイン軌道と L-band の進行波加速空洞から構成されており、また収束のための Q を含む。シケインのベンディングマグネットの長さL_Bは 2m、ベンディングマグネット間の長さLは 3.05m である。全体の概要図および加速空洞のパラメータを以下に示す。

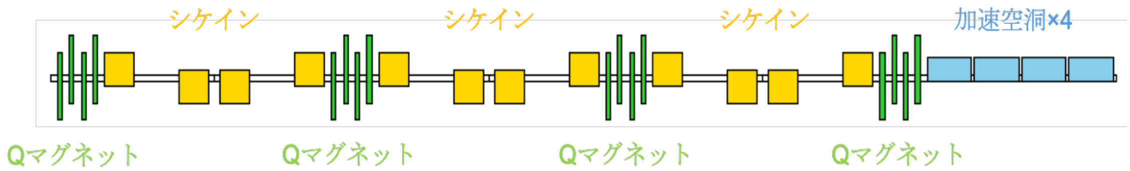


図 3.12　ECS の概要図.3 つのシケイン、4 つの QM 対、4 本の加速空洞からなる.

パラメータ	数値	単位
周波数	1300	MHz
アパーチャー半径	17	mm
長さ	3.0	m

表 3.3　ECS 加速空洞のスペック.

ECS を通ることにより、シケインによる momentum compaction の効果R_{56}、加速空洞によるエネルギー変調の効果R_{65}を受け、バンチのエネルギー広がりが抑えられる。ここで ECS のビーム輸送を位相空間ベクトル(z, δ)に対する行列演算によって表す。ECS 入り口での位相空間を(z_1, δ_1)、出口での位相空間を(z_2, δ_2)とすると、

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_{65} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{56} \\ R_{65} & R_{65}R_{56} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

となる。ここでR_{65}は以下のように表す。

$$R_{65} = -\frac{V_0 \omega}{\bar{E} c} \tag{3.13}$$

V_0は加速空洞の電圧、ωは角周波数、$\bar{E}$はバンチの平均エネルギー、cは光速を表す。ここでのR_{65}と式(3.11)で示したR_{56}の値は、それぞれ一つあたりの加速空洞とシケインの効果を示している。よって ECS の場合シケインが 3 つ、加速空洞が 4 本あるのでそれぞれの個数をかけた数値が正しい値となる。
また式(3.14)の整合条件を満たすときバンチは 90 度回転し、エネルギー広がりは最小となる。

$$R_{56} \times R_{65} + 1 = 0 \tag{3.14}$$

エネルギー広がり最小となるときの位相空間は以下のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 + R_{56}\delta_1 \\ -\frac{z_1}{R_{56}} \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

よって整合条件を満たすときのエネルギー広がりはバンチ長とR_{56}の比によって決まる。

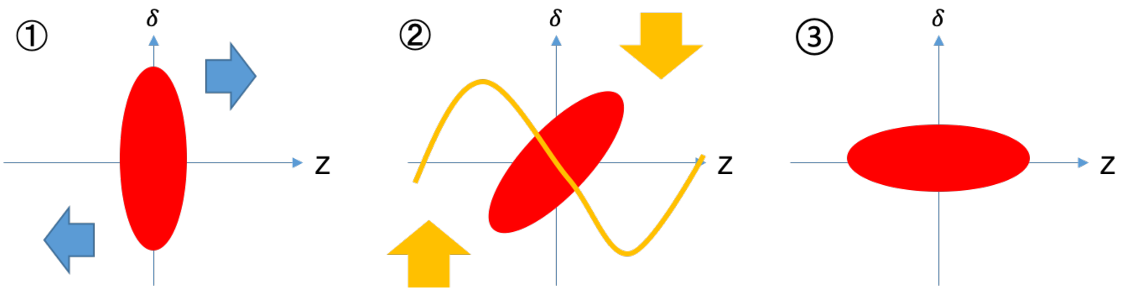


図 3.13　ECS を通過する時の位相空間分布の動きを表した図。縦軸はエネルギー、横軸は位置 z を表す。まずシケインを通ると、momentum compaction により①のようにバンチが時計回りに傾く。次に②のように加速空洞内で RF 電場のゼロクロスにバンチを置くことで、③のようにエネルギー広がりは小さくなる

3.9　DR アクセプタンス・陽電子捕獲率

ECS を通過し、位相空間が整えられたビームは最終的に DR(Damping Ring)へと輸送される。DR に入射された粒子は進行方向および横方向に振動しながら一定の軌道の周りを周回するような運動をする。DR を周回したのちにビームはまたメインライナックに送られるため、バンチが DR 内を安定して周回するダイ

ナミックアパーチャー内にある必要がある。ダイナミックアパーチャーとはバンチが安定的に蓄積される位相区間領域のことで、ダイナミックアパーチャーから外れた陽電子は DR を周回中に失われてしまう。DR 内のダイナミックアパーチャーは進行方向と横方向にそれぞれ存在しており、それは以下のような条件である[5]。

$$\left(\frac{\mathrm{z}}{0.035}\right)^2+\left(\frac{\delta}{0.0075}\right)^2<1 \tag{3.16}$$

$$\gamma\times A_x+\gamma\times A_y<0.07 \tag{3.17}$$

ここで(z,δ)は進行方向の位相空間でその中心は DR の RF 空洞のゼロ位相と周回エネルギーにより定義される。γはローレンツ因子、A_x、A_yはアクションと呼ばれる数値で位相空間中心からの距離を表している。アクションは Twiss parameter（$\alpha_x,\alpha_y,\beta_x,\beta_y,\gamma_x,\gamma_y$)を用いて以下のように表すことができる。

$$A_x=\gamma_x x^2+2\alpha_x x\dot{x}+\beta_x\dot{x}^2 \tag{3.18}$$

$$A_y=\gamma_y y^2+2\alpha_y y\dot{y}+\beta_y\dot{y}^2 \tag{3.19}$$

ここで$\dot{x},\dot{y}$はそれぞれ軌道長で微分したものを示している。本研究では発生した陽電子の中で、ECS を通過し DR アクセプタンスを満たしたものを捕獲陽電子数とした。そして陽電子捕獲率ηを捕獲陽電子数N_{e^+}を入射電子数N_{e^-}で割ったものと定義する。

$$\eta=\frac{N_{e^+}}{N_{e^-}} \tag{3.20}$$

必要な陽電子数と、陽電子捕獲率から標的に入射する電子数が決定される。標的への熱負荷は電子数に比例することから、破壊限界に相当する熱負荷から、電子数の許容値等が決定される。標的への熱負荷は PEDD(Peak Energy Deposition Density)、ビームが標的に与える質量あたりのエネルギー密度で評価する。ILC で用いられる 3GeV の電子ビームの 1nC あたりの PEDD は 8.0[J/g]と求められている。ILC では 1 バンチあたり衝突点において 3.2nC の電荷が必要であるが、DR では余裕度 50%を含めて必要なバンチ電荷は 4.8nC である。陽電子捕獲率を用いて、必要な入射電子数は$\frac{4.8}{\eta}$[nC]となる。よってこの時の PEDD は $\frac{38.4}{\eta}$[J/g]である。本研究で使用する金属標的 W-Re 標的の破壊限界は 70[J/g]とされているが、SLC で実際に運用され導かれた運用可能な値は 35[J/g]なので

[7]その値を仮定すると

$$\frac{38.4}{\eta} < 35 \tag{3.21}$$

となるため、満たすべき陽電子捕獲率は

$$1.1 < \eta \tag{3.22}$$

となる。すなわち 1.1 を超える陽電子捕獲率ηを実現すれば、十分な安全率を含めて安定した陽電子生成が可能となる。

第 4 章　ビームローディングとその補償

4.1　概略

本方式では陽電子を 1 パルスあたり 66 バンチの時間構造で生成する。そのため、ビームローディングによる電圧変動が生じ、その補償は安定した陽電子生成のために必須である。ここでは安定的な陽電子生成のためのビームローディングの補償について、その方法について説明する。はじめにキャプチャーライナック内に発生するビームローディングの効果について調べるため、シミュレーションによる粒子トラッキングを行い、そこから加速空洞内に発生するビームローディング電流を求めた。シミュレーションにおいては、標的での陽電子生成に GEANT4、空洞内のトラッキングには GPT(General Particle Tracer) というソフトを用いた。GEANT4 はモンテカルロ法を使い、物質中の軌道をシミュレーションするものであり、また GPT は電磁場中の荷電粒子のダイナミクスを再現することができる、主に加速器やビームラインの設計に用いられるシミュレーションツールである。これらによって求められた粒子分布から重心位相を計算することで、個々の粒子が重心位相に作り出すビームローディング電流を計算した。また減速キャプチャー方式により捕捉されたバンチは、オフクレストの状態となる。したがってビームローディングの補償を行うためには、位相変調による補償が必要である。本研究では求めた位相およびビーム電流から位相変調量を計算し、それを使って加速勾配を計算することで位相変調の効果を含んだ空洞電場を求めた。さらにビーム電流はバンチの集群の様子や粒子数によって変化し、ビーム電流が変わると空洞電場にも影響してしまう。そこで今回はイタレーション(繰り返し計算)を行うことでより正確なビームローディング電流および空洞電場を導出した。

4.2　単セルモデル

4.2.1　単セルモデルによる空洞電圧計算

空洞内をビームが通過することにより引き起こされる現象をビームローディングと呼ぶ。RF 空洞内をビームが通過すると、このビームローディングの効果により空洞内の電磁場が変化する。したがって空洞内電圧を考える際には空洞

への RF 入力による電圧とビームが引き起こすビーム電圧の二つを考える必要がある。ここで複数の加速空洞を一つの空洞に置き換えた単セルモデルによって、ビームローディングによる影響を考える[2]。空洞内のパワーのやり取りを表した図が以下の図になる。

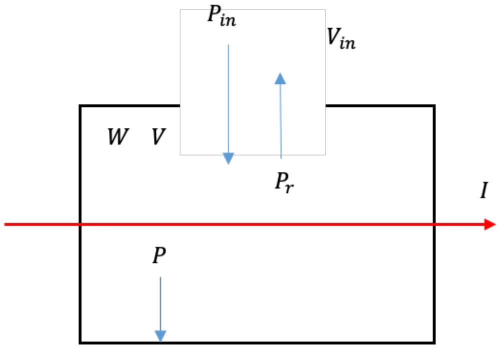


図 4.1 定在波加速空洞の単セルモデル.Wは空洞に蓄積されるエネルギー、Vは空洞の電圧、P_{in}は外部からの入力パワー、P_rは反射パワー、V_{in}は導波管の電圧、Iはビーム電流を表す.

はじめにビームローディングがない状態の空洞のエネルギーのやり取りを方程式で表すと、

$$\frac{dW}{dt} = P_{in} - P_r - P_0 \tag{4.1}$$

と表すことが出来る。パワーと電圧の関係式は空洞のコンダクタンスGを用いると以下のようになる。

$$P_{in} = \beta G V_{in}^2 \tag{4.2}$$

$$P_r = \beta G (V_{in} - V)^2 \tag{4.3}$$

$$P = G V^2 \tag{4.4}$$

ここでβはカップリングβと呼び、空洞内部と外部の結合度を表すものである。ここで蓄積エネルギーWを Q 値を用いて表すと、

$$\frac{dW}{dt} = \frac{Q_0}{\omega}\frac{dP}{dt} = \frac{Q_0}{\omega} 2GV \frac{dV}{dt} \tag{4.5}$$

という式になる。Q 値とは空洞の性能を表す値で、空洞に蓄積されたエネルギーがどのくらいのスピードで減衰して消費されるかを示している。これらを微分方程式に代入すると、

$$\frac{Q_0}{\omega} 2GV \frac{dV}{dt} = \beta G V_{in}^2 - \beta G (V_{in} - V)^2 - GV^2 \tag{4.6}$$

となり、$\tau = \frac{2Q_0}{\omega(1+\beta)}$とおいて整理すると

$$\tau\frac{dV}{dt} = \frac{2\beta}{1+\beta}V_{in} - V \tag{4.7}$$

となるので、t=0 で RF 入力を開始しその時の$V(0) = 0$という初期条件を用いるとこの方程式の解は、

$$V(t) = \frac{2\beta}{1+\beta}V_{in}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.8}$$

という形になる。ここでコンダクタンスGは空洞のパラメータを使い

$$G = \frac{1}{\left(\frac{R}{Q}\right)Q_0} = \frac{1}{r_s L} \tag{4.9}$$

という形で示せるので、式(4.2),(4.9)を使ってV_{in}を書き直すと

$$V_{in} = \sqrt{\frac{P_{in}r_s L}{\beta}} \tag{4.10}$$

となる。ここでLは空洞の長さ、r_sは単位長さあたりのシャントインピーダンスのことである。シャントインピーダンスとは加速電場と消費電力の比を表したものであり、これによって空洞に立つ加速電場が決定する。よって式(4.7)は

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.11}$$

という形になる。ここでτは時定数を表し、RF 入力を開始すると時定数τで指数関数的にある値に漸近していく。次にビームが誘起する電圧について考える。微分方程式は

$$\frac{Q_0}{\omega}2GV\frac{dV}{dt} = -\beta G(V_{in} - V)^2 - GV^2 - IV \tag{4.12}$$

となるので整理すると

$$\tau\frac{dV}{dt} = -V - \frac{I}{(1+\beta)G} \tag{4.13}$$

となり、これを式(4.7)と同様に解いていくと、

$$V(t) = \frac{r_s L}{1+\beta}I\left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) \tag{4.14}$$

入力パワーとビーム電圧によって誘起される空洞電圧は式(4.11)と式(4.14)の重ね合わせによって表現することができるので、

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \frac{r_s L}{1+\beta} I \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) \tag{4.15}$$

と書くことができる。式(4.15)の通り、二つの項は同じ時定数を持った指数関数であることがわかる。したがって二つの項の振幅が同じであれば、電圧は時間に依存せず一定となる。この結果はビームと RF が同相の場合である。ビームが RF に対して位相差θを持っている場合は

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \frac{r_s L}{1+\beta} I \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right) e^{i\theta} \tag{4.16}$$

と表すことができる。

4.2.2　ビームローディング電流の計算

全体のビームローディング電流は図 4.2 のように個々の粒子が作るビームローディングの波の重ね合わせとなるため、位相を考慮する必要がある。

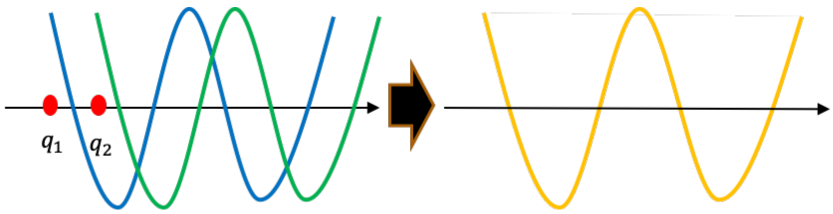


図 4.2　粒子が作りだすビームローディングの重ね合わせの概念図.

ビームの位相という概念を理解するために、一つの粒子が作り出すビームローディング電流を求める[2]。単粒子の電流はローレンツβ_L、デルタ関数、を用いて以下のように書くことができる

$$I = \beta_L c q \delta(\beta_L c t) \tag{4.17}$$

この電流がもたらす空洞電圧Vの変化は

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{rL\omega}{2Q}\beta_L c q \delta(\beta_L c t) - \frac{1}{\tau}V \tag{4.18}$$

となる。$\eta = \frac{rL\omega}{2Q}$と置いて、式を整理すると

$$\frac{dV}{dt} = -\eta \beta_L c q \delta(\beta_L c t) - \frac{1}{\tau}V \tag{4.19}$$

となるので、この式の両辺を微小区間±εの範囲で積分し$\varepsilon \to 0$の極限を取ると

$$V(t=+0) - V(t=-0) = -\eta q \tag{4.20}$$

という式になる。ここで粒子の通過する前は電圧がないとすると$V(t=-0)=0$となるので階段関数$u(t)$を使うと、

$$V(t) = -\eta q u(t) \tag{4.21}$$

と表すことができる。また$t>0$の場合の式(4.19)の一般解は、定数 C を使い

$$V(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}} \tag{4.22}$$

となるので式(4.21)から

$$V(t) = -\eta q u(t) e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{4.23}$$

と書くことができる。実際にこの式は振幅を表しているのでここに振動項を加えると、以下のようになる。

$$V(t) = -\eta q u(t) e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i\omega t} \tag{4.24}$$

これは粒子が通過したと同時にある電圧が誘起され、その電圧が角振動数ωで振動しながら時定数τで減少していくことを示している。さらに粒子が複数存在している場合は、

$$V(t) = \sum_i -\eta q_i u(t-t_i) e^{-\frac{t-t_i}{\tau}} e^{i\omega(t-t_i)} \tag{4.25}$$

と表すことができる。粒子がとある時間t_iで通過すると、そこで電圧が誘起されまた振動しながら減少していく。よって複数の粒子がある場合、減衰振動する波の重ね合わせが全体の電圧ということになる。階段関数を省略し、粒子が全て通過し終わった場合の電圧は、

$$V(t) = V_{BT} e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i(\omega t + \theta)} \tag{4.26}$$

となる。これは式(4.25)を三角関数で表したものである。この電圧は式(4.25)と等しいので

$$\sum_i -\eta q_i e^{-\frac{t-t_i}{\tau}} e^{-i\omega t_i} = -V_{BT} e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i\theta} \tag{4.27}$$

この電圧が与える電流がビームローディング電流となるので、$V_{BT} = \frac{rLI_B}{1+\beta}$を使うと

$$I_B = \sum \frac{q}{\tau} e^{\frac{t_i}{\tau}} e^{i(\omega t - \theta)} \tag{4.28}$$

となり、またθを重心位相として粒子の重心位相に対する位相$\phi = \omega t - \theta$と定義し、$\frac{t_i}{\tau}$～0 としてビームローディング電流を表すと

$$I_B = \sum_i \frac{q_i}{\tau} e^{i\phi} \tag{4.29}$$

となる。よって重心位相に対して$q_i e^{i\phi}$が重なり合った量がビームローディング電流I_Bであることがわかる。またビームの時間的な分布が異なっていたり、粒子の電荷が異なっていたりしたとしても、式(4.29)のように一つの複素数として表すことができる。

