

ILC 電子ドライブ陽電子源のドライブ電子ビームおよび生成標的パラメータ特性の評価

加速器物理学研究室

B212417

佐々木遥大

主査

栗木雅夫

副査

生天目博文

概要

国際リニアコライダー (International Linear Collider, ILC) は線形加速器による次世代の電子-陽電子衝突型加速器である。リニアコライダーはシンクロトロン放射によるエネルギー損失がない一方、ビームの再利用ができないため、従来のリングコライダーに比べて大量の陽電子生成が必要である。ILC 電子ドライブ陽電子源では、電子ビームが金属標的の中でおこす対生成により陽電子を生成するが、陽電子生成効率を高め、標的の破壊限界以下での陽電子生成を行う必要がある。本研究では、GEANT4 を用いて、ドライブ電子ビームのエネルギーと標的の厚さをパラメータとして、良質でビームとして利用可能な陽電子数を評価した。利用可能な陽電子数を最大化する厚みは、全陽電子数を最大にする厚みより大きかった。ビームエネルギーで規格化した利用可能な陽電子数は、小さいほど多くなった。標的の最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数は、ドライブ電子ビームのエネルギーが大きいほど多い傾向を示した。これより、ビームエネルギーを大きくするほうが有利である。

目次

1	序論	3
1.1	ILC の概要	3
1.2	ILC 加速器	3
2	電子ビームによる陽電子生成の一般論	7
3	ILC 電子ドライブ陽電子源の設計	12
3.1	概要	12
3.2	陽電子生成シミュレーション	14
3.3	陽電子捕獲シミュレーション	16
3.4	標的出口の陽電子分布による陽電子捕獲率の評価	18
4	結果	21
4.1	シミュレーションの妥当性の検証	21
4.2	陽電子捕獲率	21
4.3	最大エネルギー密度で規格化した陽電子数	22
5	考察	24
5.1	陽電子数と標的の厚さの関係	24
5.2	ビームエネルギーで規格化した陽電子数とビームエネルギーの関係	25
5.3	最大エネルギー密度と標的の厚さの関係	26
5.4	最大エネルギー密度で規格化した陽電子数とビームエネルギーの関係	27
6	まとめ	29
7	謝辞	29

1 序論

1.1 ILC の概要

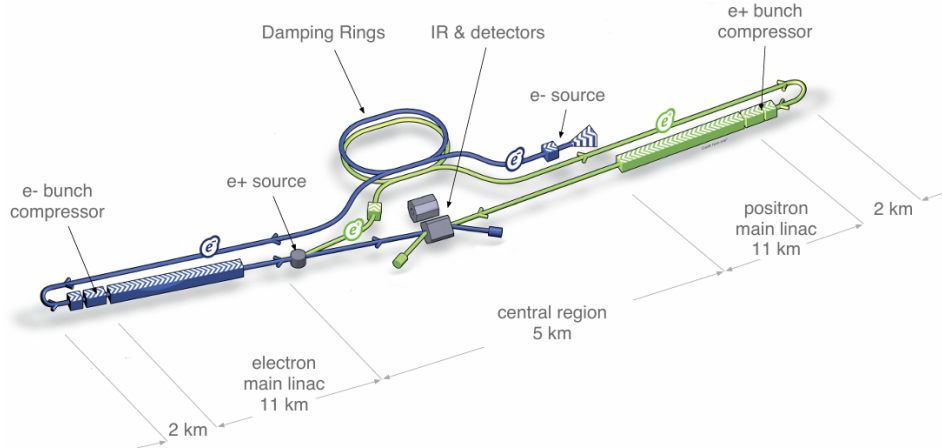
ILC は超伝導線形加速器を用いた次世代の電子・陽電子衝突型加速器である。ILC では、ダークマターなど新粒子の発見やヒッグス粒子の精密な測定を通じ、標準理論を超える新物理の探索が期待される。コライダーは加速された2つの粒子ビームを衝突させる装置である。ILC の重心系エネルギーは250~1000 GeV を予定している [1]。現在、ヒッグスボソンの精密な研究のために、重心系エネルギー 250 GeV の電子-陽電子衝突によるヒッグスファクトリーが必要とされている。素粒子である電子・陽電子コライダーは、加速エネルギーのすべてが重心系エネルギーとなるため、効率的にエネルギーの高い現象を調べることができる。一方、ハドロンコライダーは複合粒子であるために、反応の重心系エネルギーは加速エネルギーの数分の1程度であり、また反応ごとに異なり、さらに反応に寄与しなかった粒子が多くバックグラウンド事象を生じる。電子・陽電子コライダーは効率的に制度の良い衝突実験を行う上で理想的な装置である。また、荷電粒子は曲げられるとシンクロトロン放射としてエネルギーを失うため、電子-陽電子衝突のリングコライダーの場合に250 GeV を超える重心系エネルギーを得ることは難しい [2] が、リニアコライダーではその問題はない。

1.2 ILC 加速器

1.2.1 ILC 加速器としての特徴

ILC の概略図を図 1.1 に示した。

図 1.1: Schematic layout of the ILC, indicating all the major subsystems (not to scale) [1]



ILC は二つの超伝導線形加速器により電子と陽電子を 125GeV まで加速し、中央で衝突させる。衝突点には検出器がおかれ、衝突により生じる現象を測定する。電子と陽電子は異なる方法により生成される。90 %の偏極度でスピン偏極している電子ビームを、NEA GaAs カソードからの光電効果により生成する。陽電子の生成方法には二つの方法が提案されている。一つは本論文の主題である電子ビームドライブ方式であり、電子ビームを金属標的に入射し、対生成により陽電子を生成する。もう一つの方法は、高エネルギー電子をアンジュレーターを通過させ、発生するガンマ線の対生成から陽電子を得る。生成された電子と陽電子はいずれもブースターと呼ばれる線形加速器により 5GeV まで加速され、ダンピングリング (DR) とよばれる円形軌道をおよそ 200ms 周回する。DR では電子および陽電子は放射減衰によりそのエミッタンスを大幅に低下させる。ここで得られる低エミッタンスビームは衝突点におけるルミノシティの向上に対して本質的に重要である。電子および陽電子バンチは DR で横方向エミッタンスを大幅に減少させるが、逆に進行方向のサイズは膨れてしまう。バンチは Bunch Compressor を通過することで、進行方向サイズを $300\mu\text{m}$ まで減少する。その後、主加速器で 125GeV まで加速される。主加速器は超伝導空洞を用いている。超伝導は極低温が求められる一方、エネルギー効率、電力効率が非常に効率よくなる。加速勾配は常伝導のほうが高いが、超伝導の消費電力は 100 万分の 1、冷却を含めても 1000 分の 1 程度である。加速された電子と陽電子は、検出器の位置する Interaction Point (IP) へと運ばれる。この手前には Final Focus Section が置かれ、ビームの色収差を補正しつつ、そのサイズを横方向に 7nm 程度まで絞り込み、ルミノシティを最大化させる。

1.2.2 陽電子源としての特長、課題

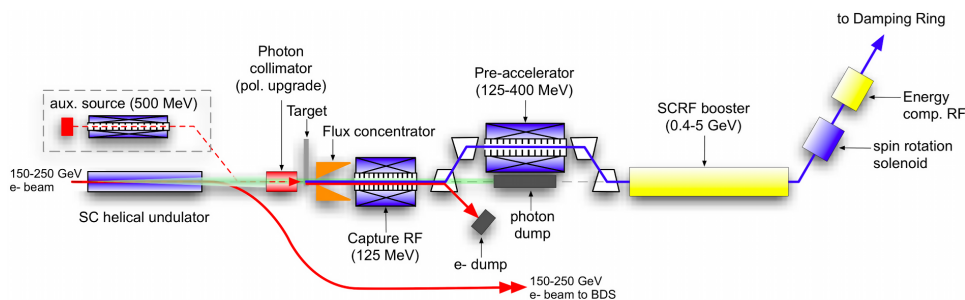
リニアコライダーはリングコライダーと異なり、ビームの再利用ができない。そのため、ILC に必要とされる陽電子は大量である。陽電子源のパラメータを表 1.1 に示した。

Parameter	Symbol	Value	Units
Positrons per bunch at IP	n_b	2×10^{10}	number
Bunches per pulse	N_b	1312	number
Pulse Repetition Rate	f_{rep}	5	Hz
Positron Energy (DR injection)	E_{DR}	5	GeV
DR Dynamic Aperture	$\gamma(A_x + A_y)$	<0.07	m rad
DR Energy Acceptance	Δ	0.75	%
DR Longitudinal Acceptance	A_l	3.5×3.75	cm-MeV

表 1.1: Nominal Positron Source Parameters [3]

陽電子源の概略図を図 1.2 に示した。

図 1.2: Overall Layout of the Positron Source, located at the end of the electron Main Linac [1]