4.3　ビームローディング補償

4.3.1　on-crest の時のビームローディング補償

on-crest の状態の時の空洞電圧は式(4.15)で表すことができる。RF による電圧とビームによる電圧は同じ時定数で変化する。したがって RF による電圧変化量とビームによる電圧変化量が等しくなれば、補償を行うことが可能である。

$V_{RF} = \frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}$、$V_{beam} = \frac{r_s L}{1+\beta} I$とおいてその時の条件を示すと、

$$V_{RF} e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{beam} e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} \tag{4.30}$$

となり、この条件の時のビーム入力開始の時間t_bは

$$t_b = \tau \ln \frac{V_{RF}}{V_{beam}} \tag{4.31}$$

となる。したがってビーム入力開始の時間t_bは RF 電圧とビーム電圧の漸近値、および時定数から求めることができる。t_bのタイミングでビーム入力を開始することで、ビームローディングの補償が可能である。以下に on-crest の時にビームローディングの補償を行った場合の、空洞電圧の時間変化を複素平面上に表す。図 4.3 において、V_{RF}, V_{beam}は RF とビームの電圧の漸近値、$V_c(t)$は空洞電圧、$V_{RF}(t), V_{beam}(t)$は時間 t における RF 電圧とビーム電圧である。(a)ビーム入力開始前は$V_c(t) = V_{RF}(t)$となり、$V_c(t)$はV_{RF}に漸近していく。(b) 時間t_bのタイ

ミングでビーム入力を開始すると$V_{beam}(t)$は時定数τでV_{beam}に漸近する。ここで$V_{RF}(t)$の変化量と$V_{beam}(t)$の変化量は等しく、また逆側の方向に変化していくため、$V_c(t)$は常に変化せず一定の値を取り続ける。(c)十分時間が経ち定常状態となると RF 電圧とビーム電圧は漸近値を取り、空洞電圧は定常値となる。on-crest の場合以上のような方法で補償が可能である。

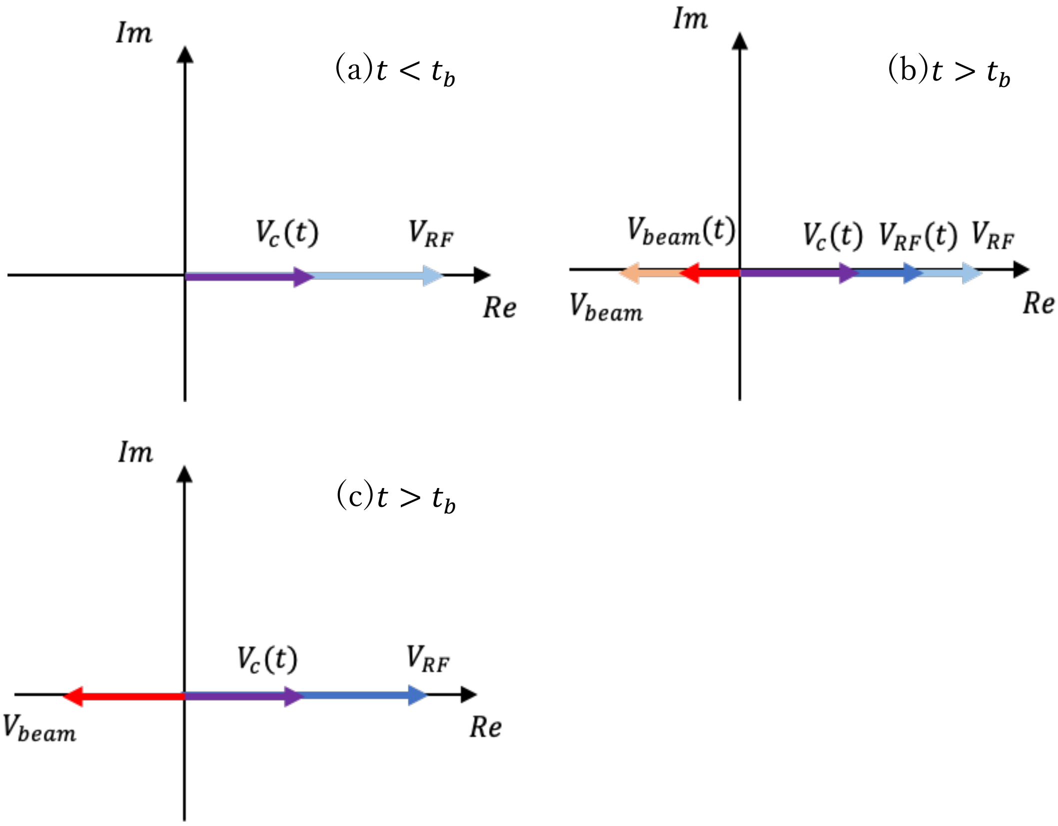


図 4.3　空洞電圧の過渡的な変化を複素平面上に表したもの.V_{RF},V_{beam}は RF とビームの電圧の漸近値、$V_c(t)$は空洞電圧、$V_{RF}(t)$,$V_{beam}(t)$は時間 t における RF とビーム電圧である.(a)にビーム入力開始前、(b)(c)にビーム入力開始後の電圧を表す.

4.3.2　off-crest の時のビームローディング補償

off-crest の状態の時の空洞電圧は式(4.16)で表される。この時ビーム電圧はビーム位相θを持つため、虚数成分が発生し、on-crest の場合の方法では補償は不可能である。したがって off-crest の場合はビーム入力開始とともに、RF 電圧に位相変調かけることで補償を行う。位相変調をかけた場合の電圧の過渡的な変化を図 4.4 に示す。ここで位相変調量をφとし、位相変調をかけた時の RF 電圧の漸近値を$V_{RF}e^{i\varphi}$としている。(a)ビーム入力開始前は on-crest の場合と同様に

$V_c(t) = V_{RF}(t)$となり、$V_c(t)$はV_{RF}に漸近していく。(b)ビーム入力を開始すると$V_{RF}(t)$は位相θを持って、V_{beam}へと漸近していく。このタイミングでRFに位相変調をかける。位相変調後の RF 電圧$V_{RF}(t)$は点線に沿うような形で、漸近値$V_{RF}e^{i\varphi}$に向かって増加していく。この時の$V_{RF}(t)$の実数成分、虚数成分の増加量は$V_{beam}(t)$の実数成分、虚数成分の増加量と常に等しくなるため、全体の空洞電圧$V_c(t)$は常に一定にすることができる。よって off-crest の場合、位相変調による補償が可能である。

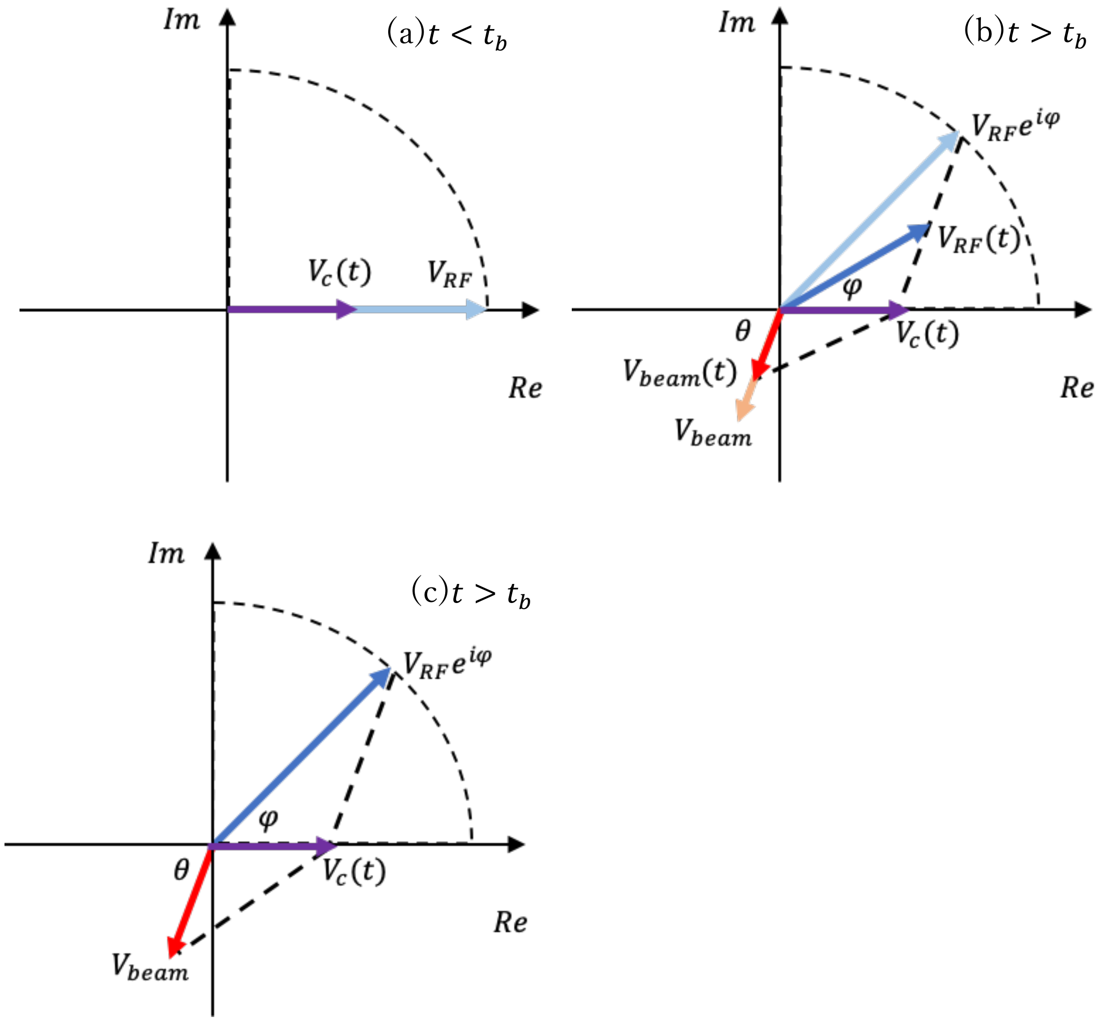


図 4.4　 位相変調を施した場合の空洞電圧の過渡的な変化を複素平面上に表したもの.V_{RF}はビーム入力前のRFの漸近値、V_{beam}はビームの電圧の漸近値、位相変調をかけた時の RF の漸近値は$V_{RF}e^{i\varphi}$, $V_c(t)$は空洞電圧$V_{RF}(t)$, $V_{beam}(t)$は時間 t における RF とビーム電圧である.(a)にビーム入力開始前、(b)(c)にビーム入力開始後の電圧を表す.

4.4　多セルモデル

前節では連結したセルを一つの大きなセルとしてみなして計算したが、今節は等価回路モデルを用いて多セルモデルにおける空洞内の電圧の過渡的な変化を示す。APS 空洞においてパワーの入力は、中央のカプラーセルに導波管をつなぎ行っており、それ以外のセルはレギュラーセルと呼ばれる。よってレギュラーセルには隣り合ったセルからの RF の伝搬により電場が励起するので多セルの場合に電圧を計算する際はセル同士の相互作用を含める必要がある。多セルにおける電圧の過渡的な変化を等価回路モデルにより計算した[11]。

4.4.1 レギュラーセル

図 4.5 はレギュラーセルの等価回路モデルであり、電磁場の共振を集中回路に表したものである。このモデルの中に空洞の共振、空洞の表面抵抗、ビームローディング電流、隣のセルとの結合を示している。nはセルの番号を表していて、n 番目のセルに生じる電圧をv_n、n 番目のセルのインダクタンス、キャパシタンス、コンダクタンスをそれぞれL_n, C_n, G_nとおいている。インダクタンスは電磁誘導により発生する起電力を求める際の比例定数、キャパシタンスは回路内に蓄えられる電荷の量、コンダクタンスは回路における電流の流れやすさを表している。またi_n^a, i_n^b, i_n^Gはそれぞれの回路素子に流れる電流を示し、n 番目のセルの電流源に流れるビームローディング電流はi_n^{ind}としている。

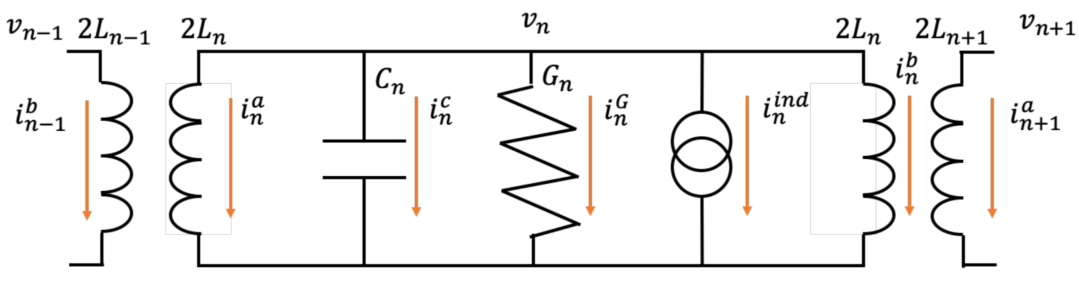


図 4.5　レギュラーセルの等価回路モデル.

この等価回路モデルによって導出された回路方程式を用いて空洞の電圧を求めていく。回路方程式は以下のようになる。

$$i_n^{ind} + i_n^a + i_n^c + i_n^G + i_n^b = 0 \tag{4.32}$$

$$i_n^c = C_n \frac{dv_n}{dt} \tag{4.33}$$

$$i_n^G = G_n v_n \tag{4.34}$$

$$v_n = 2L_n \frac{di_n^a}{dt} + M \frac{di_{n-1}^b}{dt} = 2L_n \frac{di_n^b}{dt} + M \frac{di_{n+1}^a}{dt} \tag{4.35}$$

$$M_{n-1,n} = k\sqrt{4L_{n-1}L_n}\,, M_{n,n+1} = k\sqrt{4L_nL_{n+1}} \tag{4.36}$$

M:相互インダクタンス　k:結合度

各回路素子のパラメータを空洞のパラメータを用いて表すと、以下のような形になる。

$$\text{インダクタンス}\quad L_n = \frac{\left(\frac{R}{Q}\right)_n}{\omega_{cell}} \tag{4.37}$$

$$\text{キャパシタンス}\quad C_n = \frac{1}{\omega_{cell}\left(\frac{R}{Q}\right)_n} \tag{4.38}$$

$$\text{コンダクタンス}\quad G_n = \frac{1}{\left(\frac{R}{Q}\right)_n Q_{0n}} \tag{4.39}$$

ここでω_{cell},Q_{0n},$\left(\frac{R}{Q}\right)_n$はそれぞれ空洞の共振周波数、Q 値、シャントインピーダンスを表しており、それらを回路パラメータで表すと

$$\text{共振周波数}\quad \omega_{cell} = \frac{1}{\sqrt{L_nC_n}} \tag{4.40}$$

$$Q\text{値}\quad Q_{on} = \frac{\omega_{cell}C_n}{G_n} \tag{4.40}$$

$$\text{シャントインピーダンス}\quad \left(\frac{R}{Q}\right)_n = \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} = \omega_{cell}L_n = \frac{1}{\omega_{cell}C_n} \tag{4.41}$$

となる。ここでインダクターに流れる総電流は、以下のように定義される。

$$i_n^L = i_n^a + i_n^b \tag{4.42}$$

また電圧と電流を次のように規格化すると、

$$\widehat{v_n} = \sqrt{C_n} v_n = \frac{v_n}{\sqrt{\omega_{cell} \left({}^{R}/_{Q} \right)_n}} \tag{4.43}$$

$$\widehat{i_n} = \sqrt{L_n} i_n = \sqrt{\frac{\left({}^{R}/_{Q} \right)_n}{\omega_{cell}}}\, i_n \tag{4.44}$$

という式になるので規格化された回路方程式は以下のようになる。

$$\hat{i}_n^{ind} + \hat{i}_n^{L} + \hat{i}_n^{C} + \hat{i}_n^{G} = 0 \tag{4.45}$$

$$\hat{i}_n^{L} = \hat{i}_n^{a} + \hat{i}_n^{b} \tag{4.46}$$

$$\hat{i}_n^{C} = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{v}_n}{dt} \tag{4.47}$$

$$\hat{i}_n^{G} = G_n \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} \hat{v}_n = \frac{G_n}{\omega_{cell} C_n} \hat{v}_n = \frac{1}{Q_{0n}} \hat{v}_n \tag{4.48}$$

$$\hat{i}_n^{ind} = \sqrt{L_n} i_n = \sqrt{\frac{\left({}^{R}/_{Q} \right)_n}{\omega_{cell}}}\, i_n^{ind} \tag{4.49}$$

$$\frac{1}{2} \hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_n^{a}}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_{n-1}^{b}}{dt} = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_n^{b}}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_{n+1}^{a}}{dt} \tag{4.50}$$

式(4.50)より

$$\frac{1}{2} \hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_n^{a}}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_{n-1}^{b}}{dt} \tag{4.51}$$

$$\frac{1}{2} \hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_n^{b}}{dt} + k \frac{1}{\omega_{cell}} \frac{d\hat{i}_{n+1}^{a}}{dt} \tag{4.52}$$

として辺々の和を取ると、

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} + \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.53}$$

式(4.46)より

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d}{dt}(\hat{\imath}_n^L - \hat{\imath}_n^b) + \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.54}$$

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} \tag{4.55}$$

式(4.51)において$n \to n+1$,式(4.52)において$n \to n-1$とすると

$$\frac{1}{2}\hat{v}_{n+1} = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt} \tag{4.56}$$

$$\frac{1}{2}\hat{v}_{n-1} = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt} + k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt} \tag{4.57}$$

となるのでこの二式を用いて式(4.55)から$\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n-1}^b}{dt}$と$\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_{n+1}^a}{dt}$を消去すると

$$\hat{v}_n = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} + k\left(\frac{1}{2}\hat{v}_{n-1} - k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^a}{dt}\right) + k\left(\frac{1}{2}\hat{v}_{n+1} - k\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^b}{dt}\right) \tag{4.58}$$

となるので$k \ll 1$よりk^2の項を無視すると

$$\hat{v}_n - \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^L}{dt} \tag{4.59}$$

式(4.45)を式(4.59)に代入すると

$$\hat{v}_n - \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) = \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d}{dt}\left(-\hat{\imath}_n^{ind} - \hat{\imath}_n^C - \hat{\imath}_n^G\right) \tag{4.60}$$

式(4.47)より

$$\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^C}{dt} = \frac{1}{\omega_{cell}^2}\frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2} \tag{4.61}$$

式(4.48)より

$$\frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^G}{dt} = \frac{1}{\omega_{cell}Q_{0n}}\frac{d\hat{v}_n}{dt} \tag{4.62}$$

となるので、式(4.60)は

$$\frac{1}{\omega_{cell}^2}\frac{d^2\hat{v}_n}{dt^2} + \frac{1}{\omega_{cell}Q_{0n}}\frac{d\hat{v}_n}{dt} + \hat{v}_n = \frac{1}{2}k(\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) - \frac{1}{\omega_{cell}}\frac{d\hat{\imath}_n^{ind}}{dt} \tag{4.63}$$

となり、n 番目のセルにおける電圧の微分方程式を得ることができた。次に電圧と電流を振動項と振幅項に分ける。

$$\hat{v}(t) = \hat{V}(t)e^{i\omega t} \tag{4.64}$$

$$\hat{\imath}(t) = \hat{I}(t)e^{i\omega t} \tag{4.65}$$

ここで $\hat{v}' \equiv \frac{d\hat{v}}{d\theta} = \frac{dt}{d\theta}\frac{d\hat{v}}{dt} = \frac{1}{\omega}\frac{d\hat{v}}{dt}$と定義して式(4.64)の一回微分、二回微分をそれぞれ表すと、

$$\hat{v}'(t) = \left(\hat{V}'(t) + i\hat{V}(t)\right)e^{i\omega t} \tag{4.66}$$

$$\hat{v}''(t) = \left(\hat{V}''(t) + 2i\hat{V}'(t) - \hat{V}(t)\right)e^{i\omega t} \tag{4.67}$$

電流に関しても微分を行い式(4.63)に代入すると

$$\begin{aligned}\hat{V}_n{}'' + \left(2i + \frac{1}{Q_{0n}}\frac{\omega_{cell}}{\omega}\right)\hat{V}_n{}' + \left(i\frac{1}{Q_{on}}\frac{\omega_{cell}}{\omega} + \frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2} - 1\right)\hat{V}_n \\ = \frac{1}{2}k\frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2}\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\ \right) - \frac{\omega_{cell}}{\omega}\left(\hat{I}_n^{ind\prime} + i\hat{I}_n^{ind}\right)\end{aligned} \tag{4.68}$$

となる。ここでω:RF の周波数、ω_{cell}:セルの共振周波数と表している。$\omega_{cell} \approx \omega$より近似を行うと、

$$\frac{\omega_{cell}^2}{\omega^2} - 1 = 2\frac{\omega_{cell} - \omega}{\omega} = 2\delta_n \tag{4.69}$$

と表すことができるので式(4.68)は

$$\hat{V}_n{}'' + \left(2i + \frac{1}{Q_{0n}}\right)\hat{V}_n{}' + \left(i\frac{1}{Q_{on}} - 2\delta_n\right)\hat{V}_n = \frac{1}{2}k\left(\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}\ \right) - \hat{I}_n^{ind\prime} - i\hat{I}_n^{ind} \tag{4.70}$$

となり、電圧と電流の振幅のみを取り出した微分方程式を表すことができた。微分方程式を解くために有限差分近似を用いる。有限差分近似とはとある関数f(x)の微分の定義式$\left(\frac{df}{dx}\right)_{\mathrm{x=a}} = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(h)}{h}$において h を有限と置き、近似を行うものである[8]。初めに$\hat{V}_n(\theta)$の関数において、独立変数θを離散化して格子点を作る。隣り合う格子点の幅を$\Delta\theta$とし、m 番目の格子点の時の電圧を$\hat{V}_n^m(\theta)$とする。関数$\hat{V}_n^m(\theta)$の微分をその周りの格子点での関数$\hat{V}_n^{m-1}(\theta), \hat{V}_n^{m+1}(\theta)$を用いて近似する。

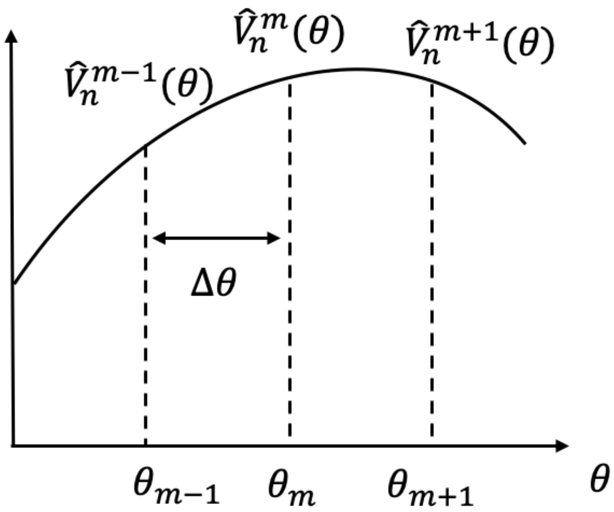


図 4.6　有限差分近似の概念図.独立変数θを離散化して格子点を作る. 隣り合う格子点の幅を$\Delta\theta$とし、m 番目の格子点の時の電圧を$\hat{V}_n^{m}(\theta)$とする.

$\theta = \theta_m$の点の周りで$\hat{V}_n^{m-1}(\theta), \hat{V}_n^{m+1}(\theta)$をテイラー展開する。

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_n^{m+1}(\theta) &= \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m+1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\theta_{m+1} - \theta_m)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \\
&= \hat{V}_n^{m}(\theta) + \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\Delta\theta)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \qquad (4.71)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_n^{m-1}(\theta) &= \hat{V}_n^{m}(\theta) + (\theta_{m-1} - \theta_m)\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\theta_{m-1} - \theta_m)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \\
&= \hat{V}_n^{m}(\theta) - \Delta\theta\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} + \frac{1}{2}(\Delta\theta)^2\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} \qquad (4.72)
\end{aligned}
$$

式(4.71)、式(4.72)の差を取ると

$$
\left(\frac{d\hat{V}_n(\theta)}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) - \hat{V}_n^{m-1}(\theta)}{2\Delta\theta} \qquad (4.73)
$$

和を取ると、

$$
\left(\frac{d^2\hat{V}_n(\theta)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\theta_m} = \frac{\hat{V}_n^{m+1}(\theta) + \hat{V}_n^{m-1}(\theta) - 2\hat{V}_n^{m}(\theta)}{(\Delta\theta)^2} \qquad (4.74)
$$

となる。これらの式を式(4.70)に代入して整理すると

$$\hat{V}_n^{m+1} = (a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4)\begin{pmatrix} \hat{V}_{n-1}^m \\ \hat{V}_n^m \\ \hat{V}_{n+1}^m \\ \hat{V}_n^{m-1} \end{pmatrix} + (b_1 \quad b_2 \quad b_3)\begin{pmatrix} -\hat{I}_n^{m-1\,ind} \\ -\hat{I}_n^{m\,ind} \\ -\hat{I}_n^{m+1\,ind} \end{pmatrix} \tag{4.75}$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})}$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2} - i\frac{1}{Q_{0n}} + 2\delta_n}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{i}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1}{Q_{0n}})}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1}{Q_{0n}}\right) - \frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1}{Q_{0n}}\right)} \tag{4.76}$$

という式を求めることができる。この式を全ての空洞に適用すると空洞電圧の時間発展を計算することができる。

4.4.2 カプラーセル

カプラーセルには導波管が繋がっているため導波管を表す回路素子i_g, i_n^Yを追加した等価回路モデルとなる。i_gは RF の電流、i_n^Yは導波管のコンダクタンスを表し、回路方程式は以下のようになる。

$$i_g - i_n^{ind} = i_n^a + i_n^c + i_n^G + i_n^Y + i_n^b \tag{4.77}$$

$$i_n^Y = \beta G_n v_n \tag{4.78}$$

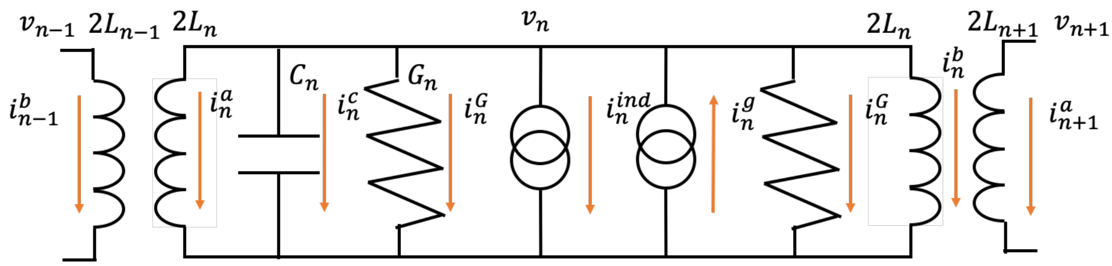


図 4.7　カプラーセルの等価回路モデル

レギュラーセルと同様に計算すると

$$\hat{V}_n^{m+1} = (a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4)\begin{pmatrix} \hat{V}_{n-1}^m \\ \hat{V}_n^m \\ \hat{V}_{n+1}^m \\ \hat{V}_n^{m-1} \end{pmatrix} + (b_1 \quad b_2 \quad b_3)\begin{pmatrix} \hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1\,ind} \\ \hat{I}_g^m - \hat{I}_n^{m\,ind} \\ \hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1\,ind} \end{pmatrix} \tag{4.79}$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})}$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2} - i\frac{1+\beta}{Q_{0n}} + 2\delta_n}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{i}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})} \qquad b_1 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}})}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right) - \frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{\frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta}\left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \tag{4.80}$$

式(4.76)、式(4.80)を使いセルごとの電圧を求め、求めた電圧の和を格子点ごとに取ることで、その時間に発生する空洞全体の電圧を求めることができる。

4.4.3 等価回路モデルによる過渡的ビームローディング補償

APS 空洞において実際にビームローディング補償を行う場合は、導波管からカプラーセルに位相変調をかけた RF を入力することで補償を可能にする。ここでビーム入力前($\mathrm{t} < \mathrm{t_b}$)の RF 電流を$I_{RF}$、位相変調をかけたビーム入力後($\mathrm{t} > \mathrm{t_b}$)の電流を$I'_{RF}$として、導波管から入力する電流の時間変化を表すと，

$$I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I'_{RF} & (t > t_b) \end{cases} \tag{4.81}$$

となる。これは RF の入力を切り替えた場合、カプラーセルに流れ込む電流が瞬間的に切り替わることを表している。しかし実際にカプラーセルに送り込まれる電流は階段関数で変化するわけではない。実際の大パワーの RF は発信機で生成した小振幅の RF 信号をクライストロンと呼ばれる共振構造を有した三極真空管によって増幅した後、導波管を通じて加速管に送り込まれる。大パワーの RF に位相変調をかけることは困難なので位相変調は発信機からの小振幅の信号に対して行う。クライストロンは共振構造を持っているため実際に加速管に送り込まれる RF の位相変調は、クライストロンの時定数τだけ遅れることとなる。クライストロンの空洞への入力電圧をV_{in}、空洞電圧をVとすると、

$$\tau\frac{dV}{dt} = -V + \alpha V_{in} \ \ (\alpha\text{: 定数}) \tag{4.82}$$

となる。この式の一般解は

$$V(t) = Bexp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \alpha V_{in} \ \ (B\text{: 定数}) \tag{4.83}$$

ここで位相変調をかけた電流I'_{RF}をクライストロンに送り込むとすると、その時の条件は$t > t_b, V(t_b) = 0, \alpha V_{in} = A'u(t - t_b)$となる。この時$A'$は送り込まれる電圧の値、$u(t - t_b)$は階段関数を表している。この条件を一般解に当てはめると

$$V(t) = A'\left(1 - e^{-\frac{t - t_b}{\tau}}\right) \tag{4.84}$$

となる。これは電圧がビーム入力開始とともに、時定数τで振幅A'に漸近していくことを表している。さらにクライストロンの場合ビーム入力前の RF 電流I_{RF}により発生する電圧に関しても考慮が必要である。式(4.81)の場合、ビーム入力開始とともに瞬時にI_{RF}からI'_{RF}へと切り替わっているが、切り替わった後もI_{RF}に誘起した電圧は 0 にはなっておらず、時定数τで減衰していく。したがってI_{RF}によるクライストロンの変動も計算を行う。まず$t < t_b$の時の条件は$V(0) = 0, \alpha V_{in} = A(1 - u(t - t_b))$(A:送り込まれる電圧)となるので空洞電圧は

$$V(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.85}$$

となる。次に$t > t_b$の時の条件は$V(t_b) = A\left(1 - e^{-\frac{t_b}{\tau}}\right), \alpha V_{in} = A(1 - u(t - t_b))$

となるので$V_{t_b} = V(t_b)$とおくと、

$$V(t) = V_{t_b} e^{-\frac{t - t_b}{\tau}} \tag{4.86}$$

という解になる。これはt_bになった瞬間からV_{t_b}の大きさを持つ電圧が時定数τで減衰していくことを表している。よって式(4.84),式(4.85),式(4.86)より導波管内部の電圧は

$$(t < t_b) \qquad V(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.87}$$

$$(t > t_b) \qquad V(t) = V_{t_b} e^{-\frac{t - t_b}{\tau}} + A'\left(1 - e^{-\frac{t - t_b}{\tau}}\right) \tag{4.88}$$

という形になる。RF 電流I_{RF}が流れてから十分に時間がたったとして、空洞に流れる電流を表すと、

$$I = \begin{cases} I_{RF} & (t < t_b) \\ I_{RF} e^{-\frac{t - t_b}{\tau}} + I'_{RF}\left(1 - e^{-\frac{t - t_b}{\tau}}\right) & (t > t_b) \end{cases} \tag{4.89}$$

となる。

また位相変調をかける時間t_bは、電流I_{RF}を入力した時の空洞電圧が、電流I'_{RF}を入れた時の定常電圧V_cに達する時間としている。この時間をt_bとすると、電流を切り替えた場合でも電圧の増加量を 0 にすることができる。求められた時間t_b=1.3525(μs)となった。

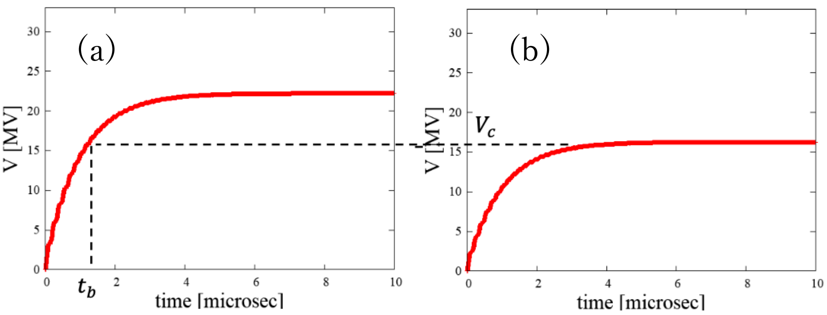


図 4.8　縦軸:空洞電圧[MV]、横軸:時間[μs].(a) I_{RF}入力の結果(b) I'_{RF}入力の結果

以降式(4.81)と式(4.89)の場合でビームローディング補償の比較を行う。計算の際に使用した空洞パラメータおよび計算パラメータを表 6.1 に示す。

周波数[MHz]	1300
k	0
Q_0	2.47×10^4
$\left({}^{R}/_{Q}\right)[Ohm]$	1.41×10^2
δ_n	0
$\Delta\theta$	0.82
$P_{in}[MW]$	2.05
$i_n^{ind}[A]$	1.00

表 4.1 空洞および計算パラメータ. Q_0および$\left({}^{R}/_{Q}\right)$は加速セルの値.RF と空洞の周波数を合わせδ_n=0 としている.

表 4.1 で示したように空洞に流れるビームローディング電流は 1A として、補償を行った。結果は以下の通りである。

$$①\begin{cases} I_{RF} \\ I'_{RF} \end{cases} \qquad ②\begin{cases} I_{RF} \\ I_{RF}e^{-\frac{t-t_b}{\tau}} + I'_{RF}\,(1-e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}) \end{cases}$$

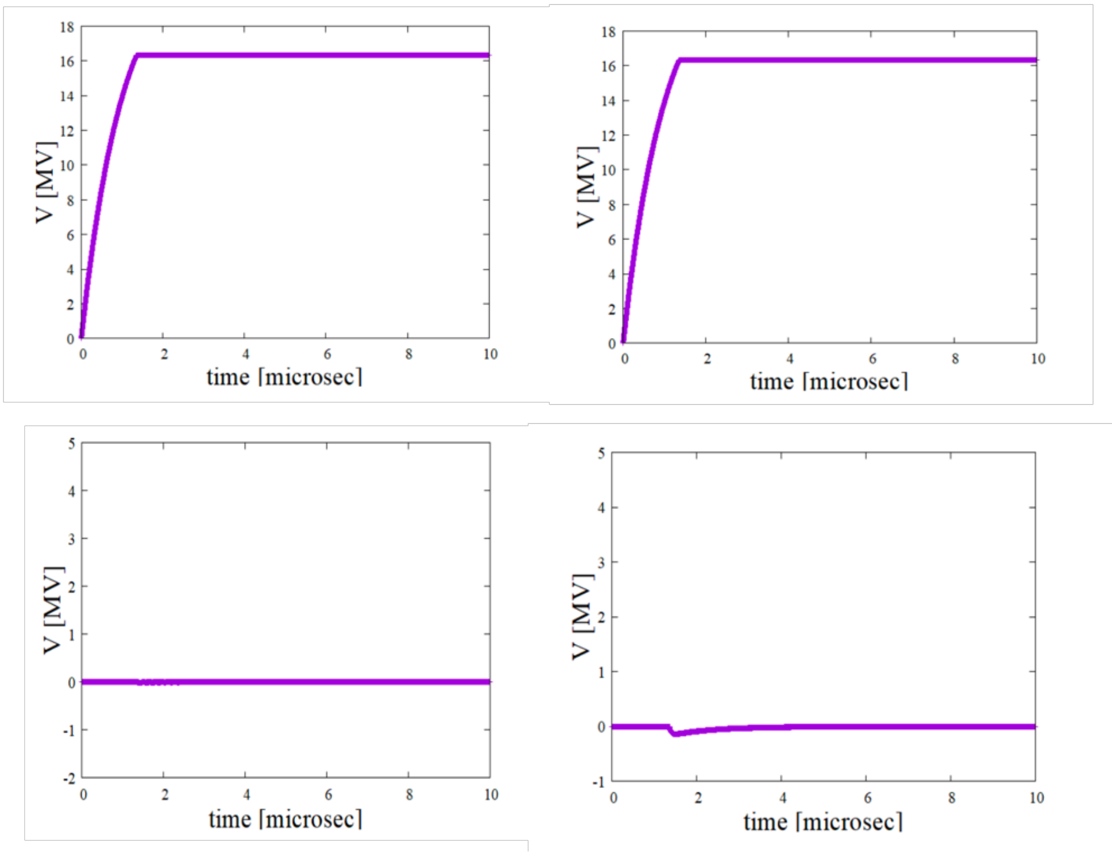


図 4.9　位相変調を加えた時の空洞電圧の過渡的な変化.①は階段関数で RF 電流が変化する場合、②がクライストロンの影響を含んだ場合の結果.上図:実数成分、下図;虚数成分を表す.縦軸:空洞電圧[MV]、横軸:時間[μs].