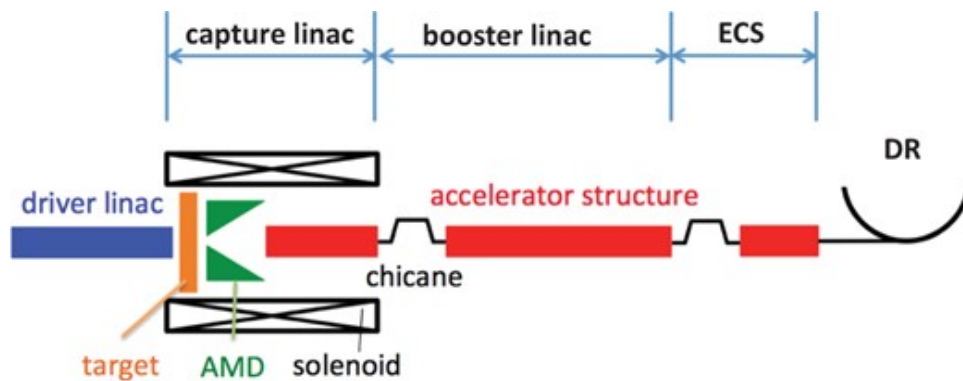
本論文では電子ビームドライブ方式陽電子源における陽電子生成条件がテーマである。加速器の陽電子源では、何らかの方法で生成した陽電子を加速器で加速しなくてはならない。加速器で陽電子を加速するためには、陽電子を加速可能な領域、具体的には横方向(x,y)および進行方向(z)の位相空間において適切な領域に閉じ込める必要がある。横方向空間における条件はエミッタンス(位相空間の面積)が安定して輸送可能で、かつ加速管の物理的な大きさよりも小さいという条件が必要である。実際に後ほど見るように、生成された多くの陽電子は加速管の壁に激突して失われる。このような陽電子は横方向位相

空間の条件を満たしていない者たちである。進行方向における条件は、多少複雑である。進行方向では粒子は RF により加速される。RF 波による加速は正弦波により近似できる。RF のクレスト（加速電場が最大の条件）にある粒子は最大加速を得られるが、加速初期の粒子はローレンツ β が 1 より小さいため、加速 RF の波から少しづつ遅れる。この遅れを位相スリップと呼ぶ。粒子はゆっくりと位相スリップしながら加速され、次第にローレンツ β を増大させ、それが 1 に近い値となると位相スリップは停止する。この時に粒子が乗る位相がクレスト付近であれば、粒子はその後も安定して加速される。以上のような横方向および進行方向に安定して移送加速される条件の陽電子を集める作業を陽電子捕捉という。アンジュレーターによる陽電子生成、電子ビームドライブ方式における陽電子生成各々において、陽電子補足のための加速器設計、最適化が必要である。このように構成された陽電子を生成し、陽電子を捕捉するシステムを陽電子源と呼ぶ。アンジュレーター ILC 陽電子源では、主加速器で加速された電子ビームがアンジュレーターと呼ばれる磁石を通ることでガンマ線を放射し、Ti 合金の標的へと入射し、電子と陽電子のビームが対生成される。そして、ビームはソレノイド磁場と L-band RF により捕獲される。その後、電子、ガンマ線と陽電子は偏向電磁石により分離され、陽電子ビームは 5 GeV まで加速される。アンジュレーター方式は電子ビームラインに依存していて運用が複雑である。

1.2.3 電子ビームドライブ方式

ILC 電子ドライブ陽電子源の概略図を図 1.3 に示した。

図 1.3: Schematic layout of the ILC electron-driven positron source [4]



ILC 電子ドライブ陽電子源では、独立したドライバーライナックによって加速された数 GeV の電子ビームが WRe 合金の標的に入射することで、ガンマ線が制動放射により生成され、続いて対生成反応が連鎖的に生じ、電磁シャワーとして陽電子が生成

される。生成された陽電子は、キャプチャーライナック、ブースターライナック、ECS (Energy Compressor System) を通過して利用可能な条件に押し込められ、ダンピングリング (DR) へ入射される。陽電子生成効率を高めるにはシステム全体を最適化する必要がある。これまでの先行研究においては、ドライブ電子エネルギーを 3GeV とし、キャプチャーライナック、ブースターライナック、ECS などの陽電子捕獲部の最適化がなされている [5]。一方で、ドライブ電子ビームのエネルギー、標的厚みを含めた本格的な最適化はまだなされておらず、この最適化が本論文の主テーマである。

2 電子ビームによる陽電子生成の一般論

電子ドライブ陽電子源は、図 1.3 に示したように、数 GeV の電子ビームを厚い標的に入射することで陽電子を生成する陽電子源である。まず、電磁シャワーについて説明する。原子核の電場の中で荷電粒子の軌道が変化することによって光子が放出される現象を制動輻射という。制動輻射によるエネルギー損失で電子のエネルギーが $1/e$ になる距離を放射長 X_0 といい、物質によって異なる。進行方向のシャワーの発達について、標的の厚さ $t[X_0]$ においてエネルギーが E から $E + dE$ の範囲にある電子と陽電子の数を $\pi(E, t)dE$ 、光子の数を $\gamma(E, t)dE$ とする。Rossi によれば、微小な厚さ dt の中で $\pi(E, t)dE$ の変化は以下の現象によるものである [6]。

1. エネルギー $E' > E$ の光子が微小区間 dE のエネルギー E をもつ電子、陽電子を生成する。その数は

$$dEdt \int_E^{\infty} \gamma(E', t) \varphi_{\gamma\pi}(E', E) dE'$$

である。ここで、

$$\varphi_{\gamma\pi}(E', E) = 2\varphi_{\text{pair}}(E', E) + \varphi_{\text{com}}(E', E' - E) \quad (2.1)$$

である。 $\varphi_{\text{pair}}(E', E)dE$ は放射長あたりにエネルギー E' の光子が微小区間 dE の運動エネルギー E をもつ電子または陽電子を生成する確率である。光子と原子核の電場の相互作用により、光子が消滅し電子と陽電子が同時に生成される現象を対生成という。 $\varphi_{\text{com}}(E', E' - E)dE$ は放射長あたりにエネルギー E' の光子のエネルギーが微小区間 dE の $E' - E$ となるコンプトン散乱を起こす確率である。コンプトン散乱は光子がエネルギーと運動量の一部を静止した電子に与える弾性衝突である。

2. エネルギー E' の電子、陽電子が微小区間 dE のエネルギー E をもつ電子、陽電子を生成する。その数は

$$dE dt \int_E^\infty \pi(E', t) \varphi_{\pi\pi}(E', E) dE'$$

である。ここで、

$$\varphi_{\pi\pi}(E', E) = \varphi_{\text{rad}}(E', E' - E) + \varphi_{\text{col}}(E', E) \quad (2.2)$$

である。 $\varphi_{\text{rad}}(E', E' - E)dE$ は放射長あたりにエネルギー E' の電子または陽電子が微小区間 dE のエネルギー $E' - E$ をもつ光子を放出する確率、 $\varphi_{\text{col}}(E', E)dE$ は放射長あたりにエネルギー E' の電子または陽電子と原子電子の衝突によって微小区間 dE のエネルギー E をもつ電子または陽電子が生じる確率である。

3. 微小区間 dE のエネルギー E をもつ電子、陽電子がエネルギーを失う。その数は

$$\pi(E, t) \mu_\pi(E) dE dt$$

である。ここで、

$$\mu_\pi(E) = \int_0^E \varphi_{\text{rad}}(E, E') dE' + \int^{E/2} \varphi_{\text{col}}(E, E') dE' \quad (2.3)$$

である。

4. 衝突過程は、エネルギーがある値 η_0 よりも大きい粒子が生じる近い衝突とエネルギーが η_0 よりも小さい粒子が生じる遠い衝突に分けて考える。原子のオーダーと比べて遠い衝突では原子のイオン化が起こる。イオン化については放射長あたり $\epsilon(E)$ の連続的なエネルギー損失を仮定し、 $E' < \eta_0$ または $E - E' < \eta_0$ のときに $\varphi_{\text{col}}(E, E') = 0$ とする。イオン化による $\pi(E, t)dE$ の変化は

$$[\pi(E + dE)\epsilon(E + dE) - \pi(E)\epsilon(E)]dt = \frac{\partial[\pi(E, t)\epsilon(E)]}{\partial E} dE dt \quad (2.4)$$

である。

微小な厚さ dt の中での $\gamma(E, t)dE$ の変化は以下の現象によるものである。

1. エネルギー E' の電子、陽電子が微小区間 dE のエネルギー E をもつ光子を生成する。その数は

$$dE dt \int_E^\infty \pi(E', t) \varphi_{\pi\gamma}(E', E) dE'$$

である。ここで、

$$\varphi_{\pi\gamma}(E', E) = \varphi_{\text{rad}}(E', E) \quad (2.5)$$

である。

2. エネルギー E' の光子が微小区間 dE のエネルギー E をもつ光子を生成する。その数は

$$dEdt \int_E^\infty \gamma(E', t) \varphi_{\gamma\gamma}(E', E) dE'$$

である。ここで、

$$\varphi_{\gamma\gamma}(E', E) = \varphi_{\text{com}}(E', E) \quad (2.6)$$

である。

3. 微小区間 dE のエネルギー E をもつ光子が吸収または散乱される。その数は

$$\pi(E, t) \mu_\gamma(E) dEdt$$

である。ここで、

$$\mu_\gamma(E) = \int_0^{E-2m_e c^2} \varphi_{\text{pair}}(E, E') dE' + \int_{m_e c^2/2}^E \varphi_{\text{com}}(E, E') dE' \quad (2.7)$$