①の場合位相変調による補償ができており、ビームによる虚数成分がしっかりと打ち消されていることができている。一方で②の場合共振構造を持ったクライストロンの影響を受け、位相変調が遅れ虚数成分が発生していることがわかる。範囲を拡大した②虚数成分の結果を図 4.10 に示す。最大で約 0.15MV の虚数成分が発生しており、成分が 0 になるまで約 5 μs の時間がかかっていることがわかる。

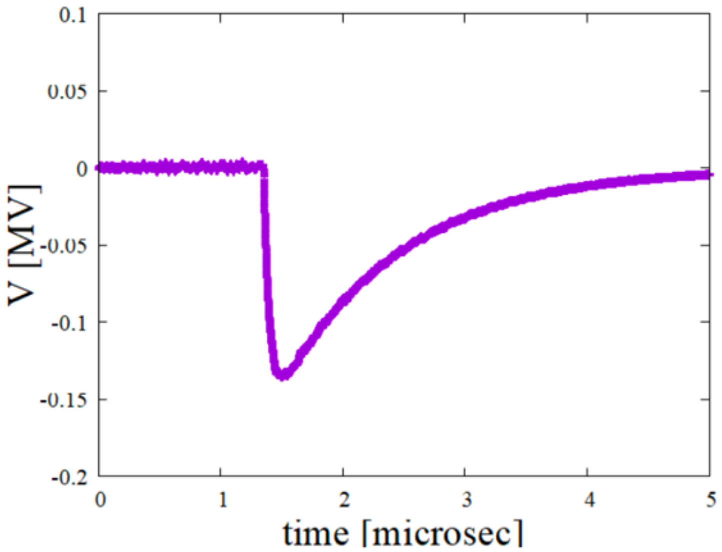


図 4.10　②の式の時の虚数成分

4.5　シミュレーションによるビームローディング計算

4.5.1　GPT による粒子トラッキング

GEANT4 を使い電子ビームによる陽電子生成をシミュレートした後、標的出口からキャプチャーライナック出口までの粒子トラッキングを、GPT を用いて行う。Geant4 によるシミュレーションにおいてのビームのエネルギーは 3GeV、RMS を 2mm と設定し、入射電子数を 1000 個と設定した。その時に発生した電子は 9822 個、陽電子は 7292 個となった。図 4.11 に生成直後のビームの横方向の密度分布を示す。

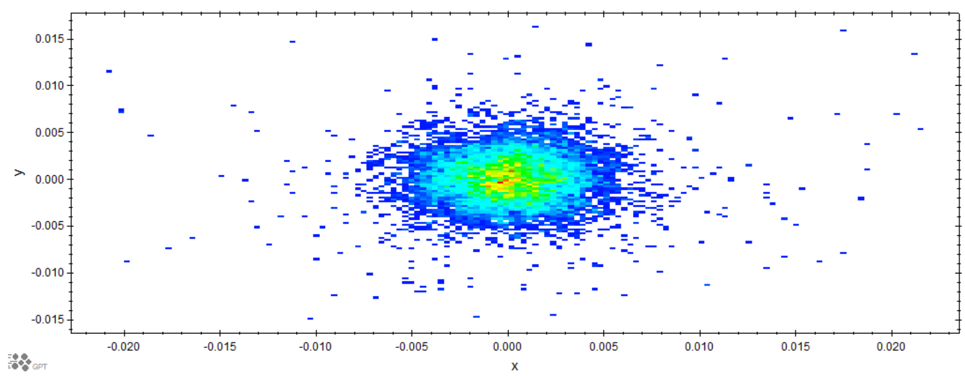


図 4.11　生成直後のビームの横方向の密度分布.縦軸:y[m],横軸:x[m]

また横方向の実空間における分布を図 4.12 に示す。結果からターゲットから出た粒子は横方向に 0.002m ほどのところにピークが存在していることがわかる。

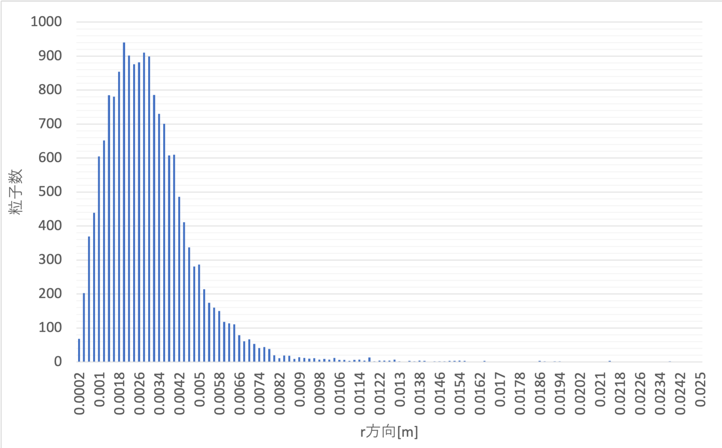


図 4.12　横方向の実空間(r 方向)におけるヒストグラム.縦軸:粒子数,横軸:r 方向[m]

金属標的直後の AMD の配置やビームパイプまでの距離は以下のような設計になっている。まず標的から AMD までの距離は 0.001m、AMD の長さは 0.1m、AMD からビームパイプまでの距離は 0.114m、ビームパイプ入口から加速空洞入口までは 0.115m となっている。加速空洞は 36 本で構成されており、一本あたり加速セルが 11 セル、結合セルが 10 セルの計 21 セルで構成されている。ソレノイドは加速空洞を囲むような形で、キャプチャーライナック出口まで繋がっており、これによりビームの横方向の広がりを抑える役割を果たしている。ソレノイド磁場は 0.5[T]としており、AMD 出口での磁場と滑らかに繋がるように設定している。

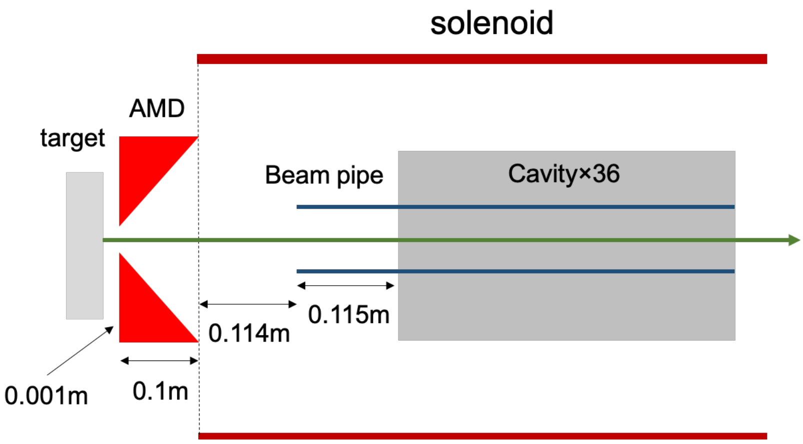
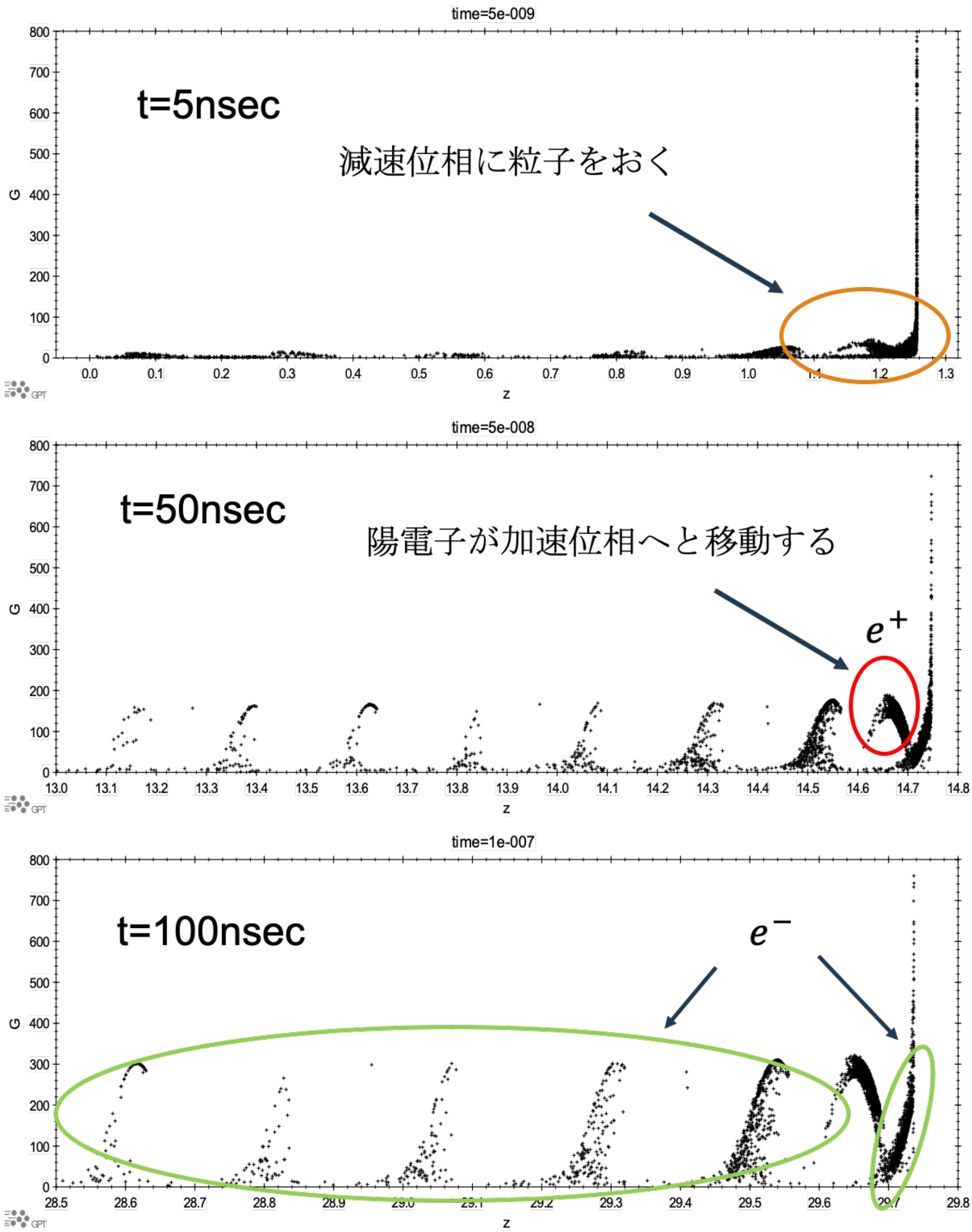


図 4.13　ターゲットから空洞入口までの概要図.

実際にトラッキングした結果は以下のようになる。



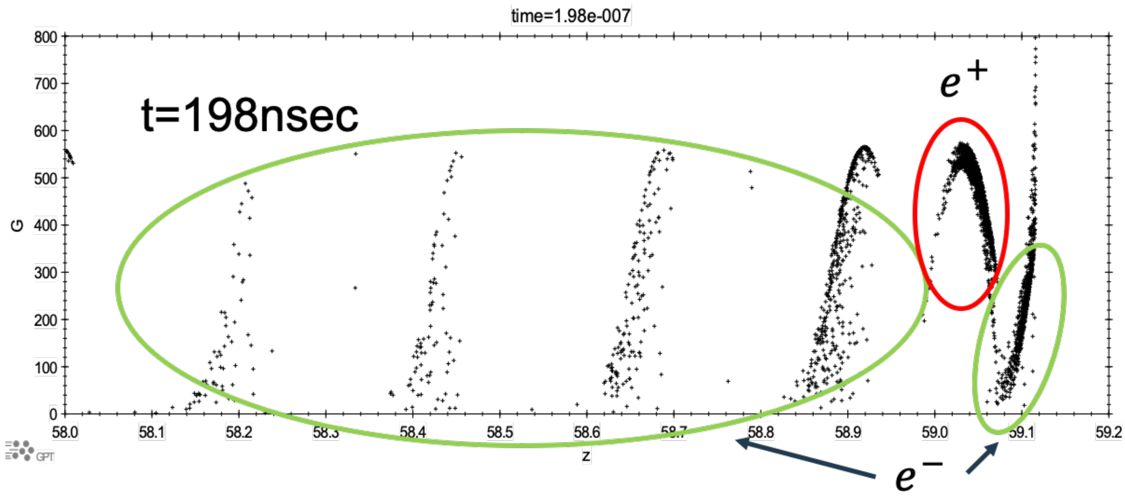


図 4.14　GPT による粒子トラッキングの結果.キャプチャーライナック入口付近の t=5nsec の分布から t=50nsec、t=100nsec、t=198nsec の順で表示している.赤丸で囲んだ場所に陽電子が存在し、緑丸で囲んだ場所に電子が多く存在する.

図 4.14 の縦軸はローレンツ γ、横軸は標的からの距離 z[m]を表している。四つの図はライナック入口から出口までの粒子分布の動きを順番に示しており、一つ目の t=5nsec の図がライナック入口、四つ目の t=198nsec の図がライナック出口の粒子分布を表している。まず電子と陽電子が一様に混じったバンチは、t=5nsec の図のように陽電子の減速位相に置かれる。少し時間が経つと、陽電子は phase slip を起こして加速位相へと移動する。t=50nsec の図の赤丸で囲まれた部分はその陽電子バンチを示している。一方電子は一つの位相にとどまることが出来ず、散らばってしまう。t=100nsec の図の緑丸で囲われた部分は電子が存在している部分を表しており、この図からはじめに置かれた加速位相（陽電子にとっては減速位相）にとどまり陽電子の前方にテール状になって位置している電子と、そこから後方の位相に流れ散らばっている電子の 2 種類が存在していることがわかる。ライナック出口（t=198 の図）になると陽電子はしっかりと捕捉され、また加速によってエネルギーも増加していることがわかる。

4.5.2　計算手法

本研究では GPT により求めた 1nsec ごとの粒子分布から時間ごとの重心位相を計算し、粒子が重心位相に作り出すビームローディング電流を求めた。キャプチャーライナック加速空洞には、電荷の異なる電子と陽電子が混在している

ため、簡単のためそれぞれに重心位相とビーム電流を計算した。さらに全体のビーム電流は電子と陽電子のビーム電流のベクトル和を計算することによって導出した。以下に計算手法について述べる。

- 重心位相

重心位相は粒子の RF に対する位相ϕ_iを計算し実数成分と虚数成分を求めそれぞれの和から逆正接関数(arctan)を計算することで導出した。

$$positron\begin{cases} ReI_{ip} = \dfrac{q}{\Delta t}\cos(\phi_i) \\ ImI_{ip} = \dfrac{q}{\Delta t}\sin(\phi_i) \\ \theta_p = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sum ImI_{ip}}{\sum ReI_{ip}}\right) \end{cases} \quad electron\begin{cases} ReI_{ie} = \dfrac{q}{\Delta t}\cos(\phi_i) \\ ImI_{ie} = \dfrac{q}{\Delta t}\sin(\phi_i) \\ \theta_e = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sum ImI_{ie}}{\sum ReI_{ie}}\right) \end{cases} \tag{4.90}$$

ここで、Δtはバンチ幅、ϕ_iは各粒子の RF に対する位相を表している。

- ビームローディング電流

求められた重心位相に対して各粒子が作り出す電流は実数成分と虚数成分にわけ以下の式を使い求められる。

$$positron\begin{cases} ReI_p = \sum \dfrac{q}{\Delta t}\cos\left(\emptyset_i - \theta_p\right) \\ ImI_p = \sum \dfrac{q}{\Delta t}\sin\left(\emptyset_i - \theta_p\right) \end{cases} \quad electron\begin{cases} ReI_e = \sum \dfrac{q}{\Delta t}\cos(\emptyset_i - \theta_e) \\ ImI_e = \sum \dfrac{q}{\Delta t}\sin(\emptyset_i - \theta_e) \end{cases} \tag{4.91}$$

ここで$\emptyset_i$は各粒子の RF に対する位相、θ_e、θ_pは電子・陽電子それぞれの重心位相である。電子・陽電子それぞれの電流からベクトル和を計算することで全体の粒子が作り出すビームローディング電流を求められる。

$$I_{tot} = I_p \exp\left(i\theta_p\right) + I_e \exp(i\theta_e) \tag{4.92}$$

ここでI_p, I_eはそれぞれの実数成分と虚数成分から計算した電子・陽電子の電流の振幅を示す。

- 空洞電場

さらに計算した位相およびビーム電流を使って、定常状態における各加速管の空洞電場を導出した。以下に位相変調をかけた時の単セルモデルによる空洞電場の式を示す。

$$E_{cavity} = \frac{1}{L}\left(\frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}e^{i\varphi} - \frac{r_s L I}{1+\beta}e^{i\theta}\right) \tag{4.93}$$

ここでLはセル長、βはカップリングベータ、r_sはシャントインピーダンス、φはRF にかける位相変調量を表している。本研究では先行研究[8]で設定されたパ

ラメータを使用した。

β	5
r_s	$52.7[Mohm/m]$
P_{in}	$22.5/11\,[MW]$
L	$0.115[\mathrm{m}]$

表 4.2 空洞電場計算において使用したパラメータ.