である。

まとめると、以下の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(E, t)}{\partial t} = & -\pi(E, t) \mu_\pi(E) + \int_E^\infty \pi(E', t) \varphi_{\pi\pi}(E', E) dE' \\ & + \int_E^\infty \gamma(E', t) \varphi_{\gamma\pi}(E', E) dE' + \frac{\partial[\pi(E, t) \epsilon(E)]}{\partial E} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma(E, t)}{\partial t} = & \int_E^\infty \pi(E', t) \varphi_{\pi\gamma}(E', E) dE' \\ & + \int_E^\infty \gamma(E', t) \varphi_{\gamma\gamma}(E', E) dE' - \gamma(E, t) \mu_\gamma(E). \end{aligned} \quad (2.9)$$

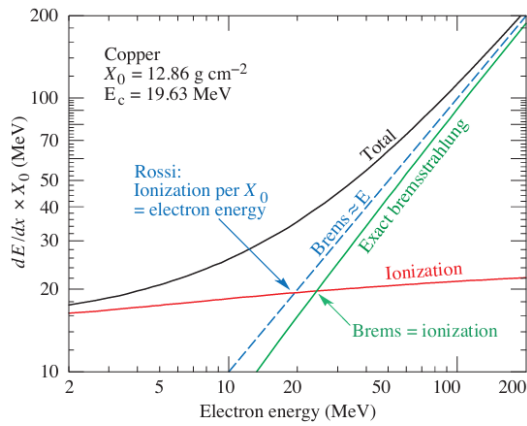


図 2.1: Two definitions of the critical energy E_c . [2]

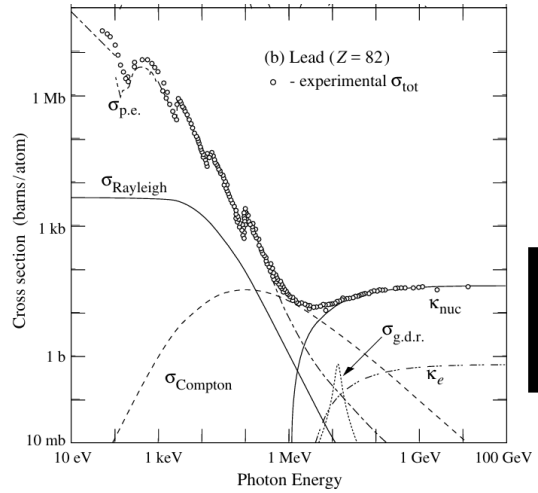


図 2.2: Photon total cross sections as a function of energy in lead. [2]

図 2.1 は放射長あたりのエネルギー損失を電子のエネルギーの関数として示したものである。 $\epsilon_0 = \epsilon(\epsilon_0)$ なる ϵ_0 は臨界エネルギーと呼ばれる。すなわち、放射長あたりのイオン化によるエネルギー損失が電子のエネルギーと等しくなるエネルギーが臨界エネルギーである。また、臨界エネルギーは制動輻射による単位長さあたりのエネルギー損失とイオン化による単位長さあたりのエネルギー損失が等しくなるエネルギーと定義されることもある。制動輻射による単位長さあたりのエネルギー損失が電子のエネルギーにおよそ比例するという近似を用いれば 2 つの定義はおおよそ一致する。図 2.2 は光子の断面積をエネルギーの関数として示したものである。 κ が対生成、 σ_{Compton} がコンプトン散乱を示す。臨界エネルギーよりも大きいエネルギー領域を考えると衝突過程とコンプトン散乱を無視して以下のような近似をする。

$$\begin{aligned}\varphi_{\gamma\pi}(E', E) &= 2\varphi_{\text{pair}}(E', E); \\ \varphi_{\pi\pi}(E', E) &= \varphi_{\text{rad}}(E', E' - E); \\ \varphi_{\pi\gamma}(E', E) &= \varphi_{\text{rad}}(E', E); \\ \varphi_{\gamma\gamma}(E', E) &= 0; \epsilon(E) = 0; \\ \mu_{\pi}(E) &= \int_0^E \varphi_{\text{rad}}(E, E') dE'; \\ \mu_{\gamma}(E) &= \int_0^{E-2m_e c^2} \varphi_{\text{pair}}(E, E') dE' .\end{aligned}$$

$\varphi_{\text{pair}}, \varphi_{\text{rad}}$ は完全遮蔽の場合の式で記述し、原子番号 Z については $\frac{1}{18 \ln(183Z^{-1/3})} = 0.0135$ と近似する。臨界エネルギー近傍を考えるとイオン化を考慮して $\epsilon(E) = \epsilon_0$ とする。初期条件を

$$\pi(E, 0) = \delta(E - E_0); \gamma(E, 0) = 0 \quad (2.10)$$

として、イオン化を考慮した場合に 2.8、2.9 式を近似的に解くと、電子と陽電子の数 $\int_0^\infty \pi(E', t) dE'$ の最大値 Π_{max} は

$$\Pi_{\text{max}} = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(\frac{E_0}{\epsilon_0}) - 0.37}} \frac{E_0}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

となる。そのときの標的の厚さ T_{max} は、放射長 X_0 を単位として、

$$T_{\text{max}} = 1.01 \left[\ln\left(\frac{E_0}{\epsilon_0}\right) - 1 \right] \quad (2.12)$$

となる [6]。2.11 式より、ドライブ電子ビームのエネルギーが臨界エネルギーよりも十分に大きいときは陽電子数がビームエネルギーにおよそ比例することがわかる。一般に、陽電子源のパラメータはリスクとコストを最小限にしつつ性能を最大にするように決められる。電子ドライブ陽電子源の標的の厚さは陽電子生成数が最大となるように設定する。また、標的の破壊を避けるために、陽電子源のパラメータは標的へのエネルギーデポジットを考慮して設定される。電磁シャワーによるエネルギーデポジットの進行方向の分布は以下のガンマ分布でうまく記述できることが知られている [2]。

$$\frac{dE}{dt} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)}. \quad (2.13)$$

図 2.3: An EGS4 simulation of a 30 GeV electron-induced cascade in iron. [2]

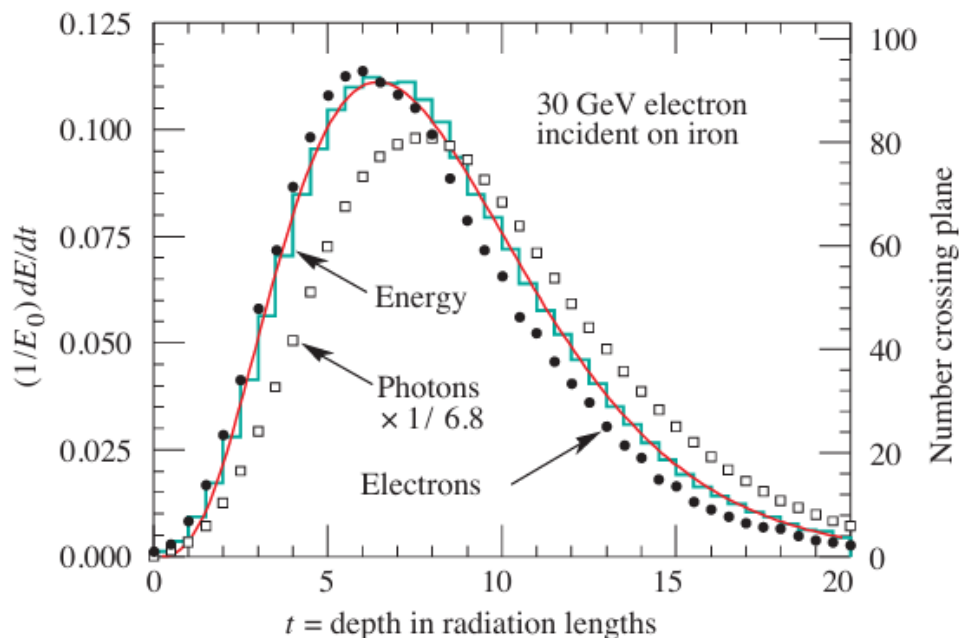


図 2.3 のヒストグラムは放射長あたりのエネルギーデポジットを表す。図 2.3 の曲線はエネルギーデポジットの分布をガンマ分布でフィットしたものである。図 2.3 の丸は通過した電子と陽電子の数を表す。電子を入射する場合、2.13 式で最大値をとる t は

$$t_{\max} = (a - 1)/b = 1.0 \times (\ln(\frac{E_0}{\epsilon_0}) - 0.5) \quad (2.14)$$

でうまく記述できる [2]。これは 2.12 式と似た式である。

3 ILC 電子ドライブ陽電子源の設計

3.1 概要

陽電子源の設計においては、考慮すべき事項は多い。一般論で言えば、より少ない電子ビームにより、より多くの利用可能な陽電子、つまり加速可能な陽電子を得る必要がある。ILC 陽電子源で言えば、生成され、ブースターで加速され、さらに DR に入射され、安定的に DR に蓄積されることが必要である。このような陽電子をもとに以下のように陽電子捕獲率を定義する。

$$\eta = \frac{N_{e^+}}{N_{e^-}} \quad (3.1)$$

陽電子捕獲率が高いほど、必要な数の陽電子を得るために入射する電子数は少なく済む。よって、陽電子捕獲率を高くすることで標的負荷を抑制することができる。ブースターライナックと ECS の最適化により、 $N_{e^-} = 10^3$ のシミュレーションで $\eta = 1.48 \pm 0.04$ が得られている [5]。陽電子源の最適化には陽電子生成部も含めた最適化が必要である。本論文では陽電子生成部の最適化の第一歩として、電子ドライブ方式のドライブ電子ビームのエネルギーと標的の厚さをパラメータとして陽電子生成特性を評価した。陽電子源全体のシミュレーションは大変であるため、陽電子生成シミュレーションにより標的出口での陽電子数を調べ、先行研究の陽電子捕獲シミュレーションの結果をもとに評価をした。先行研究に用いられたパラメータを表 3.1 に示した。