式(4.93)を実数成分と虚数成分にわけて書くと、

$$ReE_{cavity} = E_{RF}cos\varphi - E_{beam}cos\theta \tag{4.94}$$

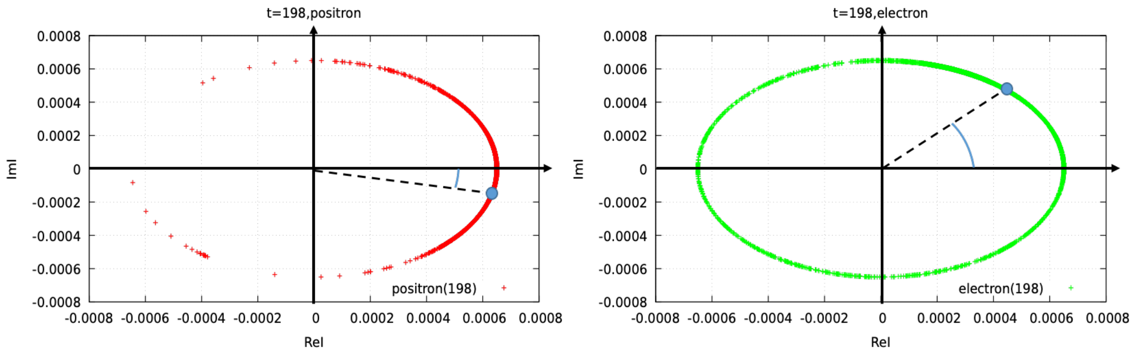
$$ImE_{cavity} = E_{RF}sin\varphi - E_{beam}sin\theta \tag{4.95}$$

となる。ここで簡単のために$E_{RF} = \frac{1}{L}\frac{2\sqrt{\beta P_{in} r_s L}}{1+\beta}$, $E_{beam} = \frac{1}{L}\frac{r_s LI}{1+\beta}$とおいた。この時位相変調量φは式(4.95)で示された虚数成分が 0 になるときの値、つまりビームの虚数成分を打ち消す方向で決まるので以下のように表すことができる。

$$\varphi = \sin^{-1}(\frac{E_{beam}}{E_{RF}}sin\theta) \tag{4.96}$$

4.5.3 結果

まず式(4.90)により求めた重心位相の結果について述べる。図 4.15 はキャプチャーライナック下流部(t=198nsec)における粒子を複素平面状に表した図になっており、縦軸:虚数成分、横軸:実数成分としている。また左図は陽電子、右図は電子のプロットである。図に描かれた青の点がこの時間の重心位相を表していて、陽電子が$\theta_p = -0.107[rad]$、電子が$\theta_e = 0.803[rad]$という結果になった。さらに図 4.16 には重心位相の時間推移を表している。陽電子が赤のプロット、電子が緑のプロットである。電子・陽電子ともに 30nsec ほどで重心位相が安定していることがわかる。陽電子に関しては減速キャプチャーにより捕捉された粒子が加速位相に留まっているため位相の変動はほとんどなくなる。また電子に関しても電子にとっての加速位相にとどまるため位相は安定する。



$\theta_p = -0.107[rad]$ $\theta_e = 0.803[rad]$

図 4.15　t=198nsec の時の重心位相を表す図.縦軸に粒子の虚数成分、横軸に実数成分を取り各粒子の実数、虚数成分を複素平面状に表したもの.左:陽電子,右:電子.

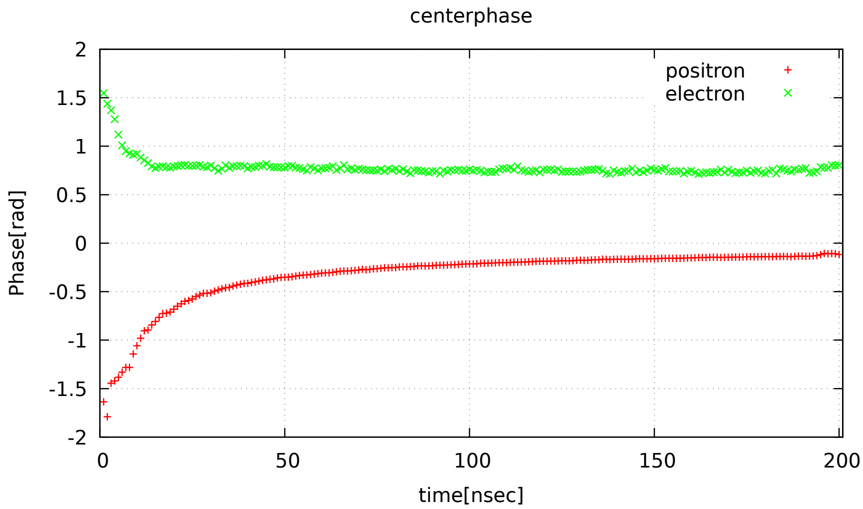


図 4.16　電子・陽電子それぞれの重心位相の時間変化を表したもの.赤プロット:陽電子、緑プロット:電子

次に求められた重心位相に粒子が作り出すビームローディング電流を計算した。図 4.17 はビームローディング電流の時間推移を示した図であり、(a)が陽電子の結果、(b)が電子の結果である。また実数成分をピンク、虚数成分を青のプロットで示している。陽電子の実数成分は重心位相が安定し出した 30[nsec]ほどから、約 1.2~1.3[A]ほどに落ち着いている。また電子の実数成分ははじめ約 1.6[A]ほどの大きさから徐々に減少して 0.9~1.0[A]ほどに落ち着いている。電子の場合 AMD を通過したのちはじめに電子にとっての加速位相に置かれるため、上流部で大きな減速場を誘起しその後減少していくような推移が見られる。

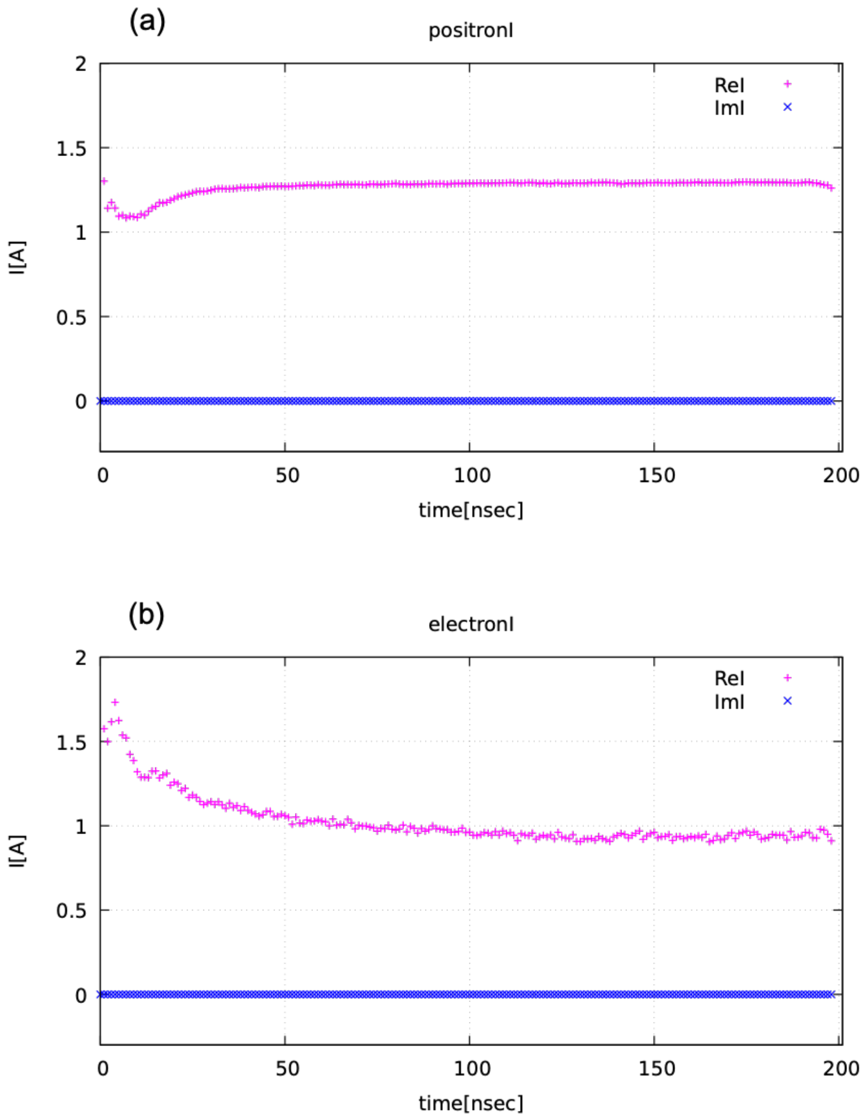


図 4.17　ビーム電流の実数成分、虚数成分の時間変化を示し、縦軸は電流 I[A]、横軸は 時間[nsec]を表している。(a)の図は陽電子、(b)の図は電子の結果である。粒子の重心位相を基準に計算しているので、虚数成分は電子・陽電子ともに 0 になっている。

図 4.18 が全体のビーム電流の実数成分と虚数成分を示したものである。実数成分は初め 0[A]ほどであるが、徐々に増加し始め約 15[nsec]ほどで 2.0[A]ほどに落ち着いていることがわかる。これは粒子の位相が減速位相から phase slip した後、加速位相に留まることで位相が安定したことによるものと考えられる。また虚数成分は最終的に約 0.5[A]になった。

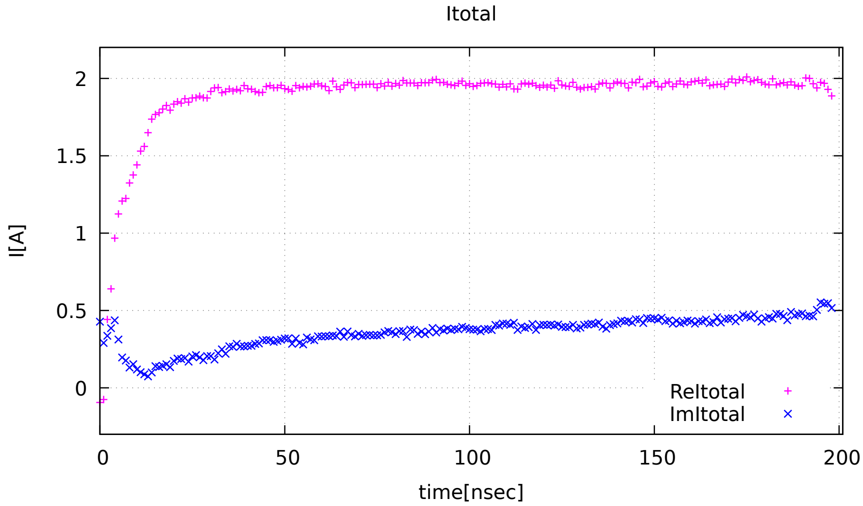
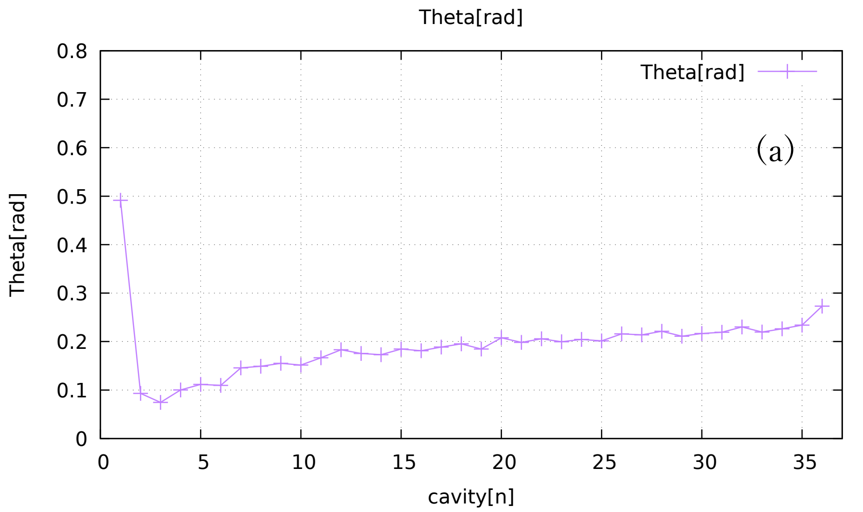
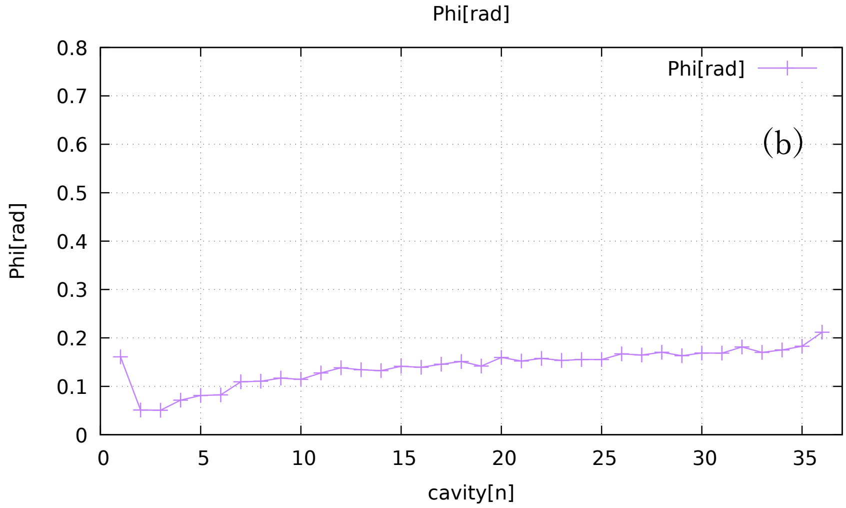


図 4.18　粒子全体のビーム電流の実数成分、虚数成分の時間変化を示し、縦軸は電流 I[A]、横軸は時間[nsec]を表している。実数成分は約 2.0[A]、虚数成分は 0.5[A]ほどに落ち着いている。

次にビーム位相 θ 、位相変調量φ、空洞電場E_{cavity}の加速管ごとの結果を図 4.19 に示す。 (a)ビームの RF に対する位相、(b)位相変調量φ、(c)空洞電場を加速管ごとに示したものである。横軸は加速管の本数、縦軸は(a)ビーム位相 θ [rad]、(b)位相変調量φ[rad]、(c)空洞電場E_{cavity}[MV/m]を示す。空洞電場の結果を見ると、上流部では高い電場を記録しているが、ビームローディング電流が増えると同時にビーム電場が増え、空洞電場が減少していることがわかる。またバンチの位相が安定すると、空洞電場の値も安定し 5~6[MV/m]ほどに落ち着いている。





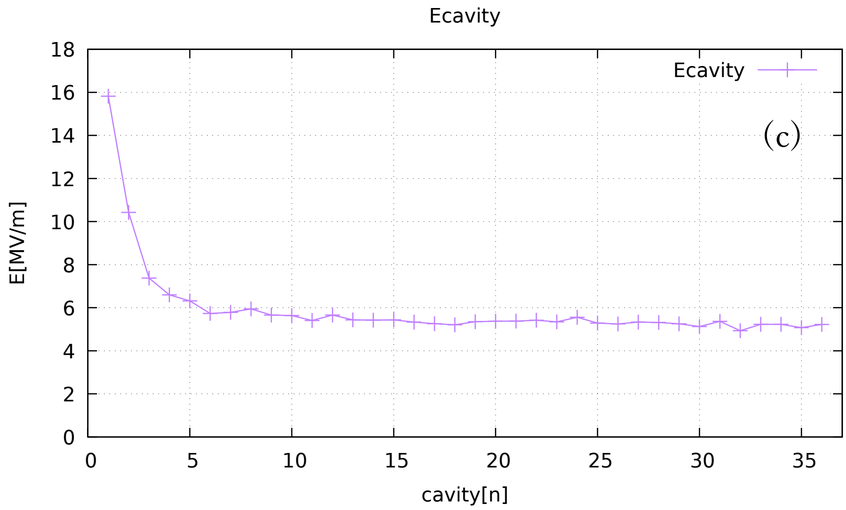


図 4.19　(a):ビーム位相、(b):位相変調量φ、(c)空洞電場の加速管ごとの値

最後にイタレーションの結果を以下に示す。イタレーションの方法として、適当なビーム電流から決定した加速勾配によりシミュレーションを行い、粒子分布を求めそこからビームローディング電流を計算し加速勾配を求める。そして求められた加速勾配からシミュレーションを行う。この手順を 10 回行うことで、適切なビームローディングを求める。以下にイタレーション 1 回目から 10 回目までのビームローディング電流および空洞電場の結果を示す。

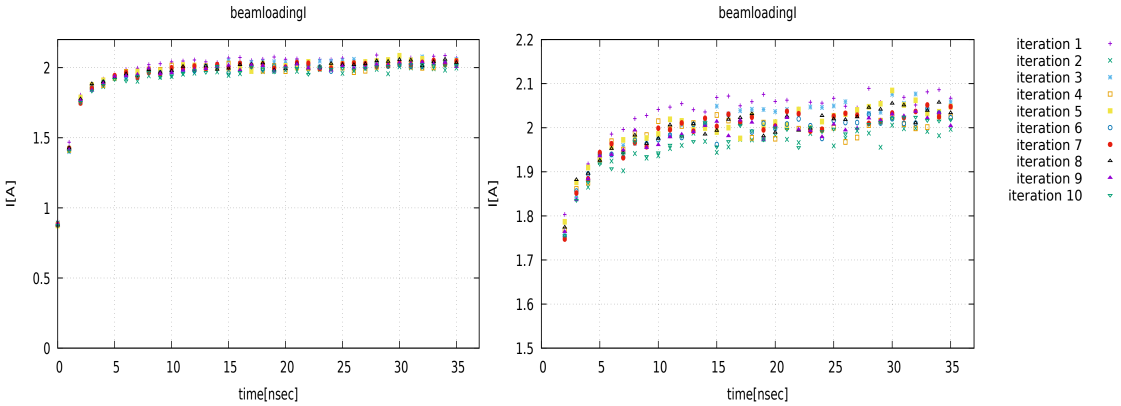


図 4.20　加速管ごとのビームローディング電流。左図に縦軸の範囲[0:2.2]、右図に縦軸の範囲[1.5:2.2]の結果を載せる。イタレーションごとの結果を色ごとに示し、その凡例を図右側に表す。

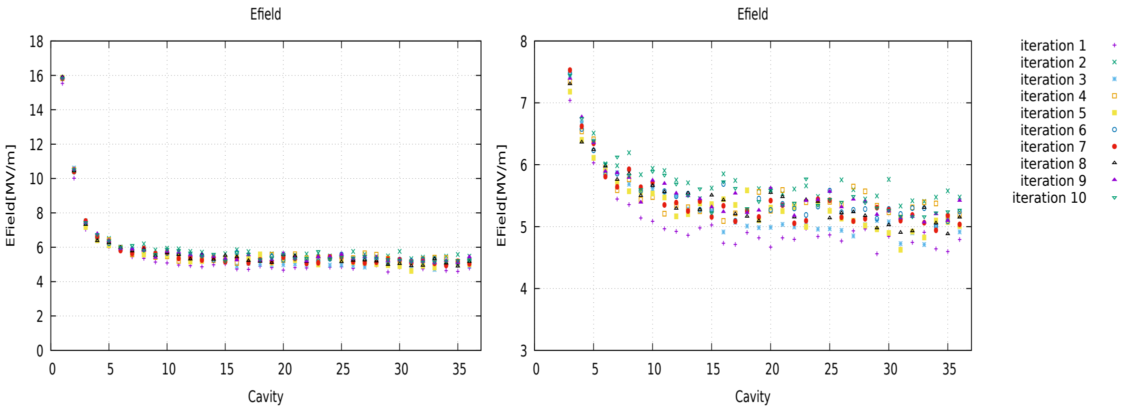


図 4.21　加速管ごとの空洞電場。左図に縦軸の範囲[0:18]、右図に縦軸の範囲[3:8]の結果を載せる。凡例は図 4.20 と同様である。

電流､電場の値ともにイタレーション 1 回目から 4 回目までの結果を比べると、結果が振動していることがわかるが、それ以降は結果が安定していることがわかった。以上の方法でビームローディング電流をイタレーションにより求めることができた｡イタレーション 10 回目の結果から､平均のビーム電流は約 2.0[A] となり、平均の空洞電場は約 5.3[MV/m] となった。RF による電場は約 23.0[MV/m] であるため､ビームローディングによって引き起こされる電場は約 17.7[MV/m] となることがわかった。

第 5 章　陽電子捕獲率計算シミュレーション

5.1　シミュレーション概要

本研究では陽電子源全体のシミュレーションにより、陽電子捕獲率を求め、最適パラメータを導出した。標的からキャプチャーライナックまでのシミュレーションは第 4 章で記した方法で、ビームローディング電流および位相変調の効果を含めた加速勾配を用いた粒子トラッキングを行った。イタレーションは 5 回行い、その結果求められた 5 回目の粒子分布を使用して、シケイン以降のシミュレーションを行った。シケインから ECS 出口までのシミュレーションには SAD(Strategic Accelerator Design)というソフトを用いた。SAD は加速器設計に特化したソフトウェアであり、ビームラインを通過する粒子の再現を短時間で行うことができる。SAD 上にシケインから ECS までの構成を模擬し、ECS 出口にて生き残った陽電子の中で、DR アクセプタンスを満たした陽電子を捕獲陽電子としてカウントした。最適化を行ったパラメータは、キャプチャーライナックにおける RF の初期位相$\phi_0[rad]$、シケイン偏向角θ$[rad]$、シケイン Q マグネットの K（収束力）、ブースターRF 位相$z[m]$、ECS のR_{56}およびR_{65}、DR アクセプタンス中心δ_{off}およびz_{off}の 8 つである。そのためパラメータの数が多くそれらは互いに影響を及ぼしあうので、正確な最適化を行うために、はじめに陽電子捕獲率以外の指標を使ってある程度の最適化を行った後、そこで決定した物を仮パラメータと定め、その周りの範囲でまた陽電子捕獲率を指標にシミュレーションを行った。さらに第 4 章の結果からビームローディングの影響が大きく、加速勾配が減少していることを受け、カップリングβの変更も行なった。カップリングβとは空洞内部と外部との消費パワーの比を表すものであり、結合度を示すものである。図 5.1 にカップリングβと空洞電場との関係を示す。図 5.1 からカップリングβの増加とともに、平均電場も増加していることがわかる。式(4.93)よりビーム電場は$1/1+\beta$に比例するため、βが大きくなるほど、ビーム電場は減少する。しかし RF 電場も$\sqrt{\beta}/1+\beta$に比例するので、ビーム電場ほどではないが、βが大きくなるほど減少する。そのためビームローディングの影響が小さい上流部では、βが大きいほど空洞電場が小さくなっていることわかる。よ

って、平均電場が大きく初段の電場も確保できる$c\beta = 9$を採用した。

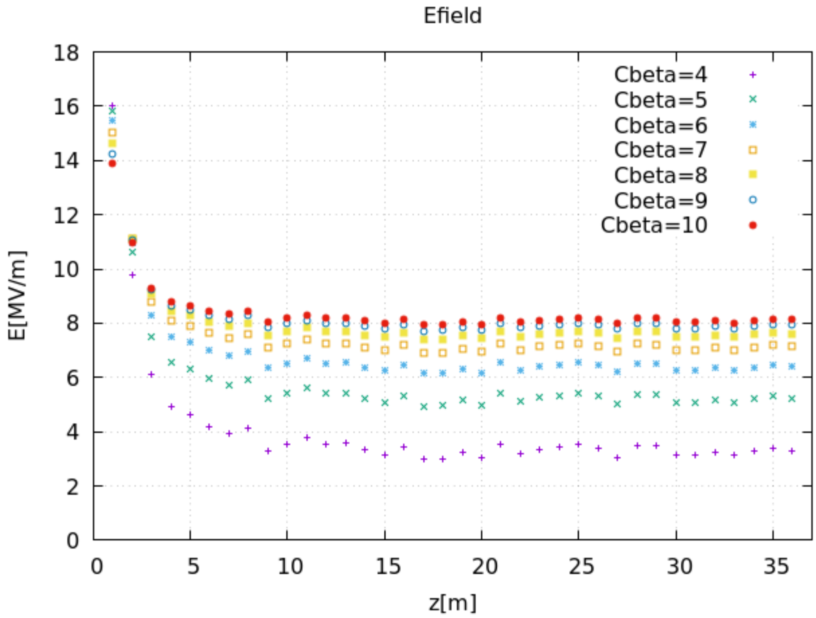


図 5.1　βごとの空洞電場. 縦軸:空洞電場[MV/m]、横軸:z[m]. βごとのデータをプロットしておりその凡例を図右上に載せた.

またビームのエネルギーをさらに大きくするために、キャプチャーライナックの加速管の本数を 36 本から 40 本に変更しシミュレーションを行った。

5.2　仮パラメータ決定

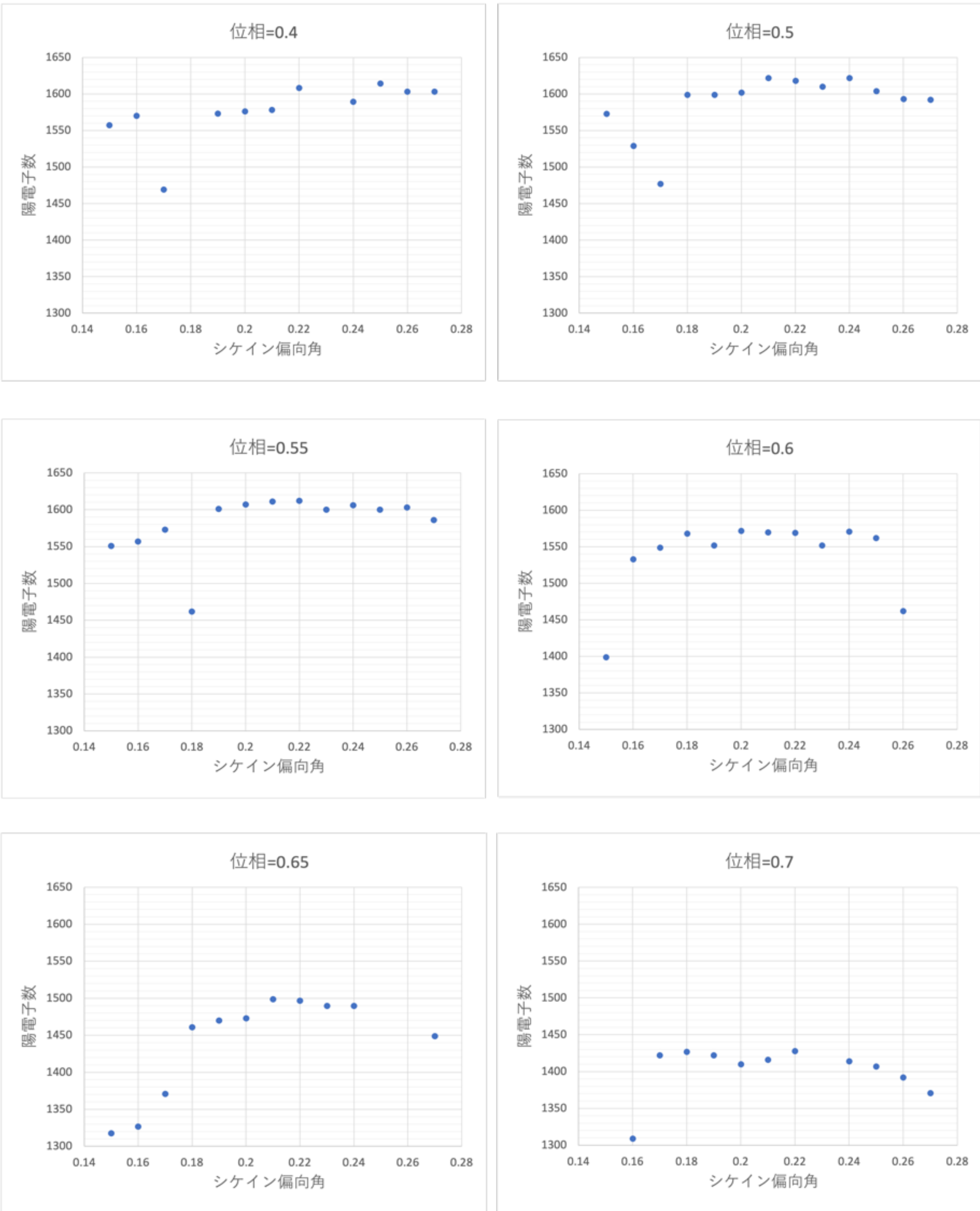
5.2.1　キャプチャーライナック RF 位相、シケイン偏向角

キャプチャーライナックの一本目の加速管入口での RF 位相$\varphi[rad]$は

$$\varphi = -\omega \frac{0.33}{c} + \phi_0 \tag{5.1}$$

という形になる。ここで 0.33 は標的出口から空洞入り口までの距離を表し、$\phi_0[rad]$は RF の初期位相を表す。減速キャプチャー方式を用いた集群方法を使用しているので、この初期位相ϕ_0がバンチの集群および陽電子捕獲率に大きく影響する。よって AMD を通過した陽電子をより多く集群する初期位相を見つけるために、位相を変化させながら標的からブースター上流部までのシミュレーションを行った。さらにそれぞれの位相においてシケイン偏向角$\theta[rad]$の最適

化を行い、最適値を見つけた。



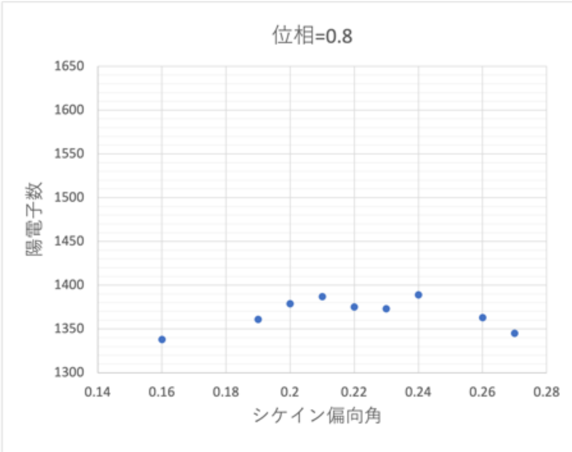


図 5.2　初期位相$\phi_0[rad]$ごとのシケイン偏向角$\theta[rad]$とブースター4Q1L 出口の陽電子数の関係.縦軸: ブースター4Q1L 出口の陽電子数、横軸: $\theta[rad]$.RF の$\phi_0[rad]$はそれぞれのグラフの上部に記載している

図 5.2 は縦軸に陽電子数、横軸にシケイン偏向角をとったものであり、それぞれの RF 初期位相$\phi_0[rad]$の時の結果を載せている。陽電子数はブースター上流部である 4Q1L 出口において生き残った粒子数を記録した。これによりそれぞれの位相において最大の陽電子数を取る偏向角$\theta[rad]$がわかったので、その結果を以下に示す。

初期位相$\phi_0[rad]$	偏向角$\theta[rad]$	陽電子数
0.4	0.25	1614
0.5	0.21	1622
0.55	0.22	1612
0.6	0.20	1572
0.65	0.21	1499
0.7	0.22	1428
0.8	0.24	1389

表 5.1　最大の陽電子数を取るϕ_0と偏向角θの関係

ここから適切な初期位相を選択する。表 5.1 の結果を使って、その条件の時のシケイン出口におけるバンチの z 方向広がりを RMS によって評価する。z 方向の広がりが大きいと、ブースターを通過した際にエネルギー広がりが大きくなり、

DR アクセプタンスを外れてしまうためである。またバンチは図 5.3,5.4 で示したように z の負の方向にテール上に伸びており、そういった粒子は DR アクセプタンスを満たさないので全体の RMS を計算してもあまり意味がない。よって全体平均から±2σの範囲で RMS を計算した。

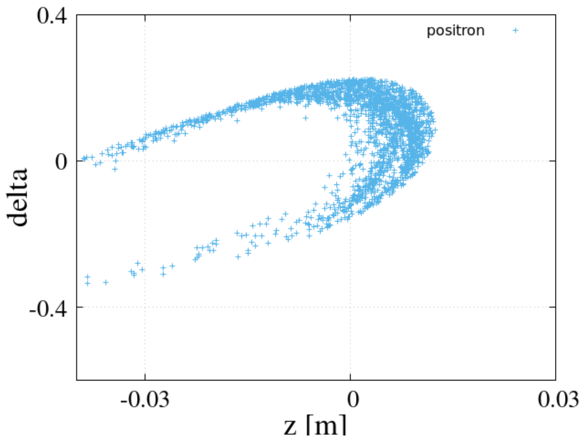


図 5.3　シケイン出口におけるバンチの位相空間分布.

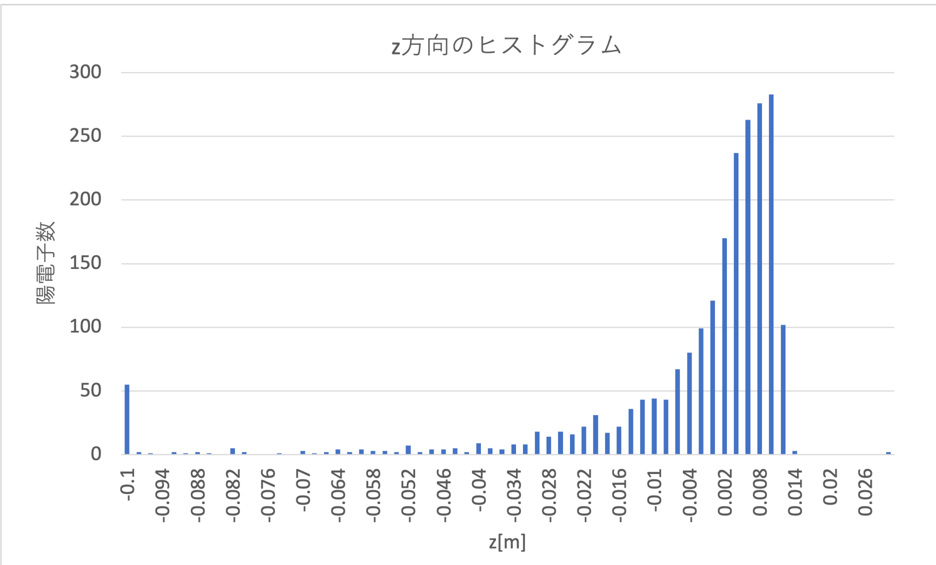


図 5.4　z 方向の広がりをヒストグラムで表したもの.負の方向に粒子分布が広がっていることがわかる.