Parameter	Value
Drive beam energy E_0	3 GeV
Drive beam size	2 mm
Target thickness	16 mm

表 3.1: 最適化対象のパラメーターおよび現在の値

陽電子源のパフォーマンスは多くの因子により制限されるが、その中でも標的における熱負荷が最も深刻な制限である。熱負荷は以下のような PEDD (Peak Energy Deposition Density) により評価可能である [7]。

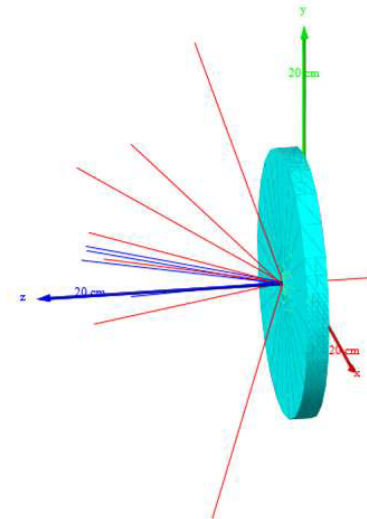
$$\text{PEDD} = \frac{\max(E_{\text{dep}})}{V_{\text{cell}} \cdot \rho \cdot n_{e^-} \cdot n_{e^-}^{\text{sim}}} \frac{n_b \cdot n_{e^+}}{\eta} \quad (3.2)$$

$\max(E_{\text{dep}})$ はメッシュセル当たりのエネルギーデポジットの最大値、 V_{cell} はメッシュセルの体積、 ρ は物質の密度、 $n_{e^-}^{\text{sim}}$ はシミュレーションでの入射粒子数、 n_b はトレイン当たりのバンチ数、 n_{e^+} はバンチの陽電子数である。これまで稼働した唯一のリニアコライダーである SLC (SLAC Linear Collider) の陽電子源では、やはり WRe の標的が用いられた。SLC の開発研究において、WRe 標的の破壊限界は 70 J/g とされ、SLC の陽電子生成標的は 35 J/g という条件で運転された。運転後の標的には軽微なダメージが見られたが、現在でも 35 J/g が安全に運用できる実用上のメリットと言われている。ILC の陽電子源の設計においても、この値よりも PEDD を低く抑えることが一つの条件である。このため、標的の PEDD で規格化した陽電子数も一つの指標である。

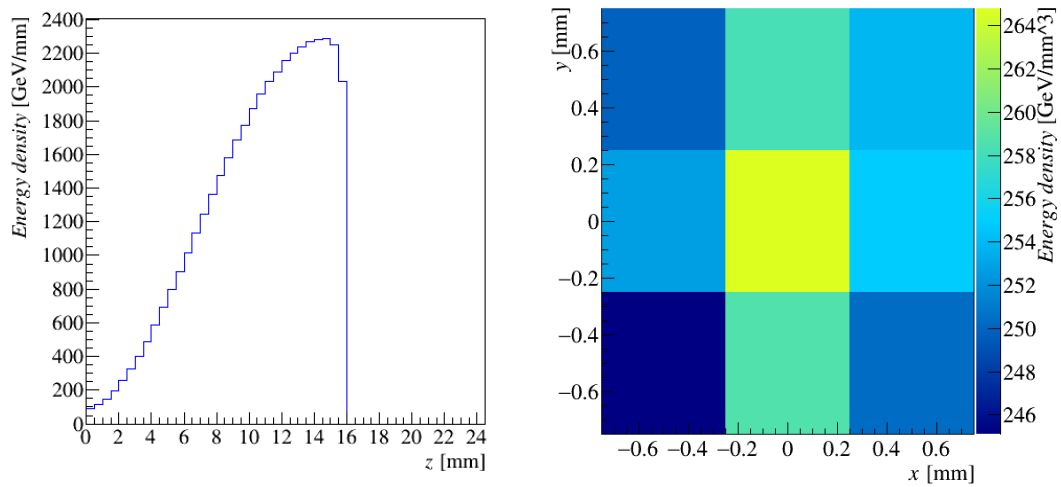
3.2 陽電子生成シミュレーション

ILC 電子ドライブ陽電子源では、電子ビームが標的に入射することで陽電子が生成される。標的出口での陽電子の位相空間分布および標的の最大エネルギー密度は GEANT4 を用いて求めた。GEANT4 は、モンテカルロ法を用いて粒子と物質の相互作用をシミュレーションするソフトウェアパッケージである [8, 9, 10]。図 3.1 は 1 つの電子をタンゲステン標的に入射した様子を表す。

図 3.1: 電磁シャワー



赤色の飛跡が電子、青色の飛跡が陽電子を表す。シミュレーションの設定を表 3.2 にまとめた。



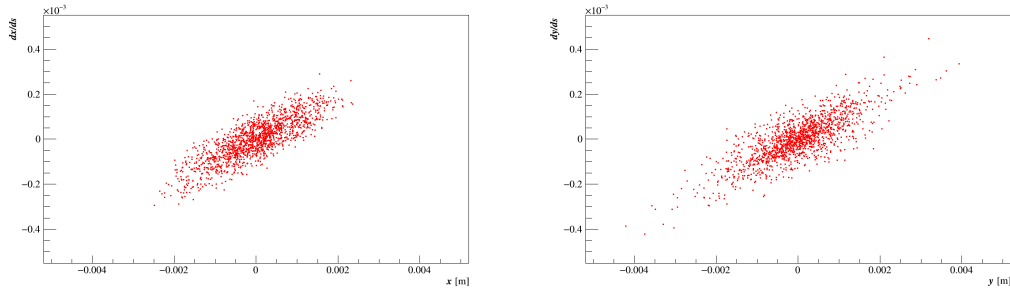
(a) 標的のエネルギー密度の進行方向分布 (b) 標的のエネルギー密度の横方向分布
 ($x: [-0.75, 0.75]$ mm, $y: [-0.75, 0.75]$ mm) ($z: [14.5, 15.0]$ mm)

図 3.2: 標的のエネルギー密度

項目	設定
標的	タンゲステン、半径 100 mm
真空	窒素 70%, 酸素 30%, 293.15 K, 10^{-7} Pa
N_{e^-}	10^5
初期粒子 x, y 分布	標準偏差 2 mm のガウス分布
初期粒子 z 分布	$z = -50$ mm (標的入口が $z = 0$)
初期粒子運動量	z 方向

表 3.2: シミュレーションの設定

また、GEANT4 を用いて標的の最大エネルギー密度を求めた。ビームエネルギーが 3 GeV、標的の厚さが 16 mm、 $N_{e^-} = 10^5$ の場合の標的のエネルギー密度の分布を図 3.2 に示した。図 3.2 のように、標的を 1 辺 0.5 mm の立方体に区切ってエネルギーデポジットを計算することで、それぞれの立方体におけるエネルギー密度を求めた。



(a) ECS 出口での陽電子の x 方向位相空間分布 (b) ECS 出口での陽電子の y 方向位相空間分布

図 3.3: ECS 出口での陽電子の横方向位相空間分布

3.3 陽電子捕獲シミュレーション

ILC 電子ドライブ陽電子源では、キャプチャーライナック、ブースターライナック、ECS によって生成された陽電子が捕獲され、利用可能な条件に押し込められる。ブースターライナックと ECS の最適化において、キャプチャーライナックは GPT (General Particle Tracer)、ブースターライナックと ECS は SAD を用いてシミュレーションされた [5]。本論文では陽電子捕獲シミュレーションは行っておらず、先行研究の陽電子捕獲シミュレーションの結果をもとに陽電子生成シミュレーションの結果を評価した。先行研究での ECS 出口での陽電子の横方向位相空間分布を図 3.3 に示した。粒子の横方向の線形の運動方程式は変数 $s = vt$ (v は基準粒子の速さ、 t は時刻) を用いて次のように表される [2]。

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s) = 0 \quad (3.3)$$

この解は

$$x(s) = \sqrt{2A_x\beta_x} \cos \psi_x \quad (3.4)$$

$$x'(s) = \sqrt{\frac{2A_x}{\beta_x}} [\alpha_x \cos \psi_x + \sin \psi_x] \quad (3.5)$$

と表される。ここで、

$$\alpha_x(s) = -\frac{1}{2} \frac{d\beta_x(s)}{ds}, \quad \frac{d\psi_x}{ds} = \frac{1}{\beta_x} \quad (3.6)$$