図 5.3,5.4 は$\phi_0 = 0.6$の時のバンチの位相空間分布および、z 方向広がりのヒストグラムを表している。計算した RMS の結果を以下に示す。

$\phi_0[rad]$	RMS
0.4	0.0167
0.5	0.0139
0.55	0.0125
0.6	0.0113
0.65	0.0139
0.7	0.0152
0.8	0.0201

表 5.2　初期位相$\phi_0[rad]$と RMS の関係

表 5.2 より$\phi_0 = 0.6[rad]$の時に、RMS が最小となりシケイン通過後のバンチの z 方向広がりのばらつきが一番小さくなっていることがわかった。よって仮パラメータとして初期位相$\phi_0 = 0.6[rad]$、シケイン偏向角$\theta = 0.20[rad]$と決定した。

5.2.2　シケイン四重極磁石

四重極磁石の収束（Focus）の場合の転送行列を表すと[9]、

$$M_{QF} = \begin{pmatrix} \cos(\sqrt{k}l) & \frac{1}{\sqrt{k}}\sin(\sqrt{k}l) \\ -\sqrt{k}\sin(\sqrt{k}l) & \cos(\sqrt{k}l) \end{pmatrix} \tag{5.2}$$

となり、また発散(Defocus)の場合は

$$M_{QD} = \begin{pmatrix} \cos h(\sqrt{k}l) & \frac{1}{\sqrt{k}}\sin h(\sqrt{k}l) \\ -\sqrt{k}\sin h(\sqrt{k}l) & \cos h(\sqrt{k}l) \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

という式になる。ここで$k = (B_0/a)/B\rho$であり、aはボア系、B_0はポール上での磁束密度、Bは磁束密度、ρは磁場中を荷電粒子が進む場合の曲率半径、lは四重極磁石の磁極の長さを表す。ここで四重極磁石の厚みが焦点距離よりも十分に小さいとした薄レンズ(Thin lens)近似を使ってM_{QF},を示すと以下のようになる。

$$M_{QF} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

ここで$K = kl$とおいており、焦点距離 f の逆数を表すものである。M_{QD}の場合はKの符号は逆になる。また図 5.5 のように距離L_1の自由空間と、幅lの四重極磁石(Focus)、距離L_2の自由空間で構成されたとある地点S_1からS_2までの間をビーム

が通過する時、二点間の転送行列は、

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

となる。したがって、四重極磁石が連なっている場合その全体の転送行列はそれぞれの転送行列の線形で表すことができる。

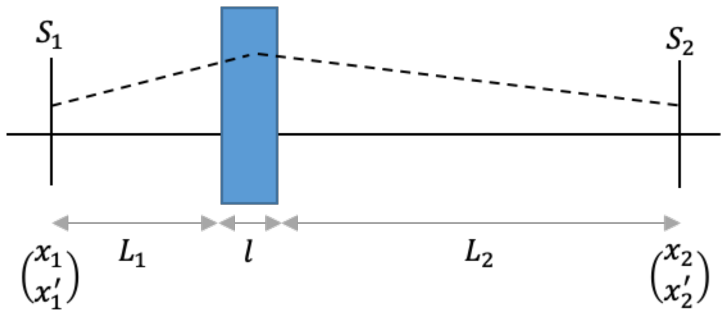


図 5.5　ドリフトスペースと四重極磁石

SAD の場合、四重極磁石一つ一つのKの値を調整することができるので、Kの値を変更しながら、四重極磁石の最適化を行った。指標はブースター4Q1L 出口の陽電子数としており、より高い粒子数を確保できたものを仮パラメータとする。また図 5.6 のように、シケイン前半、後半ともに四重極磁石は 3 つで 1 組の形になっており、QF と QD の数の比は 2:1 になっている。そのため全体の収束力を等しくするために磁石一つにおけるKの値の比を$QF : QD = 1 : 2$とした。また前半の QF 同士のKの値、後半 QF 同士のKの値は同じにしている。

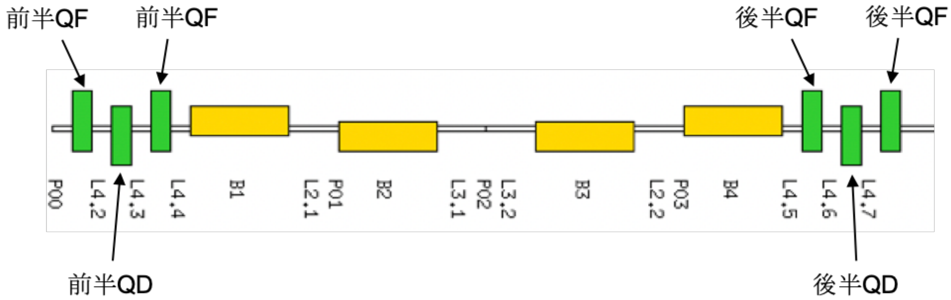


図 5.6　シケインの概要図. K の値を前半 QF、前半 QD、後半 QF、後半 QD の四つに分け、QF と QD の K 値の比を 2:1 として計算した.

シミュレーションの結果は以下のようになった。

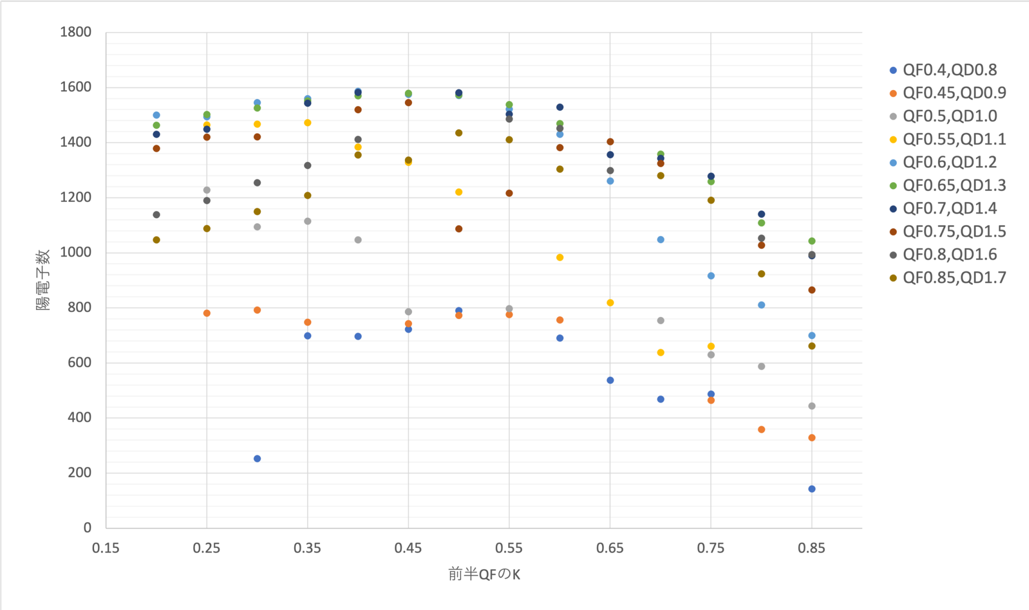


図 5.7　四重極磁石の K 値と陽電子数の関係.縦軸:ブースター4Q1L 出口の陽電子数、横軸:前半 QF の K 値.後半の K 値は色によって分けており、その判例を図右上に示した

図 5.7 は縦軸に陽電子数、横軸に前半 QF の K の値を示したものであり、後半 Q の K の値は凡例に載せている。この結果から陽電子数最大となる時の K の値を見つけることができたので、それを表 5.3 に示す。

前半 QF	前半 QF	後半 QF	後半 QD	陽電子数
0.4	0.8	0.6	1.2	1587

表 5.3　四重極磁石 K 値と陽電子数の関係

5.2.3　ブースター位相

シケインを通過したバンチがブースターを通過すると RF カーブに沿った形になる。そのため RF のクレストをバンチのどこに置くかによって、バンチの形状は変化しバンチのエネルギー広がりが変化する。DR アクセプタンスのエネルギー広がりの範囲は±0.75%となっているため、エネルギー広がりが大きいと、陽電子捕獲率は減少してしまう。位相空間分布を図 5.7 に示す。

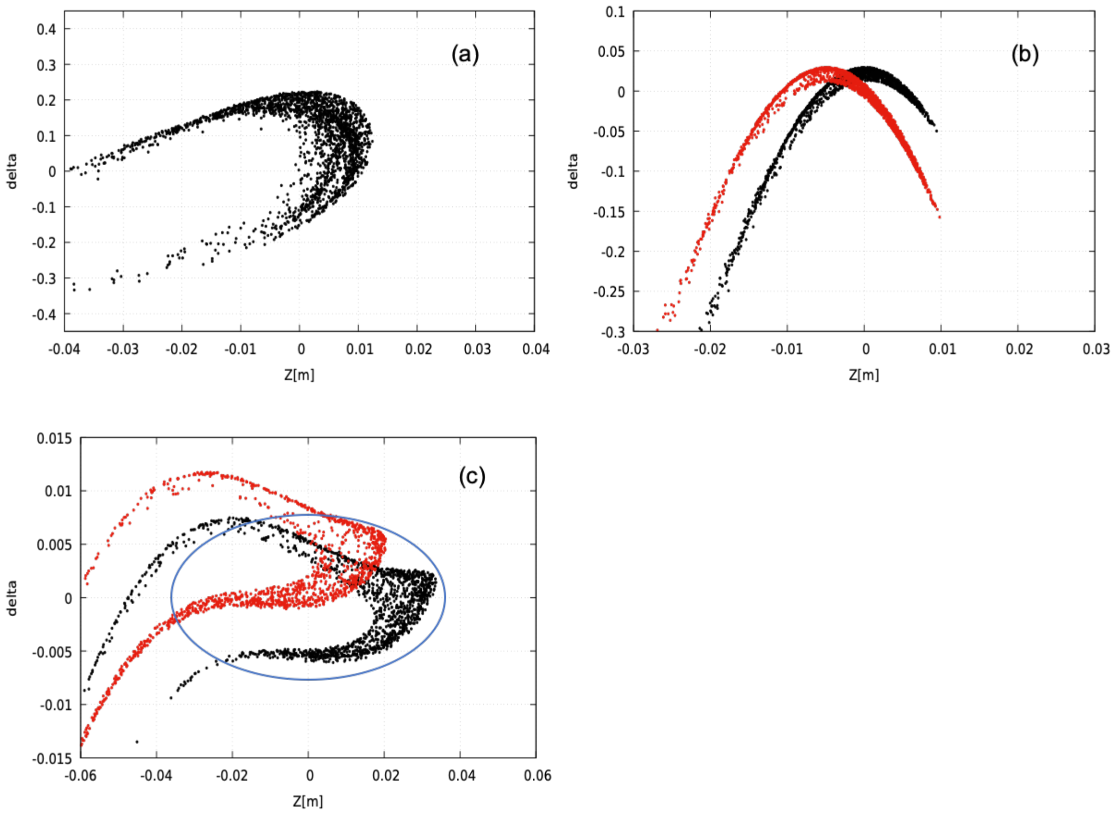


図 5.8　各セクション通過後の位相空間分布.((a)シケイン、(b)ブースター、(c)ECS)
加速中心が黒丸は z=-0.003m,赤丸は z=0.0025m においたときを示す。

図 5.8 に示したように加速中心の位置を変えると、位相空間分布が変化していることがわかる。以下にブースター加速中心と陽電子捕獲率の関係を示す。結果は加速中心 z＝-0.004m の時に陽電子捕獲率が最大となった。

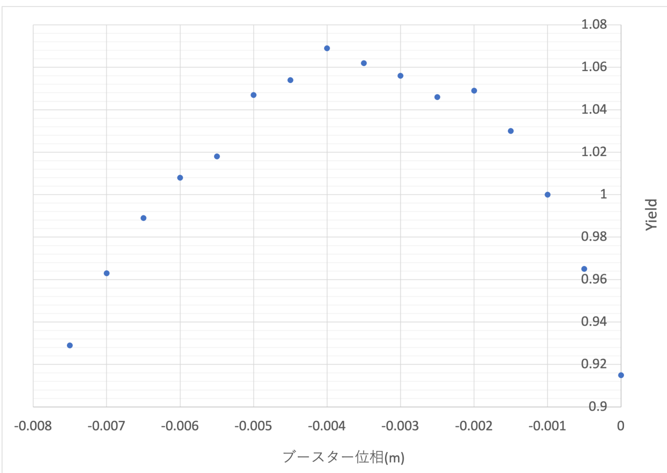


図 5.9　陽電子捕獲率と加速中心の関係．縦軸:陽電子捕獲率、横軸:加速中心 z[m]

5.3　パラメータ最適化

仮パラメータの周囲で各パラメータに摂動を与え、より高い陽電子捕獲率を与えるパラメータを最適パラメータとして決定した。5.1 で述べたように全部で 8 つのパラメータの最適化を行った。以下にそれらの結果を示す。

5.3.1　キャプチャーライナックの RF 初期位相$\phi_0[rad]$

図 5.10 がキャプチャーライナックの RF 初期位相$\phi_0[rad]$ に対する陽電子捕獲率を表したものである。$\phi_0 = 0.55[rad]$で最大値 1.19 を占めている。隣の点との差は 0.04 なので、統計誤差に比べて有意に大きい。

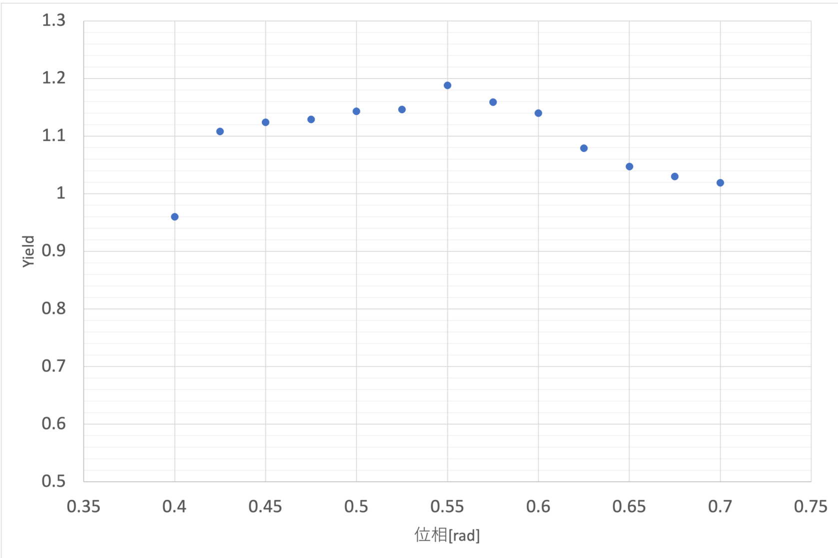


図 5.10　ϕ_0と陽電子捕獲率の関係.縦軸: 陽電子捕獲率、横軸: ϕ_0 [rad]

5.3.2　シケイン偏向角$\theta[rad]$

図 5.11 はシケイン偏向角$\theta[rad]$に対する陽電子捕獲率を表したものである。$\theta = 0.19[rad]$の時に最大値 1.19 を占めている。隣との点との差は 0.03 となり、統計誤差に比べて有意に大きい。

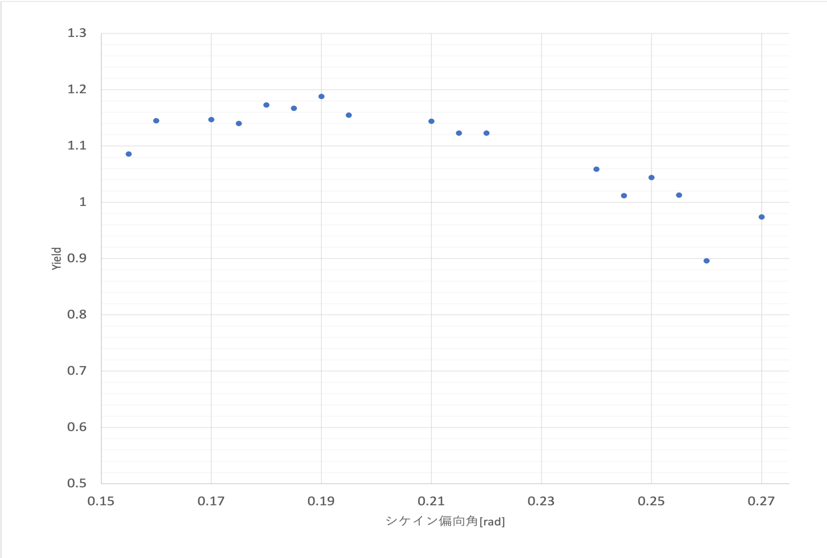


図 5.11　シケイン偏向角θと陽電子捕獲率の関係.縦軸: 陽電子捕獲率、横軸: θ [rad]

5.3.3　シケイン四重極磁石の K 値

シケイン四重極磁石の K の値は仮パラメータと同じように$QF: QD = 1:2$として、K 値を変化させた。横軸に前半 QF の K 値を取り、後半 QFQD の K 値は凡例のとおりである。図 5.12 に K 値に対する陽電子捕獲率を表す。前半 QF=0.5,QD=1.0、後半 QF=0.65,QD=1.3 の時に最大値 1.20 を占めている。隣の点との差は 0.04 となり統計誤差に比べて有意に大きい。

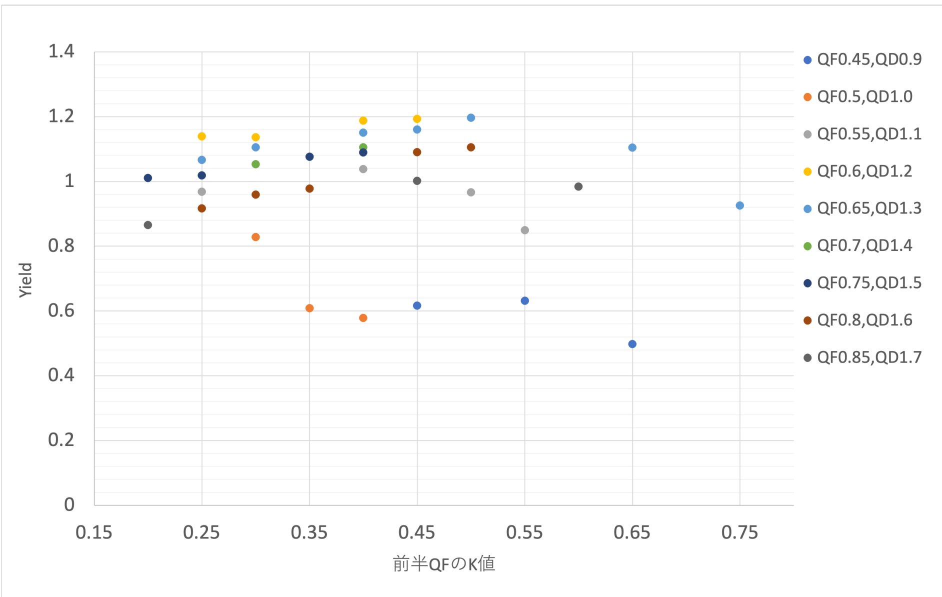


図 5.12　K 値と陽電子捕獲率の関係.縦軸:陽電子捕獲率、横軸:前半 QF の K 値

5.3.4　ECS のR_{56}, R_{65}

ECS のR_{56}, R_{65}の最適化は先行研究[3]で行われた結果を用いて、$R_{56} = 0.96, R_{65} = -1.04$を仮パラメータとしてその周りの範囲で最適化を行った。式(3.14)より整合条件を満たすことで、陽電子捕獲率が増加するということがわかっているのでその整合条件を満たす場合のR_{56}, R_{65}を使った。またR_{56}, R_{65}の変数はそれぞれ ECS シケイン偏向角$\theta_{ECS}[rad]$と加速空洞電圧 V[MV/m]とした。以下に結果を示す。図 5.13 は横軸: R_{56}でとっているが、それぞれのR_{65}は整合条件を満たしている。$R_{56} = 0.96, R_{65} = -1.04$の時に、最大値 1.20 を占めている。隣の点との差は 0.01 なので、統計誤差に比べて有意に大きい