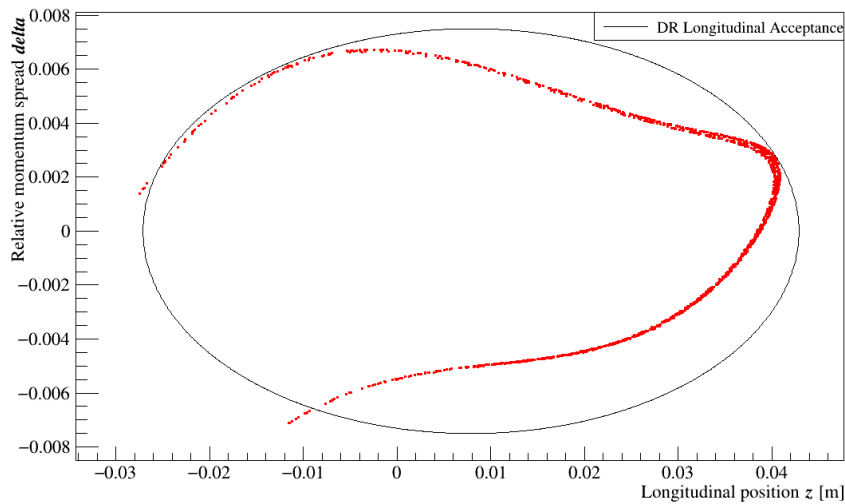
である。 A_x はアクションと呼ばれる振幅を表す量でビームの収束や輸送における不変量となっているが、加速を含めると不変量ではない。ローレンツ γ との積は不変量となる。このアクションとローレンツ γ の不変量を用いて、DR における横方向位相空間のアクセプタンスは次式で表される。DR の横方向アクセプタンスは

$$\gamma(A_x + A_y) < 0.07 \text{ m rad} \quad (3.7)$$

である。

次に進行方向位相空間の DR アクセプタンスについて示す。図 3.4 に ECS 出口での陽電子の進行方向位相空間分布を示す。

図 3.4: ECS 出口での陽電子の進行方向位相空間分布



点は粒子分布を表し、楕円が DR のアクセプタンスを表す。DR のアクセプタンスは

$$\left(\frac{z[\text{m}] - z_{\text{off}}}{0.035}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{0.0075}\right)^2 < 1 \quad (3.8)$$

である。ここで、 δ は相対的なエネルギー広がりであり、 z_{off} は DR アクセプタンスを満たす陽電子数を最大にするように最適化された値である。このシミュレーションで DR のアクセプタンスを満たした陽電子を Accepted Positron と呼ぶことにする。図 3.5 はシミュレーション [5] における結果の一例であり、各位置における進行方向位相空間を示している。いずれも縦軸はローレンツ γ の相対値、横軸は進行方向の相対位置である。青い点は Accepted positron を表し、赤い点は全陽電子を表している。3.5a は標的直下、3.5b はキャプチャーライナック出口で、陽電子が加速 RF の曲線にそって分布している

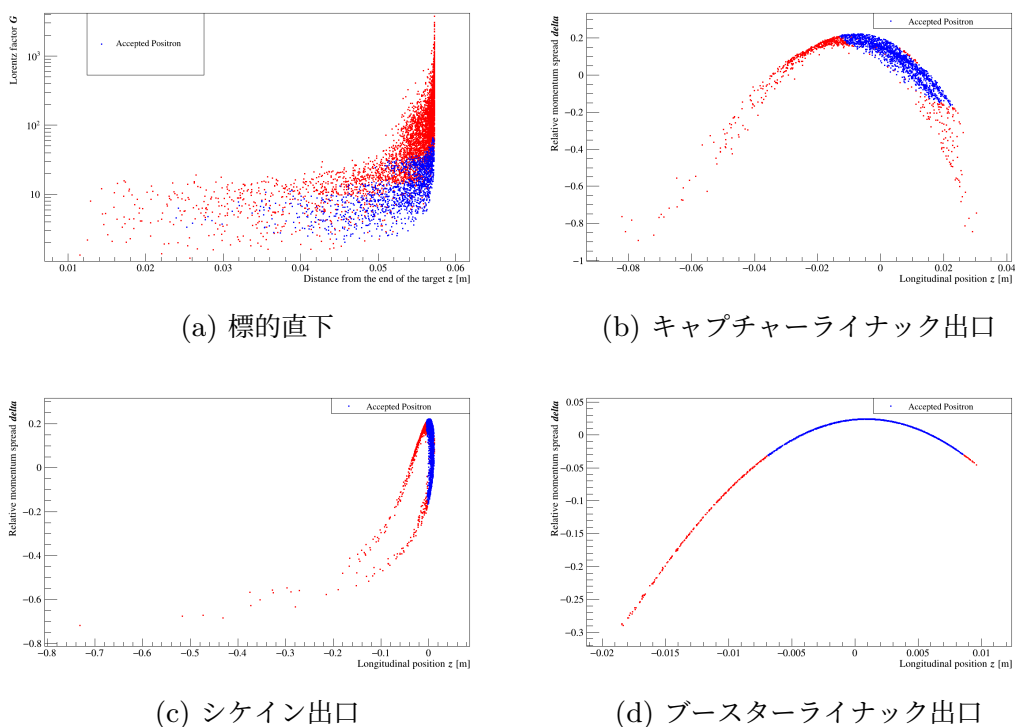


図 3.5: 陽電子の進行方向位相空間分布

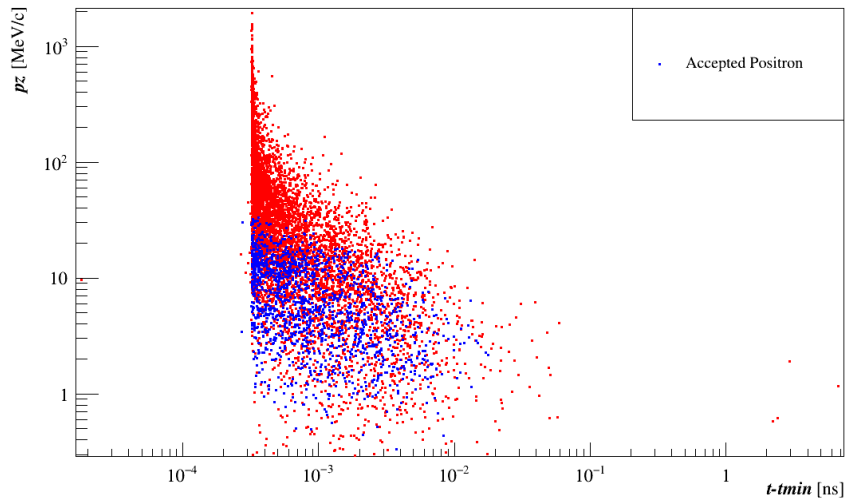
ことがわかる。また、Accepted positron はクレストから少し前方に分布していることがわかる。3.5c はシケイン出口で、モメンタムコンパクション（エネルギーによる進行方向位置の移動）により、分布が直立しており、Accepted positron は進行方向分布が短くなり集群されていることがわかる。3.5d はブースター出口で、こちらも RF のクレストを中心として分布しているが、Accepted positron はクレスト近辺に分布していることがわかる。

3.4 標的出口の陽電子分布による陽電子捕獲率の評価

本論文では、DR 入口までのフルシミュレーションをする代わりに、陽電子生成標的直下の陽電子の位相空間分布により、疑似的に陽電子捕獲率を評価する。よって、DR アクセプタンスの代わりに標的出口の位相空間分布におけるアクセプタンスを疑似的に設定した。このアクセプタンスを T アクセプタンスと呼ぶことにする。陽電子生成標的出口における全陽電子の位相空間分布は Accepted Positron の分布に対してより広い領域に分布しているため、図 3.6 は陽電子の標的出口における進行方向位相空間分

布である。2つの分布を比較して T アクセプタンスを設定した。青色の点が Accepted

図 3.6: 陽電子の標的出口における進行方向位相空間分布



Positron を表す。横軸は、陽電子が標的出口に到達した時刻 t の最小値を t_{\min} としたときの $t - t_{\min}$ である。 p_z の最小値は 0.333679 MeV、最大値は 33.4319 MeV であった。よって、 $0.333679 \leq p_z [\text{MeV}/c] \leq 33.4319$ を T アクセプタンスとした。 t_{\min} の最大値は 0.017759 ns であった。よって、 $t - t_{\min} [\text{ns}] \leq 0.017759$ を T アクセプタンスとした。図 3.7 は陽電子の標的出口における横方向位相空間分布である。表 3.3 にそれぞれの分布の Gaussian fitting の平均と標準偏差を示した。

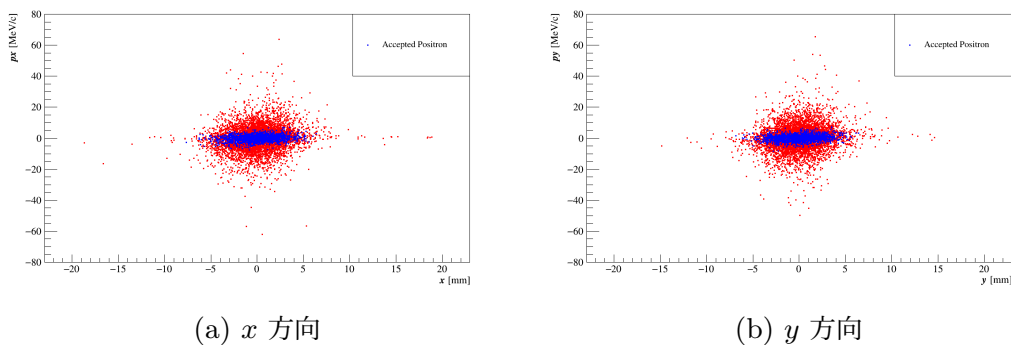


図 3.7: 陽電子の標的出口における横方向位相空間分布

	平均 m	標準偏差 σ
x	0.01 mm	2.00 mm
y	0.03 mm	1.98 mm
p_x	0.03 MeV/ c	1.96 MeV/ c
p_y	0.08 MeV/ c	1.97 MeV/ c

表 3.3: Gaussian fitting の平均と標準偏差

表 3.4 は、分布の 3σ または 2σ の範囲を T アクセプタンスとしたときの T アクセプタンスを満たす陽電子数と T アクセプタンスを満たす Accepted Positron の数を表す。

T アクセプタンス	全陽電子	Accepted Positron	SN 比
なし	7292	1483	0.255
$x, y, p_x, p_y : 3\sigma$	2844	1421	1.00
$x, y : 2\sigma; p_x, p_y : 3\sigma$	2327	1263	1.19
$x, y : 3\sigma; p_x, p_y : 2\sigma$	1977	1265	1.79
$x, y, p_x, p_y : 2\sigma$	1602	1108	2.25

表 3.4: T アクセプタンスを満たす陽電子数

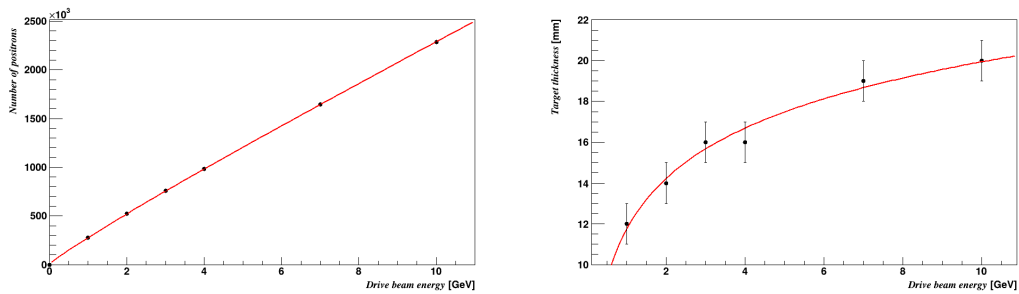
表 3.4 の SN 比は T アクセプタンスを満たす Accepted Positron 以外の陽電子数に対する T アクセプタンスを満たす Accepted Positron の数の比である。表 3.4 より、分布の 2σ の範囲を T アクセプタンスとした。T アクセプタンス内にはおよそ 1100 個の Accepted positron とおよそ 500 個の non-accepted positron が含まれる。また Accepted positron のうち、およそ 400 個はこのサンプルには含まれない。本論文では T アクセプタンス内の陽電子数について議論を行い、SN についての補正などはおこなわないことにする。以下に T アクセプタンスの条件をまとめる。

$$\left(\frac{x[\text{mm}] - 0.01}{4.00}\right)^2 + \left(\frac{p_x[\text{MeV}/c] - 0.03}{3.92}\right)^2 < 1 \quad (3.9)$$

$$\left(\frac{y[\text{mm}] - 0.03}{3.96}\right)^2 + \left(\frac{p_y[\text{MeV}/c] - 0.08}{3.94}\right)^2 < 1 \quad (3.10)$$

$$0.333679 \leq p_z[\text{MeV}/c] \leq 33.4319 \quad (3.11)$$

$$t - t_{\min}[\text{ns}] \leq 0.017759 \quad (3.12)$$



(a) 標的の出口での陽電子数の最大値のビームエネルギー依存性 (b) 標的の出口での陽電子数が最大となるときの標的の厚さ

図 4.1: 生成された全ての陽電子

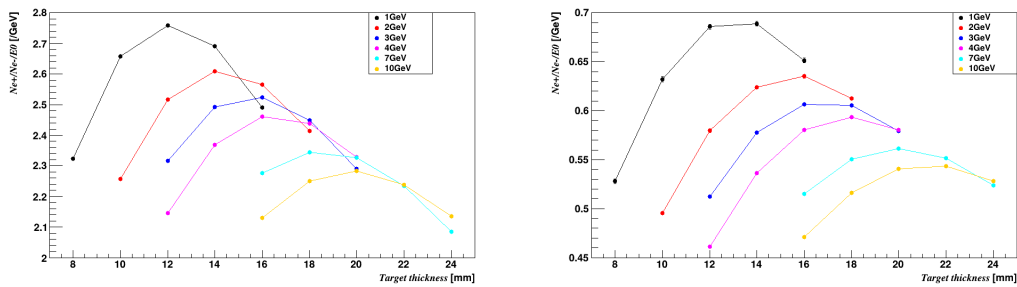
4 結果

4.1 シミュレーションの妥当性の検証

まず、シミュレーションの妥当性を検証するために、生成陽電子数のパラメータ依存性を理論と比較した。標的の出口での陽電子数の最大値のビームエネルギー依存性を図 4.1a に、そのときの標的の厚さを図 4.1b に示した。赤線は 2.11、2.12 式の定数部分をパラメータとしたフィッティングの結果を表す。陽電子数、最適厚みともに、エネルギー依存性がモデルと合致しているといえる。

4.2 陽電子捕獲率

陽電子源の効率は陽電子捕獲率によって評価される。陽電子捕獲率は 3.1 式に示したように、DR アクセプタンスを満たす陽電子数で表されるが、本論文で DR アクセプタンスの代わりに T アクセプタンスを用いた。ビームエネルギーで規格化した陽電子捕獲率を図 4.2 に示した。横軸は標的の厚さ、それぞれの色はそれぞれのビームエネルギーでの結果を表す。図 4.2a は N_{e+} は全ての陽電子数、図 4.2b は N_{e+} は T アクセプタンスを満たす陽電子数を表す。陽電子数の誤差は $\sqrt{N_{e+}}$ とした。図 4.2 より、T アクセプタンスを満たす陽電子数を最大化する厚みは、全陽電子数を最大化する厚みより厚いことがわかる。また、ビームエネルギーで規格化した陽電子捕獲率はビームエネルギーが小さいほど高くなった。これは式 2.11 と合致している。



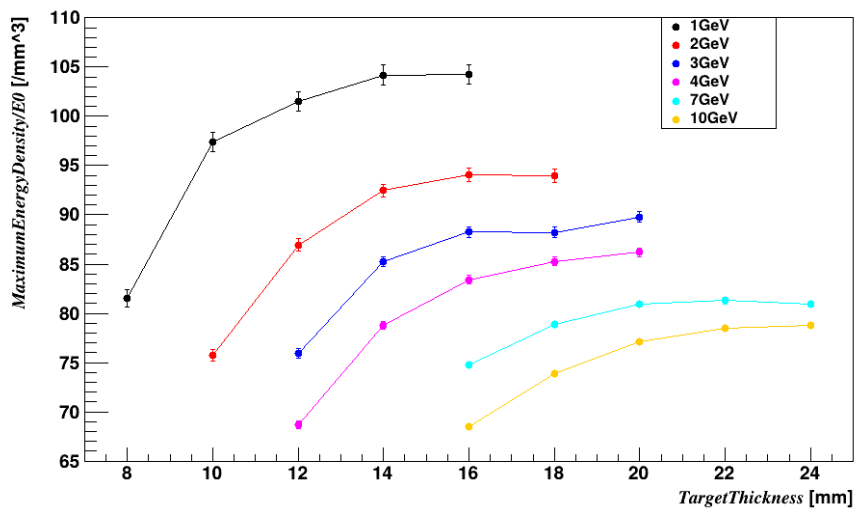
(a) N_{e^+} を標的出口での全ての陽電子数とし (b) N_{e^+} を標的出口での T アクセプタンスを満たす陽電子数とした場合

図 4.2: ビームエネルギーで規格化した陽電子捕獲率

4.3 最大エネルギー密度で規格化した陽電子数

次に、標的負荷を指標として陽電子数を評価した。まず、ビームエネルギーで規格化した最大エネルギー密度を図 4.3 に示した。

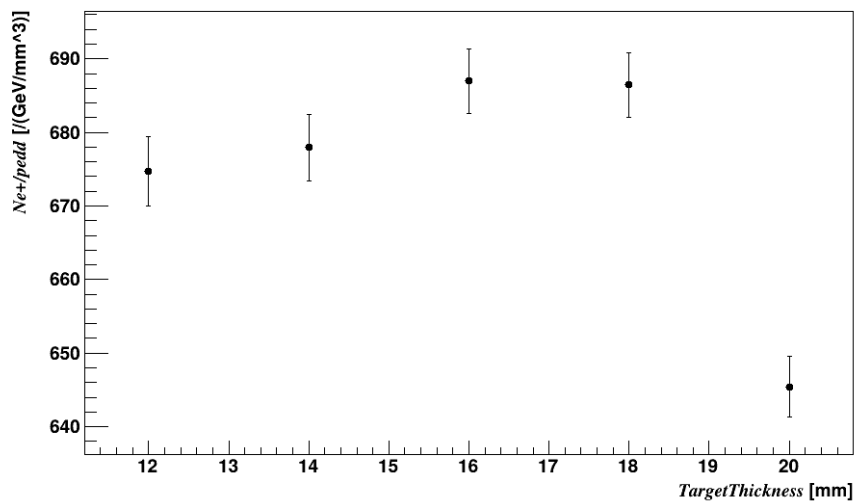
図 4.3: ビームエネルギーで規格化した最大エネルギー密度



横軸は標的の厚さ、それぞれの色はそれぞれのビームエネルギーでの結果を表す。最大エネルギー密度の誤差は、粒子 i による体積 V_{cell} の立方体へのエネルギーデポジット $e\text{dep}_i$ を用いて、 $\sqrt{\sum_i e\text{dep}_i^2}/V_{\text{cell}}$ とした。図 4.2b、4.3 の結果より、最大エネルギー密