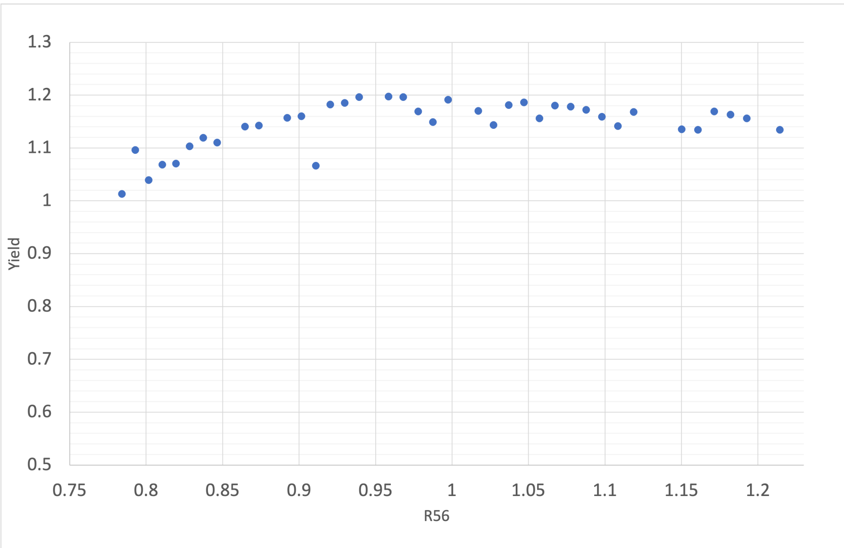


図 5.13　R56 と陽電子捕獲率の関係.縦軸: 陽電子捕獲率、横軸:R56

最適値は粒子分布の形状などにも影響し整合条件とずれる場合があるため、$R_{56} = 0.96$で固定しR_{65}を動かしながら、陽電子捕獲率の変化を確認した。図 5.14 に結果を示す。$R_{56} = 0.96, R_{65} = -1.04$で最大値 1.20 を占めている。隣の点との差は 0.03 なので、統計誤差に比べて有意に大きい。

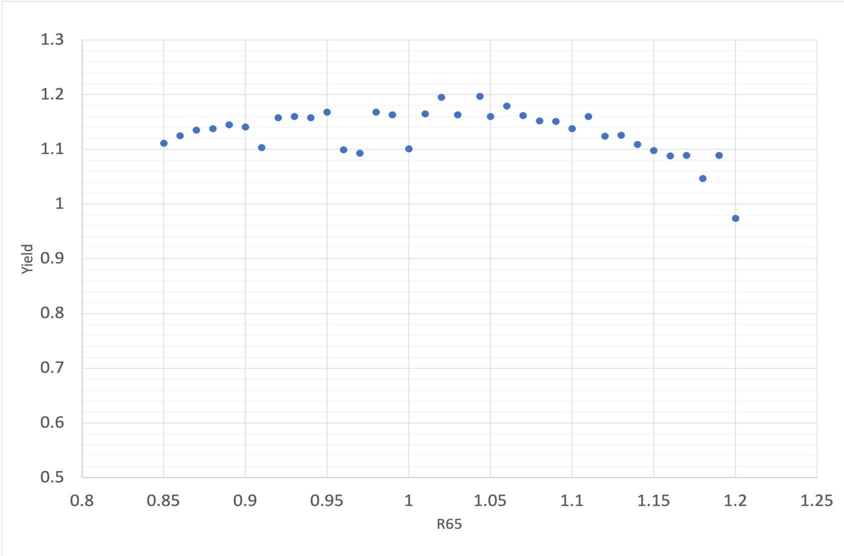


図 5.14　R65 と陽電子捕獲率の関係.縦軸: 陽電子捕獲率、横軸:R65.R56=0.96 としている

5.3.5　ブースターの RF 位相 z[m]

図 5.15 はブースターの RF の加速中心の位置 z[m]に対する陽電子捕獲率を表したものである。z=-0.003[m]の時、最大値 1.20 を占めている。

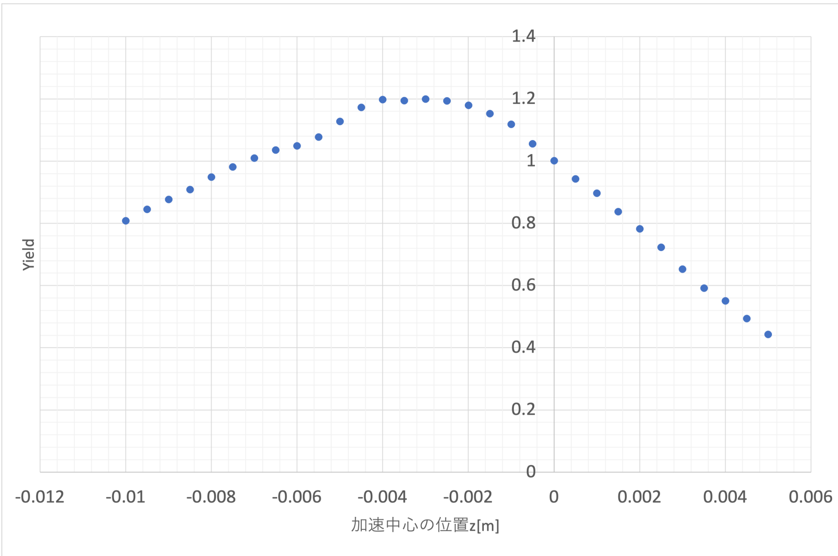


図 5.15　加速中心の位置 z[m]と陽電子捕獲率の関係.縦軸:陽電子捕獲率、横軸:加速中心の位置 z[m]

5.3.6　縦方向の DR アクセプタンス中心

縦方向の DR アクセプタンスの中心位置は、エネルギーを 5[GeV]、z_{off}をバンチの平均位置に合わせている。しかし DR では RF による捕捉を行うため、RF の位相を変えることでz_{off}の変更が可能である。またエネルギーに関してもDR に設定する基準エネルギーを変化させることにより、変更することができる

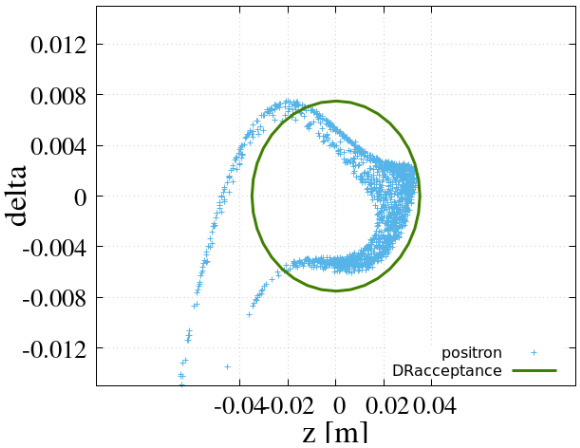


図 5.16　ECS 出口の位相空間分布.緑の円は縦方向の DR アクセプタンスを表し、その円の中心位置はエネルギー5[GeV]、z はバンチの平均位置[m]としている。

アクセプタンスの中心位置を変更しながら陽電子捕獲率を測定することで、中心位置の合わせ込みを行う。エネルギーの範囲は$(-0.005 < \delta_{off} < 0.005)$、$z_{off}$の範囲は$-0.02 < z_{off} < 0.02$とし、ステップサイズは$\Delta\delta$→0.001、$\Delta z_{off}$→0.01 とした。ここで縦軸は$\delta = \frac{E-Eave}{Eave}$という式で表されるので、$Eave = 5000[Mev]$から基準エネルギーを$\pm 5[MeV]$動かすと$\delta = \pm 0.001$動くことになるブースターのRF 位相-0.003[m]の時の結果を図 5.17 に載せる。より δ 中心=0.001, z_{off}=0 の時に陽電子捕獲率は最大となり、その時の陽電子捕獲率=1.20 となった。

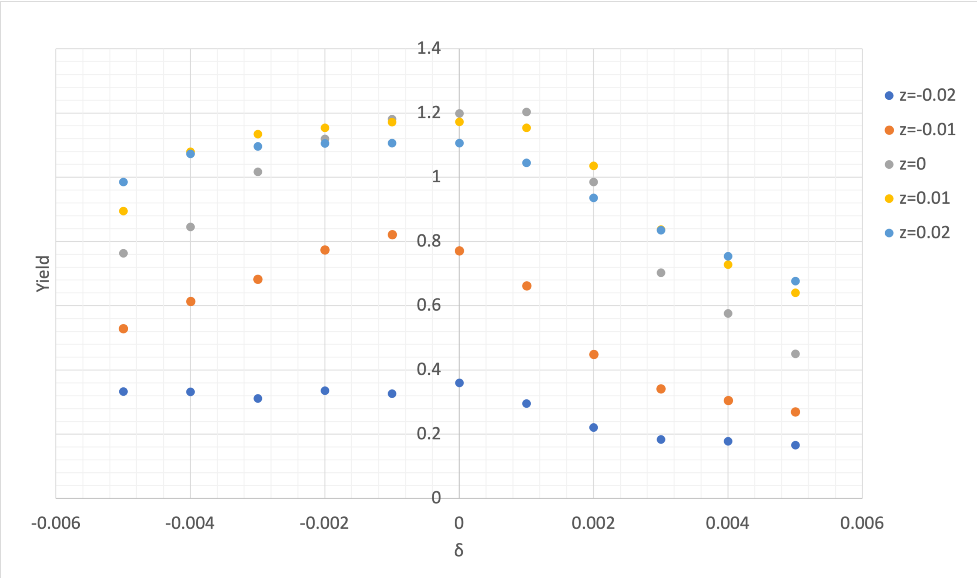


図 5.17　ブースターRF 位相=-0.003[m]の時に、アクセプタンス中心を動かした時の陽電子捕獲率.横軸: δ_{off}、縦軸: 陽電子捕獲率として、色分けにより z_{off} を示し、その凡例を図右上に表記する.

この方式を使い全てのブースター位相でアクセプタンス中心の合わせ込みを行う。図 5.18 がその結果を載せたグラフとなっており、それぞれの位相で最大となった時の陽電子捕獲率をプロットした。

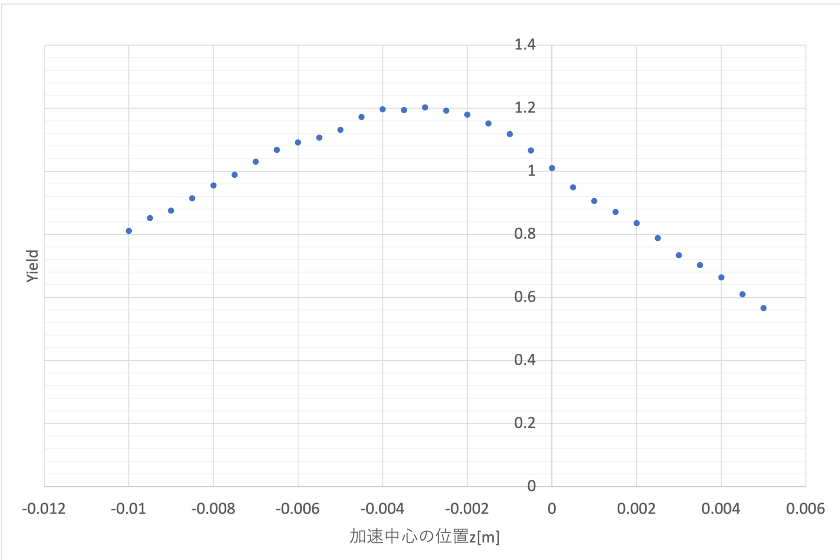


図 5.18　アクセプタンス中心の合わせ込みを行った際のブースター位相と陽電子捕獲率の関係.横軸:加速中心位置 z[m]、縦軸: 陽電子捕獲率

図 5.15 の結果と比べると、特に $0<z<0.005$ の範囲において陽電子捕獲率が増加していることがわかるが、そこまでの大きな増加は見られなかった。これはブースター位相 z がずれていることにより横方向のアクセプタンスから外れた粒子が多く存在しており、縦方向のアクセプタンスの合わせ込みをしても、捕獲陽電子数が増えなかったと考えられる。よって図 5.18 より z=-0.003[m]の時に陽電子捕獲率が最大となることがわかった。

5.3.7 陽電子捕獲率の評価

表 5.3 にそれぞれのパラメータの最適値とその条件の時の陽電子捕獲率を記述する。

キャプチャーライナックの初期位相φ_0[rad]	0.55
シケイン偏向角θ[rad]	0.19
前半 K 値[QF,QD]	[0.5,1.0]
後半 K 値[QF,QD]	[0.65,1.3]
ブースター加速中心の位置 z[m]	-0.003
アクセプタンス中心[δ_{off}, z_{off}]	[0.001,0]
ECS R_{56}	0.96
ECS R_{65}	-1.04
陽電子捕獲率	1.20

表 5.3　各パラメータの最適値とその条件の時の陽電子捕獲率

陽電子捕獲率=1.20 の時の PEDD は 32[J/g]となる。これは SLAC で使われた W-Re 標的の安全基準を下回る数値である。このため熱負荷による標的破壊を起こすことなく、陽電子生成が可能であることがわかった。

第 6 章　まとめ

ILC は重心系エネルギー250GeV~1TeV の電子・陽電子衝突型の線形加速器によるコライダー＝リニアコライダーである。その目標はヒッグス粒子やトップクォークの大量生成による詳細研究、超対称性粒子を含む未知の素粒子を発見することにあり、標準理論を超える新しい物理の発見が期待されている。リニアコライダーはシンクロトロン放射によるエネルギーロスが発生しないため、リングコライダーでは不可能な高い重心系エネルギーを実現することができるが、衝突実験に必要な電子・陽電子の量は桁違いに多くなり、その実源が課題の一つである。本研究は電子源電子ドライブ方式による IL C 陽電子源の設計研究である。標的の熱的破壊を起こさずに、必要な陽電子を生成するために、入射電子数あたりの捕獲陽電子を高める必要がある。そのため、大口径の APS 空洞をキャプチャーライナックに導入するなど、根本的な設計の見直しを行った。キャプチャーライナック（定在波空洞）における位相を含んだビームローディングについて多セルによる詳細な定式化を行い、数値計算による精密な評価を行った。このモデルをもとに、高い精度で実際の加速器で生じるビームローディングを含んだ加速電場の再現を行い、高い信頼度で陽電子捕獲率を求めた。また、システム全体のビーム光学の最適化、特に ECS による DR アクセプタンスへの合わせ込みを行い、陽電子捕獲率にして 1.20 を超える値を実現した。これにより標的の PEDD の値は 32[J/g]となった。この値は標的物質である W-Re の安全基準である 35[J/g]を下回る値であり、IL C 陽電子源が必要な陽電子ビームを安定して生成可能であることを、高い精度で確認することができた。これにより、IL C 実現の技術的な課題の一つであった陽電子生成について、技術的な見通しを得ることができた。

謝辞

本研究を行うにあたり、指導教員の栗木雅夫教授には研究内容や論文の書き方などに関して多岐に渡りご指導いただきました。高橋徹教授や榎本嘉範准教授をはじめ ILC 陽電子源グループの皆様には、シミュレーションに使用するデータを提供していただき、研究内容に関してもアドバイスをいただきました。また加速器研究室の Liptak Zachary John 助教授や同研究室の皆様には研究以外にも大変お世話になりました。この場を借りて皆様に深く感謝いたします。

参考文献

[1] ILC Technical Design Report, KEK Report 2013-1(2013)

[2] M.Kuriki, "電子陽電子入射器", OHO (2021)

[3] H.Tajino, "ILC 国際リニアコライダー電子ドライブ陽電子源のキャプチャーライナックにおける等価回路モデルによるビームローディング補償の研究", 令和三年度広島大学卒業論文

[4] M.Kuriki,"粒子源の設計と現状", OHO (2006)

[5] H.Nagoshi, "電子ビーム駆動方式 ILC 陽電子源の研究", 平成三十年度広島大学修士論文

[6] K.Harada, "円形加速器の概略と単粒子力学の基礎", OHO (2008)

[7] Y.Seimiya et al, "Positron capture simulation for the ILC electron-driven positron capture",Prog.Theor.Exp.Phys(2015)

[8] S.Konno, "Alternate Periodic Structure 空洞による ILC 陽電子源の研究", 令和三年度広島大学修士論文

[9] M.Fukuda, "エミッタンス測定", OHO (2020)

[10] K.Kubo, "ILC 加速器"OHO (2021)

[11] T.Shintake, "Analysis of the transient response in the periodic structure based on a coupled-resonator model", in Frontiers of accelerator technology (1996)

[12] S.Konno, "電子ビーム駆動式 ILC 陽電子源におけるキャプチャーライナックの空洞の設計と陽電子捕獲率の評価", 令和元年広島大学卒業論文