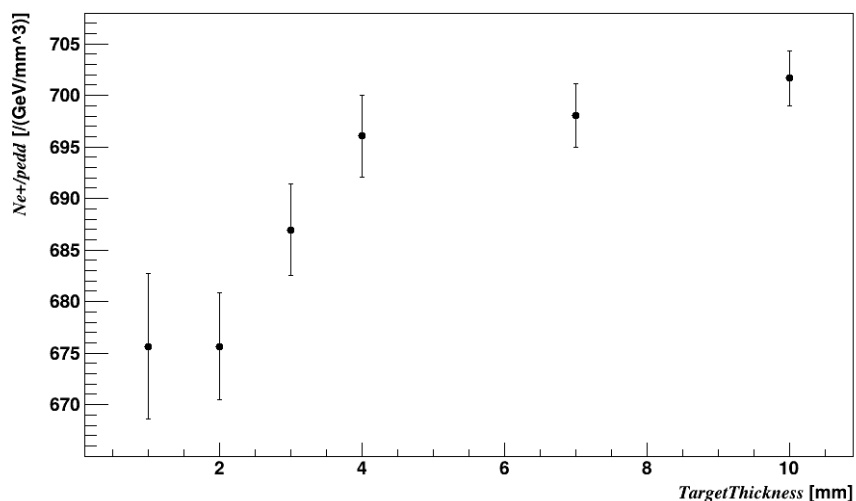
度で規格化した利用可能な陽電子数を求めた。ビームエネルギーが 3 GeV の場合、T アクセプタンスを満たす陽電子数を標的の最大エネルギー密度で規格化すると図 4.4 のようになる。

図 4.4: ビームエネルギーが 3 GeV のときの最大エネルギー密度で規格化した T アクセプタンスを満たす陽電子数の標的の厚さ依存性



横軸は標的の厚さを表す。誤差は誤差の伝播法則より、陽電子数 N_{e+} の誤差を $\sigma_{N_{e+}}$ 、最大エネルギー密度 $pedd$ の誤差を σ_{pedd} として、 $\sqrt{(\frac{1}{pedd})^2 \sigma_{N_{e+}}^2 + (\frac{N_{e+}}{pedd^2})^2 \sigma_{pedd}^2}$ とした。最大エネルギー密度で規格化した T アクセプタンスを満たす陽電子数の最大値を図 4.5 に示した。

図 4.5: 最大エネルギー密度で規格化した T アクセプタンスを満たす陽電子数のエネルギー依存性



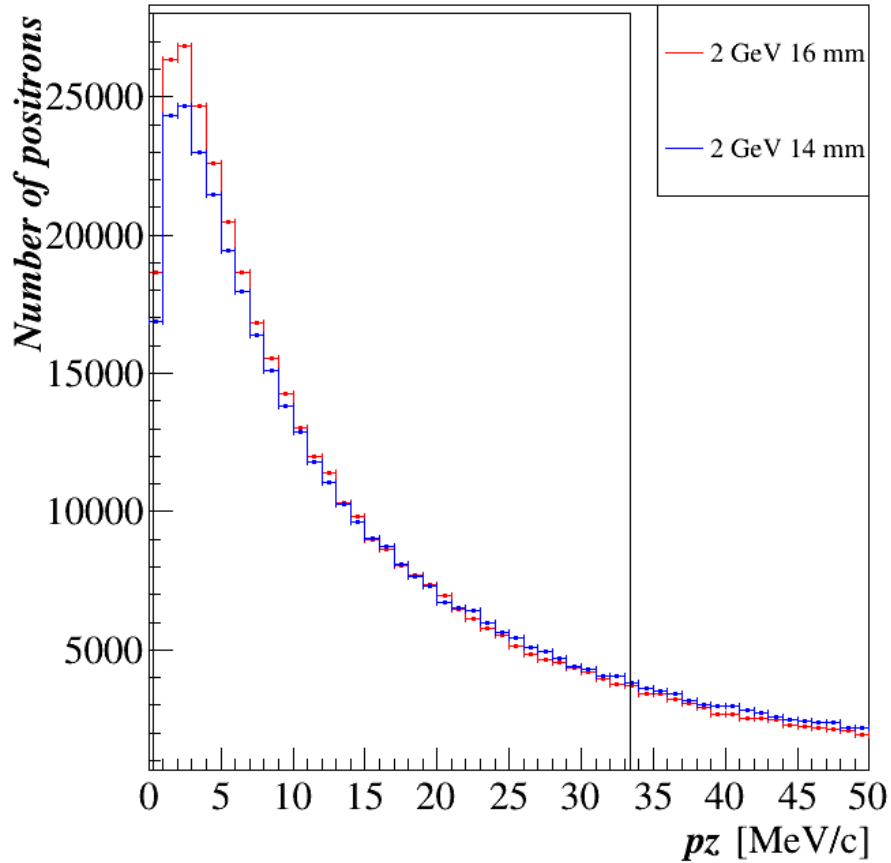
横軸はビームエネルギーを表す。最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数はビームエネルギーが 4 GeV までは増加傾向がみられた。ビームエネルギーが 4 GeV 以上になると最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数の変化は誤差の範囲内となった。

5 考察

5.1 陽電子数と標的の厚さの関係

図 4.2 で、T アクセプタンスを満たす陽電子数を最大化する標的の厚みが、全陽電子数を最大化する厚みより厚くなったことについて考察する。図 5.1 にビームエネルギーが 2 GeV、標的の厚さが 14 mm と 16 mm の場合の標的出口での陽電子の進行方向運動量分布を示した。

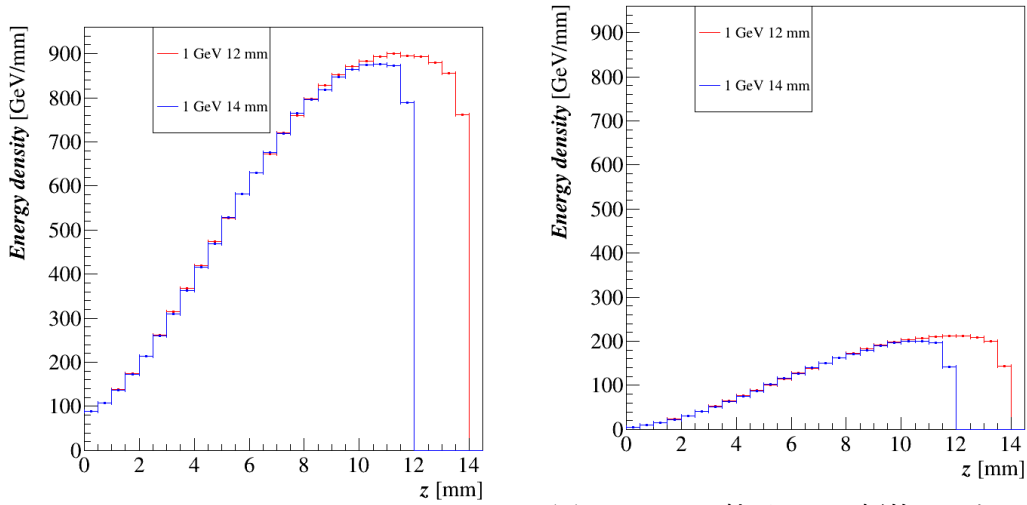
図 5.1: 標的出口での陽電子の進行方向運動量分布



黒線は T アクセプタンスを表す。ビームエネルギーが 2 GeV の場合、標的出口での全ての陽電子数を最大とする標的の厚さが 14 mm であり、T アクセプタンスを満たす陽電子数を最大とする標的の厚さが 16 mm である。図 5.1 より、標的を厚くして運動量を抑制したほうが T アクセプタンス内に入る陽電子数が増加すると考えられる。

5.2 ビームエネルギーで規格化した陽電子数とビームエネルギーの関係

図 4.2 で、ビームエネルギーで規格化した陽電子捕獲率がビームエネルギーが小さいほど高くなったことについて考察する。図 2.3 より、進行方向の陽電子数の分布がエネルギーデポジットの分布と同じように 2.13 式に従っていると仮定する。2.13 式をビームエ



(a) 標的のエネルギー密度の進行方向分布 ($x: [-0.75, 0.75]$ mm, $y: [-0.75, 0.75]$ mm)
 (b) $p_z < 0$ の粒子による標的のエネルギー密度の進行方向分布 ($x: [-0.75, 0.75]$ mm, $y: [-0.75, 0.75]$ mm)

図 5.2: 標的のエネルギー密度の進行方向分布

エネルギーで規格化するとガンマ分布の確率密度関数が得られる。ガンマ分布の分散は

$$\frac{a}{b^2} = \frac{b(\ln(\frac{E_0}{\epsilon_0}) - 0.5) + 1}{b^2} \quad (5.1)$$

であるから、ビームエネルギーが大きいほどビームエネルギーで規格化した陽電子数の分布の広がりが大きくなると考えられる。分散が大きくなればピークは低くなるから、ビームエネルギーで規格化した陽電子数はビームエネルギーが小さいほど多くなると考えられる。また、2.11 式において $\sqrt{\ln(\frac{E_0}{\epsilon_0}) - 0.37}$ がシャワーの進行方向の広がりに対応すると考えてもこのことが説明できる。

5.3 最大エネルギー密度と標的の厚さの関係

図 4.3 で、標的の厚さが全陽電子数を最大にする厚さより厚くなっても最大エネルギー密度が増加傾向を示したことについて考察する。図 5.2 にビームエネルギーが 1 GeV の場合の標的のエネルギー密度の進行方向分布を示した。図 5.2b は $p_z < 0$ の粒子による標的のエネルギー密度の進行方向分布である。ビームエネルギーが 1 GeV の場合、標的の厚さが 12 mm の場合に標的出口の全陽電子数が最大となるが、図 5.2 より、後方散乱した粒子の影響により、標的出口よりも手前でエネルギー密度が最大になると考えられる。

一方、標的の厚さが 14 mm の場合は全陽電子数が最大となる位置でエネルギー密度も最大になると考えられる。よって、標的の厚さが 12 mm の場合よりも 14 mm の場合のほうが最大エネルギー密度が大きくなったと考えられる。

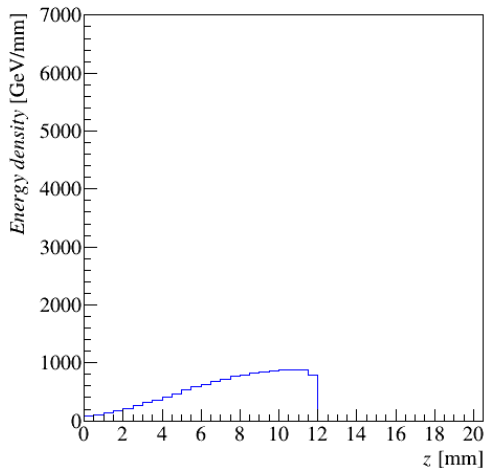
5.4 最大エネルギー密度で規格化した陽電子数とビームエネルギーの関係

図 4.5 で、最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数がビームエネルギーが大きいほど多い傾向を示したことについて考察する。ビームエネルギーが 1 GeV の場合、最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数は標的の厚さが 12 mm のときに最大となった。ビームエネルギーが 10 GeV の場合、最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数は標的の厚さが 20 mm のときに最大となった。このときのエネルギー密度の進行方向分布を図 5.3 に示した。表 5.1 はそれぞれの場合の T アクセプタンスを満たす陽電子数、最大エネルギー密度、エネルギー密度が最大となる立方体内の粒子数、1 粒子あたりのエネルギーデポジットを示したものである。

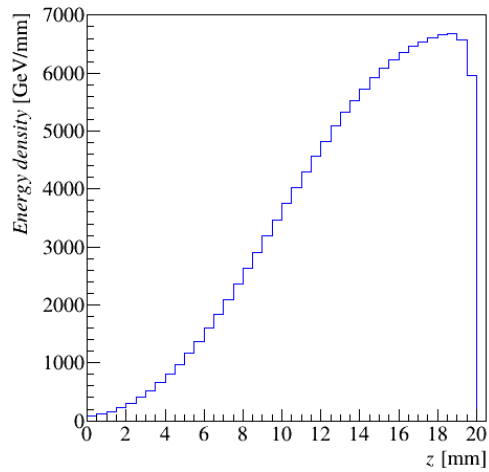
パラメータ	陽電子数	エネルギー密度	立方体内の粒子数	$edep$ の平均
1 GeV 12 mm	6.86×10^4	102 GeV/mm ³	7.63×10^4	0.166 MeV
10 GeV 20 mm	5.408×10^5	771 GeV/mm ³	5.965×10^5	0.162 MeV

表 5.1: T アクセプタンスを満たす陽電子数

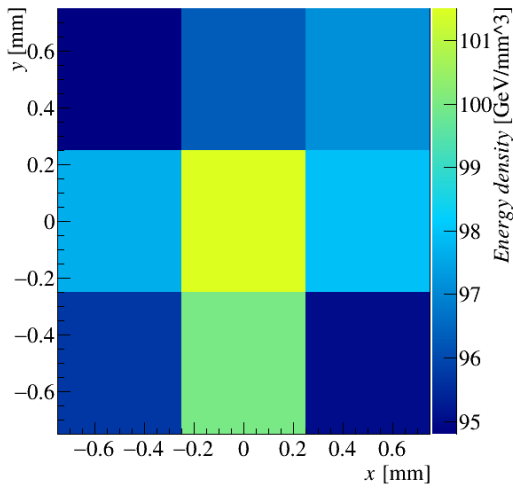
表 5.1 より、ビームエネルギーが 10 GeV の場合の 1 粒子あたりのエネルギーデポジットがビームエネルギーが 1 GeV の場合よりも小さいことがわかる。これが最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数がビームエネルギーが大きいほど多い傾向を示した原因と考えられる。図 2.1 より、エネルギーデポジットは粒子のエネルギーが小さいほど小さくなる。ビームエネルギーが 10 GeV の場合はビームエネルギーが 1 GeV の場合よりも標的が厚いため、粒子の軌道長が長くなり、イオン化によるエネルギー損失が多くなると考えられる。よって、ビームエネルギーが 10 GeV の場合、エネルギー密度が最大となる位置でのエネルギーはビームエネルギーが 1 GeV の場合よりも小さくなると考えられる。



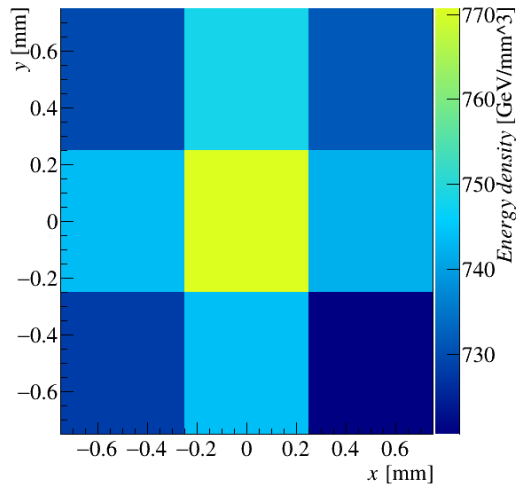
(a) 標的のエネルギー密度の進行方向分布 ($E_0=1$ GeV, x : $[-0.75, 0.75]$ mm, y : $[-0.75, 0.75]$ mm)



(b) 標的のエネルギー密度の進行方向分布 ($E_0=10$ GeV, x : $[-0.75, 0.75]$ mm, y : $[-0.75, 0.75]$ mm)



(c) 標的のエネルギー密度の横方向分布 ($E_0=1$ GeV, z : $[10.0, 10.5]$ mm)



(d) 標的のエネルギー密度の横方向分布 ($E_0=10$ GeV, z : $[18.0, 18.5]$ mm)

図 5.3: 標的のエネルギー密度の分布

6 まとめ

ILC 電子ドライブ陽電子源のドライブ電子ビームと生成標的のパラメータの最適化をするために、陽電子生成効率のパラメータ依存性について調べた。まず、GEANT4 を用いたシミュレーション結果はモデルと合致していた。陽電子生成効率の評価は、DR アクセプタンスを満たす陽電子の標的出口における位相空間分布をもとにした T アクセプタンスによって行った。T アクセプタンスによる評価により、標的の最適な厚みは、全陽電子数を最大にする厚みより大きくなった。また、ドライブ電子ビームのエネルギーで規格化した陽電子捕獲率はビームエネルギーが小さいほど高くなった。標的破壊の指標には標的の最大エネルギー密度を用いた。最大エネルギー密度で規格化した利用可能な陽電子数は、ビームエネルギーが 4 GeV までは増加傾向がみられた。このことから、従来よりもビームエネルギーを大きくするほうが性能を上げることができるといえる。今後は、今回の結果をもとに下流までシミュレーションをして、ドライブ電子ビームと生成標的のパラメータの最適化およびシステム全体の最適化をする予定である。

7 謝辞

本研究は栗木雅夫教授のご指導の下で行われました。また、Zachary Liptak 助教や黒口俊平さんをはじめとする方々にシミュレーションや解析等についてご助言をいただきました。心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] T. Behnke et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 1: Executive Summary. Technical Report ILC-REPORT-2013-040, ANL-HEP-TR-13-20, 1347945, June 2013.
- [2] S. Navas et al. Review of Particle Physics. *Physical Review D*, 110(3):030001, August 2024.
- [3] C. Adolphsen. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 3.II: Accelerator Baseline Design. Technical Report arXiv:1306.6328, ILC-REPORT-2013-040, 1347940, June 2013.
- [4] Y. Seimiya et al. Positron capture simulation for the ILC electron-driven positron

- source. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2015(10):103G01, October 2015.
- [5] M. Kuriki et al. Optimal design of ILC e-driven positron source with machine learning. 2024.
- [6] B. Rossi. *High-Energy Particles*. Prentice-Hall, 1952.
- [7] Y. Zhao et al. CERN – EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH.
- [8] J. Allison et al. Recent developments in geant4. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 835:186–225, (2016).
- [9] J. Allison et al. Geant4 developments and applications. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53:270–278, (2006).
- [10] S. Agostinelli et al. Geant4 - a simulation toolkit. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 506:250–303, (2003).